

SUPSI

LAVORO DI DIPLOMA DI

ROXANA RENZI

BACHELOR OF ARTS IN PRIMARY EDUCATION

ANNO ACCADEMICO 2010/2011

EMOZIONI E MATEMATICA

EMOZIONI E MISCONCEZIONI LEGATE ALLE FIGURE GEOMETRICHE

RELATORI

SILVIA SBARAGLI

DAVIDE ANTOGNAZZA

Ringraziamenti:

Ringrazio le due docenti di scuola elementare, che mi hanno accolta nelle loro classi per svolgere il mio lavoro di ricerca.

Ringrazio i docenti relatori, Silvia Sbaragli e Davide Antognazza per avermi seguita e consigliata durante tutto il percorso.

Ringrazio in particolare la professoressa Silvia Sbaragli per avermi trasmesso la passione di insegnare matematica, considerando la disciplina da un nuovo punto di vista.

Ringrazio mia madre e le altre persone a me care per avermi sempre sostenuta.

Sommario

Introduzione	1
Motivazione della scelta.....	1
Quadro teorico.....	2
Le emozioni.....	2
Misconcezioni: evitabili e inevitabili	5
Insegnanti e ostacoli	8
Domande di ricerca	9
Ipotesi di ricerca.....	10
Metodologia	11
Il campione	11
Come misurare l'aspetto emotivo: il differenziale semantico	12
I risultati di ogni classe	14
Le classi.....	14
Classe IV elementare	14
Classe V elementare	20
Risultati complessivi.....	27
Conclusioni	30
Limiti e possibili sviluppi	31
Bibliografia	32
Allegati.....	34

Introduzione

Motivazione della scelta

La matematica è una disciplina puramente logica, in cui il pensiero razionale è principe. In un discorso del genere è difficile poter immaginare di parlare di emozioni. Ma se consideriamo gli allievi soprattutto come persone, e non solo come menti pronte ad elaborare un sapere, è inevitabile confrontarsi con le emozioni, in quanto sono implicate, anche se spesso a livello inconscio, in qualsiasi azione che compiamo.

Da tempo si parla dello stretto legame che c'è tra emozioni e apprendimento e vari studi hanno dimostrato come le emozioni influenzano l'apprendimento. Con questa ricerca ho quindi voluto indagare se le emozioni sono legate anche alle misconcezioni riguardanti figure geometriche.

Seguendo il corso di matematica della Professoressa S. Sbaragli, sono rimasta molto sbalordita riguardo le mie conoscenze nel campo della geometria. Mi sono scontrata con misconcezioni che non avevo mai preso in considerazione, concezioni false inculcatemi durante gli anni scolastici, che mi sembravano logiche e valide. Credevo che non si potessero intendere i concetti in un'ottica più ampia, osservandoli da un altro punto di vista.

Penso, ad esempio, all'insegnamento delle figure geometriche che mi sono state presentate sempre in una certa posizione e come questa abbia influito sulla percezione delle proprietà della figura stessa. È stato molto difficile per me riconoscere una piramide come tale, osservata da un punto di vista diverso rispetto a quello "standard" (la rappresentazione utilizzata spesso dai docenti, cioè posizionata sulla faccia caratterizzante detta base). Questo aspetto mi ha fatto riflettere sul mio futuro come docente, riguardo anche alle emozioni che possono scaturire da misconcezioni di questo tipo. Un docente deve avere delle conoscenze superiori a quelle dei propri allievi e ciò non dovrebbe limitarsi alla conoscenza di formule matematiche bensì ad una visione sempre più ampia dei vari concetti, per poterli rappresentare in modi diversi e comprensibili per tutti, così da tener conto anche degli stili d'apprendimento differenti (visivo, uditivo eccetera) dei propri studenti.

Quadro teorico

Le emozioni

Cosa sono le emozioni? È sicuramente un'impresa difficile poter rispondere a questa domanda, in quanto molti autori non sono stati in grado di definire tale termine. Secondo Piatti e Terzi (2008) *“L’etimologia della parola (dal latino e-moveo che significa “movimento da”) suggerisce che in ogni emozione è implicita una tendenza ad agire. Le emozioni, infatti, sono impulsi ad agire.”* (p. 33). Quello che possiamo considerare sono le varie componenti comuni alle emozioni e cercare di classificarle. Quando si prova un’emozione:

- nel corpo avvengono modificazioni più o meno intense;
- il comportamento cambia: il tono della voce subisce alcune modifiche, l’espressione facciale pure, si gesticola in modo particolare, ecc.;
- i pensieri rispecchiano l’emozione provata.

Parlando di emozioni, però, non si può non citare Daniel Goleman, che nel 1995 pubblicò *L’intelligenza emotiva*. Secondo l’autore, ognuno di noi possiede due tipi di menti, quella razionale e quella emozionale. Esse, pur essendo diverse tra loro, interagiscono continuamente. La mente razionale è quella più lenta, in quanto riflette prima di agire; quella emozionale, invece, è più rapida ed è la fonte della nostra sopravvivenza: ad esempio, di fronte ad un pericolo, è la paura a “ordinare” al nostro cervello ciò che il nostro corpo deve fare (scappare, restare immobili, proteggersi con le mani eccetera). Un processo quindi che dall’emozione porta all’azione.

Goleman sostiene anche che (1998) *“Gli antichi centri cerebrali che elaborano l’emozione sono la sede delle abilità necessarie per dominare efficacemente noi stessi e per acquisire destrezza sociale. Pertanto, queste abilità sono radicate nel nostro patrimonio ereditario al fine di consentirci sopravvivenza e adattamento”* (p.16). Da quest’idea nasce quindi una distinzione delle emozioni definendo quelle primarie e quelle secondarie. Le emozioni primarie sono quelle più primitive, legate alla sopravvivenza, ad esempio: paura, rabbia, amore eccetera. Quelle secondarie invece sono legate al contesto sociale alla cultura e tra esse troviamo, ad esempio, la paura di volare, paura dell’altezza, ansia per gli esami e così via.

Tornando dunque al termine “intelligenza emotiva”, Goleman (1998) la descrive come la capacità di controllare i propri sentimenti in modo da poterli esprimere in modo efficace per *“consentire una serena collaborazione finalizzata al raggiungimento di obiettivi comuni”* (p. 17).

Sempre secondo l'autore, l'intelligenza emozionale comprende queste capacità:

- **Consapevolezza:** sapere che emozione si sta provando, avere consapevolezza di ciò che si sente.
- **Controllo:** sapere controllare le proprie emozioni, un'attività che si apprende e che si comincia ad esercitare nell'adolescenza.
- **Empatia:** capacità di capire cosa prova un'altra persona, compresa la capacità di decodificare correttamente la comunicazione non verbale dell'altro.
- **Gestione delle relazioni:** capacità di gestire in modo armonico le relazioni con gli altri (sapere ascoltare, avere empatia, saper affrontare i conflitti, sapere cooperare).

Ora, se è vero che ognuno di noi nasce con un certo temperamento, è altrettanto vero, dice Goleman, che il temperamento può essere educato, plasmato, che vi può essere cioè un'*alfabetizzazione emozionale*. Alfabetizzare gli allievi significa dunque insegnare loro a controllare le proprie emozioni. Ciò non vuole dire affatto, come sottolinea l'autore, che i sentimenti e la spontaneità vengono soffocati, anche perché ciò sarebbe molto dannoso alla salute (aumento del battito cardiaco eccetera), ma *“la possibilità di scegliere come esprimere i nostri sentimenti. Questa finezza emotiva diventa particolarmente importante in un'economia globale, dal momento che le regole fondamentali per l'espressione delle emozioni variano grandemente da una cultura all'altra”* (1998, pag. 105). (Discorso alquanto significativo in una società multiculturale come la nostra).

Come funzionano le emozioni

È interessante comprendere anche il “funzionamento” delle emozioni. L'emozione è la risposta immediata a stimoli esterni. Ovvero, come detto precedentemente, nell'uomo si sono costruiti meccanismi di difesa per poter sopravvivere e tra questi rientrano anche le emozioni. Quando si percepisce uno stimolo, esistono due vie nel determinare i comportamenti da attuare di fronte a possibili pericoli; una via breve e diretta, un'altra via più lunga e “indiretta”. Per spiegare meglio ciò, mi sembra opportuno spendere alcune parole sul funzionamento del nostro cervello utilizzando la spiegazione illustrata da Daniele Fedeli (2006, pag. 17): *“Il cervello umano può essere suddiviso, in maniera estremamente schematica, in due parti. Sulla superficie esterna individuiamo la corteccia cerebrale, sede dei processi cognitivi superiori, dal linguaggio alla pianificazione comportamentale, alla risoluzione di problemi. Nelle parti più interne e profonde del cervello, invece, risiedono strutture molto antiche dal punto di vista filogenetico, implicate soprattutto in compiti inerenti la sopravvivenza (ad es. la regolazione della fame). Alcune di queste*

strutture, racchiuse nel termine “sistema limbico”, sono da diversi anni considerate responsabili delle risposte fisiologiche e comportamentali tipiche delle emozioni”.

L'amigdala, presente all'interno del nostro cervello, è quella ghiandola che *“attribuisce un significato emotigeno agli stimoli potenzialmente pericolosi per l'organismo e, tramite strutture, invia una serie di segnali di allarme all'intero organismo, provocando assai rapidamente tutta una serie di modificazioni fisiologiche (aumento del battito cardiaco, accelerazione della respirazione, contrazione muscolare eccetera) e comportamentali (ad es. la fuga) utili per fronteggiare lo stimolo pericoloso”.* (Fedeli D., 2006, pag.18). Questo per dire quanto possa essere assurdo pronunciare frasi molto comuni come ad esempio *“non devi avere paura”* o *“non essere triste”*: infatti, non possiamo decidere quando provare o no un'emozione ma ciò che si può apprendere è *“modulare”* l'intensità dell'emozione stessa, in modo che esse diventino *“un aiuto alla nostra azione e non un ostacolo”* (2006, pag. 19).

Parlando allora di comportamenti, possiamo affermare che le emozioni sono *“visibili”* e *“invisibili”*, ovvero, sempre secondo l'autore, quando si prova un'emozione si verificano contemporaneamente alterazioni fisiologiche, comportamentali e di pensiero ed è molto importante comprendere ciò in modo da rendere concrete le emozioni: in questo modo gli allievi possono prendere coscienza delle proprie emozioni e, con il tempo, impararle a gestire.

L'aspetto che forse interessa di più, in questo contesto, è il fatto che ci sia uno stretto collegamento tra emozione e pensiero. Ovvero, le emozioni possono modificare il pensiero e i pensieri suscitano delle emozioni. Ad esempio, pensando a qualcosa di tragico, o comunque negativo, è sovente percepire un senso di tristezza. Questo senso di tristezza fa da filtro ad ogni successiva informazione che il soggetto riceve: in base allo stato d'animo che si ha si reagisce in modo diverso alle situazioni con cui si è confrontati. Oppure prima di un'interrogazione si è ansiosi e al momento dovuto sembra di non ricordarsi più nulla, come se i ricordi venissero momentaneamente cancellati, fin tanto che l'ansia è presente. Come sostiene Goleman (1998) *“Le capacità che fanno capo all'intelligenza emotiva funzionano in sinergia con quelle cognitive; chi è capace di prestazioni eccellenti dispone di entrambe. Quanto più il lavoro è complesso, tanto più conta l'intelligenza emotiva, se non altro perché una carenza in queste abilità può ostacolare l'uso dell'expertise tecnico e delle doti intellettuali – per quanto pronunciati essi siano. (...) quando sfuggono al controllo, le emozioni possono rendere stupidi individui intelligenti”* (pp. 37-38), basta pensare all'ansia prima di un'interrogazione che offusca la mente degli studenti (è come se per quel momento la mente si svuotasse e sembrerebbe che lo studente non abbia studiato).

Fino adesso ho cercato di definire cosa sono le emozioni, come si manifestano e l'importanza dell'apprendimento del loro controllo. Ma arrivando al nocciolo del discorso è di notevole importanza, come docenti, interessarsi di emozioni. Piatti L. e Terzi A. (2008) hanno individuato molteplici aspetti per i quali è importante considerare le emozioni. Eccone alcuni:

- per creare un clima positivo e collaborativo e potenziare le risorse del gruppo: In qualsiasi gruppo, piccolo o grande che sia, il clima affettivo che si respira, la qualità delle interazioni e lo stato di benessere o malessere influenzano la qualità del lavoro di gruppo;
- per promuovere la salute e prevenire il disagio: chi riesce a gestire le proprie emozioni vive meglio con sé e con gli altri (si abbassa il rischio di ricercare regolatori affettivi esterni come alcol o droga e non viene isolato). In questo modo è possibile diminuire la probabilità di malessere emotivo nella vita da adulti;
- per migliorare le relazioni: l'analfabetismo emotivo causa deficit di abilità sociali;
- eccetera.

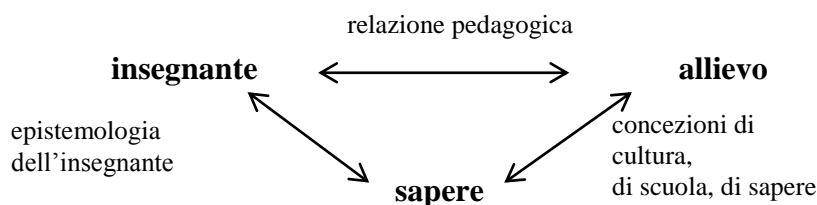
Quindi è molto importante che in tutto ciò che viene proposto agli allievi venga considerato anche l'aspetto emotivo, visto che, utilizzando le parole di Jean Piaget (scritte all'interno di una vecchia dispensa universitaria quando insegnava alla Sorbonne) *“L'intelligenza è il motore di un'automobile e le emozioni sono la benzina che permette al motore di funzionare”*. Ovvero, per far sì che l'apprendimento si verifichi, è necessario tenere conto delle emozioni e riuscire ad evocare negli allievi quelle positive, in modo che ci sia un'esperienza positiva memorizzata in rapporto alle attività eseguite a scuola. Infatti, accade spesso che, il ricordo di esperienze “negative” (nota insufficiente, punizioni in pubblico, ...) mette lo studente in una posizione “difensiva” di fronte ad una determinata disciplina o argomento, partendo con un'immagine negativa. Questo intralcia l'apprendimento e non permette all'allievo di costruire la conoscenza. Contrariamente, quando si apprezza una disciplina (per vari motivi) è più facile comprenderla e ricordarne i contenuti.

Misconcezioni: evitabili e inevitabili

Per un insegnamento il più adeguato possibile, il docente, oltre a tenere in considerazione l'aspetto emotivo del bambino, deve considerare anche la trasposizione didattica, da cui dipenderà il sapere dei suoi allievi. Per spiegare il concetto di trasposizione didattica, riprendo le parole di D'Amore (1999): *“La trasposizione didattica consisterebbe allora, dal punto di vista dell'insegnante, nel costruire le sue proprie lezioni attingendo dalla fonte dei saperi, tenendo conto delle orientazioni fornite dalle istruzioni e dai programmi (sapere da insegnare), per adattarli alla propria classe: livello degli allievi, obiettivi perseguiti. La trasposizione didattica consiste*

nell'estrarre un elemento di sapere dal suo contesto (universitario, sociale, eccetera) per ricontestualizzarlo nel contesto sempre singolare, sempre unico, della propria classe"(p.224).

La trasposizione didattica viene dunque intesa come quel processo che trasforma un sapere in un sapere da insegnare, in funzione del luogo, degli allievi e delle finalità didattiche che ci si pone. Si può quindi dire che gli "attori" di questo complesso processo siano tre: il sapere, l'insegnante e l'allievo. Il sapere viene "filtrato" dall'insegnante (attraverso la sua comprensibilità e le scelte riguardo gli aspetti che vuole trattare di un dato argomento), trasmesso agli allievi attraverso esempi, rappresentazioni eccetera per poi essere compreso dagli allievi. Si ruota dunque attorno a tre "saperi": il sapere (in questo caso matematico), il sapere da insegnare (in base ai programmi, scelte del docente ecc.) e il sapere insegnato (cosa è stato compreso dagli allievi). La trasposizione didattica viene rappresentata da D'Amore (1999) attraverso il seguente schema:



Dalla trasposizione didattica emergono di notevole importanza le scelte effettuate dall'insegnante per rendere comprensibile un concetto. Queste scelte, però, possono indurre a incomprensioni, o meglio, a quelle che vengono definite misconcezioni. D'Amore (1999) spiega questo affermando che: *“La misconcezione è un concetto errato e dunque costituisce genericamente un evento da evitare; essa però non va vista sempre come una situazione del tutto o certamente negativa: non è escluso che per poter raggiungere la costruzione di un concetto, si renda necessario passare attraverso una misconcezione momentanea, ma in corso di sistematizzazione”*(p.124).

Infatti, la misconcezione diventa un ostacolo dell'apprendimento quando diventa un concetto stabile, quando funge da modello scorretto. Ciò avviene, ad esempio, quando un docente rappresenta un concetto sempre allo stesso modo; di conseguenza, l'allievo compie una relazione diretta tra concetto matematico e la sua rappresentazione. Si confonde cioè quello che è il concetto in sé con la sua rappresentazione. Ad esempio: la maggior parte dei docenti quando parla di quadrato, lo rappresenta in modo “standard”, ovvero con i lati disposti in modo orizzontale e verticale rispetto a chi guarda la figura. Gli allievi, abituati a questa unica rappresentazione, fanno fatica a riconoscerlo se viene rappresentato in una “posizione” diversa. In questo caso si crea un'immagine di questa figura “definitiva”, come se fosse l'unica.

Il problema sta nell'astrazione dei concetti matematici. Per poter farsi comprendere dagli altri, ma soprattutto, affinché gli allievi capiscano, è necessario utilizzare la semiotica (utilizzo dei simboli, che possono essere disegni, oggetti, ...). L'abilità del docente sta quindi nel saper utilizzare diversi tipi di rappresentazioni per fare riferimento al medesimo concetto (ad esempio disegnare un poligono sempre in "posizioni" diverse, affinché gli allievi si abituino a "vederlo" e poi ad immaginarlo sempre da punti di vista diversi), in modo che la rappresentazione non diventi un modello, forte e stabile che includa le caratteristiche dell'oggetto stesso ma che diventi **un modo per poter intendersi**. Gli allievi devono impossessarsi delle proprietà del concetto indipendentemente da come esso viene rappresentato.

Diversi studi hanno trovato una categorizzazione delle misconcezioni, distinguendo quelle "evitabili" da quelle "inevitabili".

Le **misconcezioni "evitabili"** sono quelle che *"derivano direttamente dalla trasposizione didattica del sapere, in quanto sono appunto una diretta conseguenza delle scelte degli insegnanti (...) in effetti, capita spesso che, a complicare l'apprendimento dei concetti matematici, incidano le decisioni prese dall'insegnante, derivanti dalle proposte della noosfera (libri di testo, programmi, riviste,...), di fornire all'allievo giorno dopo giorno, sempre e solo univoche rappresentazioni convenzionali"* (Sbaragli, 2006).

Le **misconcezioni inevitabili**, invece, sono quelle che si formano inevitabilmente dalla necessità di dover rappresentare ciò di cui si sta parlando per potersi far capire dagli altri. Ad esempio, quando alla scuola dell'infanzia si dice che la porta ha la forma di un rettangolo, gli allievi per indicare un rettangolo disposto "orizzontalmente", dal loro punto di vista, potrebbero dire "rettangolo sdraiato", in quanto per loro un rettangolo è quella figura che assomiglia alla porta. Come sostiene Sbaragli (2005) *"Le misconcezioni possono essere viste come inevitabili momenti di passaggio che derivano dalle rappresentazioni che gli insegnanti sono costretti a fornire per poter presentare un concetto, che potrebbero contenere delle "informazioni parassite" rispetto al concetto matematico che si vuole trattare. Nell'affermare che, nel presentare un concetto, si è costretti a fare i conti con rappresentazioni realizzate per mezzo di segni, ossia con la semiotica, stiamo affermando, in linea con il pensiero di Duval (1993), che: non c'è noetica (acquisizione concettuale di un oggetto) senza semiotica (rappresentazione realizzata per mezzo di segni) e che la semiotica viene assunta come caratteristica necessaria per garantire il primo passo verso la noetica. Detto in altro modo (D'Amore, 2003): «In matematica l'acquisizione concettuale di un oggetto passa necessariamente attraverso l'acquisizione di una o più rappresentazioni semiotiche»*. Con queste parole si vuole cioè affermare che qualsiasi rappresentazione (disegno, linguaggio

eccetera) non conterrà mai le caratteristiche proprie astratte della matematica ed è dunque inevitabile che si creino alcune misconcezioni.

Insegnanti e ostacoli

Questa ricerca si svolge attorno al sapere degli allievi riguardo misconcezioni legate alle figure geometriche. Parlando però di allievi è inevitabile parlare anche di docenti. Come detto prima, esistono misconcezioni evitabili, che derivano cioè dalle scelte degli insegnanti stessi. Ovviamente essi non hanno come obiettivo quello di trasmettere ai loro allievi delle misconcezioni. Ciò è a volte dovuto dal fatto che loro stessi hanno cristallizzato in loro delle misconcezioni, delle quali probabilmente non ne sono neppure consapevoli. Quindi, durante la costruzione di concetti molto spesso si incontrano degli ostacoli. È però opportuno prima di tutto chiarire cosa si intende per formazione di un “concetto”: *“la formazione di un concetto avviene con un’operazione intellettuale che è guidata dall’uso delle parole che servono per concentrare attivamente l’attenzione, astrarre certi concetti, sintetizzarli e simbolizzarli per mezzo di un segno”* (Vygotskij, 1966, citato da D’Amore, 1999, p. 203).

Per quanto riguarda invece il termine “ostacolo” D’Amore afferma che (1999) *“(…) un ostacolo è un’idea che, al momento della formazione di un concetto, è stata efficace per affrontare dei problemi precedenti, ma che si rivela fallimentare quando si tenta di applicarla ad un problema nuovo. Visto il successo ottenuto (anzi: a maggior ragione a causa di questo), si intende a conservare l’idea già acquisita e comprovata e, nonostante il fallimento, si cerca di salvarla, ma questo fatto finisce con l’essere una barriera verso successivi apprendimenti”* (p.210).

È possibile distinguere tre tipi di ostacoli, designati da Brousseau (1988) ma per l’approfondimento rimando all’allegato 5.

Concludendo si può affermare che quando si insegna un concetto è buona cosa presentarlo utilizzando diversi tipi di rappresentazioni, in modo da fornire una panoramica più ampia ed evitare che le proprietà del concetto stesso siano strettamente legate ad una sua rappresentazione.

Domande di ricerca

- 1.) Gli allievi riescono a riconoscere due figure geometriche congruenti disposte in posizioni diverse e ad attribuire loro lo stesso nome?
- 2.) Gli allievi preferiscono¹ una figura geometrica disposta in posizione standard oppure non standard?
- 3.) Gli allievi scelgono maggiormente valori positivi della scala bipolare osservando una figura in posizione standard o non standard?
- 4.) Da quali fattori può dipendere l'attribuzione di valori positivi o negativi della scala bipolare osservando una figura geometrica disposta in una certa posizione?

¹ Con il termine “preferire” si intende quale figura piace maggiormente gli allievi tra le coppie proposte.

Ipotesi di ricerca

- 1.) Ipotizzo che la maggior parte degli allievi non riesca a riconoscere la congruenza di due figure disposte in posizioni diverse. La posizione influenza la percezione della figura stessa e gli allievi tendono ad assegnare due nomi diversi, a seconda della posizione in cui è disposta una figura. L'assegnazione di due nomi diversi, sottintende il non riconoscimento della congruenza tra le figure.
- 2.) Ipotizzo che gli allievi preferiscano una figura geometrica disposta in posizione standard, in quanto è per loro più familiare. Potrebbe essere la prima volta che gli allievi vedano una figura in posizione non standard e ciò potrebbe suscitare in loro emozioni negative.
- 3.) Ipotizzo che gli allievi scelgano dei valori positivi della scala bipolare prevalentemente per le figure geometriche in posizione standard, visto che sono abituati a vederle in questo modo. Una figura in posizione non standard potrebbe apparire “strana” o addirittura sconosciuta e quindi soggette a ricevere valutazioni negative nella scala bipolare.
- 4.) Ipotizzo che l'attribuzione dei valori nella scala bipolare dipende dalla familiarità o meno della figura osservata. Ovvero, se viene riconosciuta la congruenza tra una coppia di figure è probabile che vengano suscitate emozioni negative perché un allievo non si aspetterebbe mai di vederla in quel modo; se invece la congruenza non è riconosciuta le emozioni variano in base a ciò che gli allievi percepiscono come figura (ad esempio, nel caso del quadrato, un allievo potrebbe attribuire dei valori negativi al quadrato in posizione non standard, perché lui lo percepisce come rombo e, per vari motivi, preferisce ad esso il quadrato).

Metodologia

Questo lavoro è incentrato sulla scoperta delle emozioni, dei comportamenti e delle riflessioni degli allievi riguardo le misconcezioni legate alle figure geometriche, quindi ho ritenuto che una ricerca qualitativa fosse più appropriata rispetto a una di tipo quantitativo.

Il campione

Per effettuare questa ricerca ho avuto a disposizione due classi della scuola elementare: una di quarta (16) e una di quinta (24), per un totale di 40 allievi. Gli interventi si sono sviluppati in due fasi: prima il questionario poi l'intervista.

Il questionario

In entrambe le classi ho consegnato a ciascun allievo quattro fogli (v. allegato 1) da svolgere individualmente, stando attenta che nessuno potesse confrontarsi con i compagni.

Descrizione: su ogni foglio sono state presentate quattro figure (quadrato, trapezio, rombo e triangolo isoscele) ognuna ripetuta due volte consecutivamente ma in “posizioni” diverse, in modo da creare un confronto diretto: la prima figura è sempre presentata in modo “standard”, la seconda in modo “non standard”.

La scelta delle figure non è stata casuale: ho proposto quelle che gli allievi dovrebbero conoscere (secondo i programmi scolastici delle scuole elementari) e che vengono quasi sempre rappresentate sia dal docente sia dagli allievi stessi, nella stessa posizione. Grazie al confronto, le misconcezioni emergono in modo più evidente, in quanto l'allievo potrebbe riconoscere il quadrato come tale solo nel primo caso mentre lo potrebbe confondere con il rombo nella posizione non standard e questo proprio per la ragione spiegata precedentemente: utilizzando sempre la stessa rappresentazione si arrischia di creare un modello, il quale viene considerato come stabile e non modificabile. L'allievo potrebbe cioè arrivare a credere che la rappresentazione stessa veicoli le proprietà della figura invece di comprendere che quella è solo una fra le tante possibili rappresentazioni. Prendiamo l'esempio del quadrato e del rombo: disegnandoli sempre in posizione “standard”, l'allievo potrebbe arrivare a definire che il quadrato ha due coppie di lati verticali e orizzontali lunghi uguali e che il rombo ha quattro lati obliqui. Quindi, di fronte al quadrato disposto sul foglio con i lati “obliqui” potrebbe credere che si tratti di un rombo, visto che la posizione è diventata per lui vincolante.

Per ogni figura è stato chiesto di indicarne il nome, per poi assegnare un valore nella scala comprendente aggettivi opposti. Questa scala di aggettivi è stata pensata in modo da poter far esprimere le emozioni provate di fronte alla figura, senza ricorrere a domande aperte dirette. Infatti, è molto complesso riuscire ad esprimere e motivare un'emozione sia per noi adulti sia per allievi di scuola elementare.

Con esso è dunque possibile rilevare la valutazione che l'intervistato dà della sua percezione, espressa attraverso le scelte di valori all'interno del differenziale semantico (il significato di "valore" è descritto nel paragrafo "il differenziale semantico" a pag. 14).

L'intervista

Analizzando tutte le schede ho svolto un'intervista individuale² con alcuni tra gli allievi che hanno presentato misconcezioni legate al riconoscimento delle figure proposte e con alcuni che, nonostante abbiano riconosciuto le figure correttamente, hanno segnato valori diversi nelle scale riguardo una stessa figura. Potendo formulare domande pertinenti è possibile far emergere e chiarire le concezioni degli allievi e comprendere il motivo di emozioni diverse provate, per vedere se queste dipendono dalla posizione non "standard" di una figura geometrica.

Come misurare l'aspetto emotivo: il differenziale semantico

Uno dei problemi maggiori era quello di trovare una modalità per misurare l'intensità emotiva percepita dagli allievi durante l'osservazione di una figura geometrica. Visto che esplicitare le proprie emozioni è un compito difficile anche per gli adulti, documentandomi ho trovato molto interessante e adeguato un metodo ideato e sviluppato Osgood (1957): esso consiste in una scala bipolare definita da due aggettivi contrari. Questo metodo viene chiamato "differenziale semantico" e permette di quantificare il significato attribuito a un concetto o una situazione senza porre domande dirette. Oltre a ciò, permette di tracciare un "profilo" dell'oggetto dell'analisi in modo diretto e piuttosto semplice. Il differenziale semantico ha alcune caratteristiche che lo denotano come uno strumento efficace per rilevare le risposte emotive:

- *Un differenziale semantico è semplice da allestire, somministrare e interpretare. (...)*

² V. allegato 2

- *In letteratura la struttura di questa tecnica presenta un numero senza precedenti di validazioni interculturali e può essere facilmente utilizzata non solo con adulti di cultura o estrazione differente ma soprattutto con bambini e adolescenti.*
- *Ricerche che utilizzano un differenziale semantico possono essere confrontabili.* (Paolo Laoreti, pag. 11).

Ecco un esempio presente all'interno della scala presentata agli allievi, posta dopo ogni figura:

STRANA	3	2	1	0	1	2	3	NORMALE
--------	---	---	---	---	---	---	---	---------

Figura 1 Esempio di scala di differenziale semantico

Questa scala permette di misurare sia la direzione della risposta (Strana e Normale) sia l'intensità (che va da *del tutto* a *abbastanza*). Con la posizione 0 si intende una presa di posizione "neutra", il valore esprime "abbastanza", il valore 2 esprime "molto" e il valore 3 esprime "del tutto". Il significato dei valori è stato spiegato agli allievi di entrambe le classi ed esplicitato nelle schede a loro consegnate.

La scelta degli aggettivi opposti è stata fatta in modo che fosse possibile far emergere sia l'emozione provata di fronte alla figura rappresentata in una certa posizione (bella/brutta; semplice/complicata; utile/inutile) sia eventuali misconcezioni (vera/falsa; normale/strana; giusta/sbagliata).

Per analizzare i dati delle singole classi per ogni figura, ho effettuato una media dei valori attribuiti per ogni coppia di aggettivi. Questo è stato possibile, in quanto per ogni aggettivo i punteggi sono compresi da 0 a 3 e si riferiscono alla medesima figura.

I risultati di ogni classe

Le classi

Le classi in cui ho potuto svolgere la mia ricerca sono due: una di IV e una di V, che hanno seguito percorsi molto diversi per ciò che concerne la geometria.

La classe di quarta elementare non ha ancora trattato alcun argomento riguardante le figure geometriche; quella di quinta ha seguito un percorso basato sui programmi Cantionali Ticinesi delle scuole elementari (v. allegato 7).

Ho scelto quindi di analizzare i dati separatamente, in quanto le conoscenze di base che influenzano i risultati sono risultate molto diverse tra loro.

Classe IV elementare

Nonostante la mancanza di prerequisiti comuni legati alle figure geometriche, sono emerse misconcezioni soprattutto per quanto riguarda il quadrato (che per questa classe sarà la figura su cui mi concentrerò maggiormente visto che è la figura che tutti riconoscono). Questo dimostra quanto sia importante che un docente conosca il bagaglio di conoscenze che gli allievi possiedono prima ancora di affrontare un concetto in classe, in modo da progettare un percorso che permetta di modificare eventuali misconcezioni durante la costruzione del sapere dei suoi allievi.

Qui di seguito vengono riportati i risultati dei questionari proposti alla classe, analizzando e commentando ogni figura proposta. Nelle tabelle 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8 in nero sono segnati i valori compresi tra 0 e 3 della scala bipolare, mentre in *verde* il *numero di allievi* che ha segnato lo stesso valore per ogni coppia di aggettivi. Nell'allegato 3 è possibile osservare la tendenza dei valori assegnati per ogni figura, da tutta la classe.

Quadrato

Tabella 1 Quadrato in posizione standard

	3	2	1	0	1	2	3	
BRUTTA	2	0	6	2	1	3	2	BELLA
NORMALE	5	5	1	3	1	1	0	STRANA
SBAGLIATA	0	0	0	2	4	3	7	GIUSTA
VERA	3	4	1	5	0	1	2	FALSA
UTILE	3	3	3	3	1	3	0	INUTILE
COMPLICATA	1	0	1	0	3	2	9	SEMPLICE

Analizzando i dati è emerso che tutti gli allievi hanno riconosciuto il quadrato in posizione standard, in quanto hanno attribuito il nome matematico corretto. Un altro aspetto molto evidente è che il quadrato in posizione standard ha ottenuto soprattutto dei valori “positivi” (normale, giusta, vera, utile, semplice) che variano tra il 2 e il 3. Inoltre, la figura, rappresentata in questa posizione viene reputata più che altro semplice, giusta e bella (v. tabella 1).

Tabella 2 Quadrato in posizione non standard

	3	2	1	0	1	2	3	
BRUTTA	0	0	1	0	0	6	9	BELLA
NORMALE	3	4	0	0	1	5	1	STRANA
SBAGLIATA	0	1	0	1	5	2	7	GIUSTA
VERA	7	3	3	1	1	1	0	FALSA
UTILE	2	3	2	6	1	0	2	INUTILE
COMPLICATA	3	3	3	1	2	3	1	SEMPLICE

Tra i 9 allievi che hanno reputato il quadrato in posizione non standard come una figura “del tutto bella”, 6 lo hanno identificato come rombo, 2 come quadrangolo e uno come triangolo. Questo ha influito sulle loro risposte visto che hanno segnato valori riguardanti una figura evocata nella loro mente che non coincide con quella presentata nel questionario. Analizzando poi le risposte alla domanda “*Quale tra le due preferisci?*”, è possibile distinguere molte tipologie di risposte che motivano i valori attribuiti per ogni figura. Ecco alcuni esempi:

Preferenza per la figura in posizione standard (5 allievi): “*Preferisco il quadrato perché è semplice*” (Lu.J); “*Preferisco il quadrato perché io nei disegni lo uso molto*” (Sa.M); “*Preferisco il quadrato perché è semplice*” (Lu.J); “*Preferisco il quadrato perché è più semplice da disegnare*” (A.B). Su 16 allievi solo un’allieva ha riconosciuto il quadrato in posizione non standard preferendola alla prima “*Quella in basso perché è più bella*”.

Preferenza per la figura in posizione non standard (11 allievi): “*Preferisco il rombo perché ha una forma più bella*” (No.B); “*Preferisco il rombo perché mi attrae molto*” (Al. S); “*Io preferisco il rombo perché è storto ed è molto bello*” (Ar. C); “*Io preferisco il rombo. Perché ho pensato ad un’illusione*” (Al.D).

È possibile anche osservare che nella posizione non standard, ci sono stati 9 allievi ad attribuire un valore (compreso tra 1 e 3) all’aggettivo “complicata” e tutti hanno considerato questa figura come un rombo, un triangolo o un rettangolo: molto probabilmente perché attribuiscono il

valore ad una figura che reputano più difficile da conoscere. Nella tabella 1, invece, emerge che solo 1 allievo l'ha considerata “del tutto complicata”, pur riconoscendolo come quadrato.

Durante le interviste sono emerse molto chiaramente le misconcezioni legate alla posizione del quadrato. Le esperienze vissute dagli allievi riportano al fatto che il quadrato è sempre stato visto in posizione convenzionale, ad esempio nei giochi proposti alla scuola dell'infanzia, nei giochi di società svolti a casa, ... Una rappresentazione che si ripete sempre allo stesso modo diventa un modello fisso nella mente (come già evidenziato nella parte teorica) e difficile, ma possibile, da essere modificato. Per comprendere meglio le concezioni emerse, si rimanda alle interviste nell'allegato 2.

Trapezio

Tabella 3 Trapezio in posizione standard

	3	2	1	0	1	2	3	
BRUTTA	6	2	4	3	0	1	0	BELLA
NORMALE	0	2	0	0	1	3	9	STRANA
SBAGLIATA	1	3	7	4	0	0	1	GIUSTA
VERA	2	1	1	5	1	2	4	FALSA
UTILE	0	1	1	6	1	2	5	INUTILE
COMPLICATA	5	3	4	1	0	1	2	SEMPLICE

Nessun allievo ha riconosciuto la figura, o per lo meno non ha saputo attribuirgli il nome matematico convenzionale, visto che non è mai stata trattata in classe. Dalle tendenze dei valori è possibile osservare come una figura nuova come questa, scaturisca negli allievi delle scelte di valori che tendono maggiormente verso aggettivi “negativi” (brutta, strana, falsa, inutile, complicata) potrebbe però essere anche dovuto dalla mancanza di proprietà.

Tabella 4 Trapezio in posizione non standard

	3	2	1	0	1	2	3	
BRUTTA	3	2	2	0	3	1	3	BELLA
NORMALE	1	0	1	1	2	2	9	STRANA
SBAGLIATA	3	1	3	4	2	0	3	GIUSTA
VERA	2	1	3	6	1	2	1	FALSA
UTILE	3	2	0	5	3	1	2	INUTILE
COMPLICATA	3	3	4	3	1	0	2	SEMPLICE

Solo un'allieva su 16 ha attribuito un nome per il trapezio in entrambe le rappresentazioni, definendolo “romboide” e “bandiera” e preferisce quest'ultima dicendo “*La bandiera perché è più semplice e più adatta*” (A.C). Tutti gli altri invece non hanno scritto alcun nome.

Tra le risposte alla domanda “*Quale preferisci tra queste due?*” anche qui è possibile distinguere molte tipologie delle quali se ne riportano alcune.

Preferenza per la figura in posizione standard (8 allievi): “*Quella sopra perché mi sembra un quadrato*” (P.R); “*Quella in alto perché è più normale*” (Ka.C).

Preferenza per la figura in posizione non standard (8 allievi): “*Preferisco di più l’ultima perché è fatta meglio*” (Ala); “*Preferisco quella sotto perché quella sopra mi sembra falsa invece quella mi sembra vera*” (Sa.M); “*Preferisco quella sotto. Perché sembra più viva*” (Nu.P); “*Preferisco quella in basso perché è abbastanza complicata*” (Al.S).

Rombo

Tabella 5 Rombo in posizione standard

	3	2	1	0	1	2	3	
BRUTTA	0	1	1	2	1	0	11	BELLA
NORMALE	3	3	1	3	3	1	2	STRANA
SBAGLIATA	0	0	1	4	1	4	6	GIUSTA
VERA	4	6	3	2	1	0	0	FALSA
UTILE	3	0	2	7	0	1	3	INUTILE
COMPLICATA	4	0	4	5	1	1	1	SEMPLICE

Tra gli 11 allievi che hanno segnato “del tutto bella”, solo 2 hanno identificato il rombo come tale e uno lo ha denominato “diamante”. Tutti gli altri, invece, non hanno saputo identificarlo o attribuirgli il nome matematico convenzionale.

Tabella 6 Rombo in posizione non standard

	3	2	1	0	1	2	3	
BRUTTA	6	0	1	2	3	2	2	BELLA
NORMALE	0	3	3	2	1	1	6	STRANA
SBAGLIATA	1	2	3	4	3	1	2	GIUSTA
VERA	1	4	2	3	0	2	4	FALSA
UTILE	2	1	1	7	1	1	3	INUTILE
COMPLICATA	4	2	1	3	1	3	2	SEMPLICE

Nessun allievo ha riconosciuto la figura in posizione non standard e nessuno ha attribuito un nome alla figura. Le motivazioni delle loro preferenze sono molto diverse tra loro. Ecco alcuni esempi.

Preferenza per la figura in posizione standard (10 allievi): “*Quella sopra perché è più reale*” (P.R); “*Preferisco il rombo perché ha una forma più bella*” (A.C); “*Il diamante perché è molto bello e si adatta al femminile*” (S.V); “*Quella in alto perché sembra un cristallo*” (Al.S).

Preferenza per la figura in posizione non standard (6 allievi): “Quella sotto perché è come un quadrato” (Lu.Ju); “Mi piace di più quella sotto perché sembra un quadrato che prende aria” (Al.D); “La seconda perché è semplice” (Lu.P).

Triangolo

Tabella 7 Triangolo in posizione standard

	3	2	1	0	1	2	3	
BRUTTA	0	0	1	5	2	5	3	BELLA
NORMALE	4	2	2	3	3	2	0	STRANA
SBAGLIATA	0	1	1	6	1	2	5	GIUSTA
VERA	6	2	1	3	1	2	1	FALSA
UTILE	4	4	5	3	0	0	0	INUTILE
COMPLICATA	0	0	1	3	4	1	7	SEMPLICE

Tra i 10 che hanno considerato la figura in posizione standard con valori tendenti al “bella”, e reputato la figura tendenzialmente “semplice”, rientrano gli allievi che hanno riconosciuto il triangolo come tale. Infatti, su 16 allievi, 11 l’hanno identificato mentre gli altri 5 non hanno segnato alcun nome. Questo potrebbe dimostrare che la bellezza e la semplicità dipendono dalla conoscenza della figura.

Tabella 8 Triangolo in posizione non standard

	3	2	1	0	1	2	3	
BRUTTA	4	1	1	4	2	2	2	BELLA
NORMALE	3	5	2	3	0	2	2	STRANA
SBAGLIATA	2	0	1	6	2	3	2	GIUSTA
VERA	2	0	4	6	0	2	2	FALSA
UTILE	1	2	1	8	0	0	4	INUTILE
COMPLICATA	3	2	0	2	5	2	2	SEMPLICE

Ciò che è interessante rilevare dal confronto delle due figure sono i nomi ad esse attribuiti e le risposte sui questionari. Su 16 allievi, 2 hanno identificato il triangolo in posizione non standard mentre altri due l’hanno denominato “angolo giro” e “romboide”. Tutti gli altri invece non hanno assegnato alcun nome. Quindi, i valori attribuiti alla figura in posizione non standard, per questi 4 allievi sono basati su una figura evocata in loro ma che non coincide con quella presentata.

Le motivazioni degli allievi sulla loro preferenza tra queste due figure sono svariate e si potrebbero creare diverse categorie se si avessero a disposizione un numero più alto di allievi come campione. Nel mio caso, riporto alcune delle risposte più significative.

Preferenza per la figura in posizione standard (10 allievi): *“Quella in alto perché è più bella”* (Ka.C); *“Preferisco il triangolo perché penso al tetto di una casa”* (Al.D); *“La prima perché è più normale dell'altra”* (I.S); *“La prima perché è utile”* (Lo.P); *“Preferisco quella sopra perché si può trovare quasi dappertutto”* (Ar.C); *“La prima perché l'ho già vista”* (G.S).

Preferenza per la figura in posizione non standard (5 allievi): *“Quella sotto perché è molto utile”* (Nu.P → identifica la figura come un angolo giro); *“Il triangolo perché è più normale”* (P.R → si riferisce a quello in posizione non standard); *“Il triangolo perché è più normale”* (P.R); *“Preferisco quella in basso perché è molto strana”* (Al.S); *“Preferisco di più la seconda perché assomiglia un quadrato tagliato in verticale”* (Ala).

Classe V elementare

Questa classe segue il programma del DIMAT³ e ha già trattato argomenti di geometria, tra cui la costruzione dei poligoni regolari e di alcuni tipi di triangolo (scaleno, isoscele e rettangolo). La classe è costituita da 24 allievi di età compresa tra i 10 e gli 11 anni.

Nelle tabelle che seguono è possibile avere una panoramica generale dei risultati ottenuti dal questionario, riguardo al riconoscimento delle figure presentate e all'identificazione della congruenza tra le coppie di figure. In nero sono segnati i valori compresi tra 0 e 3 della scala bipolare, mentre in *verde* il *numero di allievi* che ha segnato lo stesso valore per ogni coppia di aggettivi.

Quadrato

Tabella 9 Quadrato in posizione standard

	3	2	1	0	1	2	3	
BRUTTA	0	1	3	0	10	9	1	BELLA
NORMALE	12	5	3	0	1	1	3	STRANA
SBAGLIATA	1	0	1	1	3	3	15	GIUSTA
VERA	13	5	3	0	2	0	1	FALSA
UTILE	5	6	5	0	2	4	2	INUTILE
COMPLICATA	3	2	0	2	2	5	16	SEMPLICE

Dalla tabella e dalle tendenze emerge molto chiaramente che gli aggettivi “positivi” (bella, normale, giusta, vera, semplice), tranne “utile”, sono stati scelti in modo molto marcato dagli allievi della classe e tutti hanno attribuito alla figura il nome matematico corretto.

Tabella 10 Quadrato in posizione non standard

	3	2	1	0	1	2	3	
BRUTTA	1	1	0	2	8	5	7	BELLA
NORMALE	6	5	5	1	3	0	3	STRANA
SBAGLIATA	0	1	4	0	3	8	8	GIUSTA
VERA	8	8	4	1	2	1	0	FALSA
UTILE	4	5	6	0	2	3	4	INUTILE
COMPLICATA	0	2	5	1	6	4	6	SEMPLICE

³ Si tratta di una concreta proposta pedagogica e didattica che vuole favorire l'insegnamento-apprendimento differenziato in ambito matematico, tenendo conto, entro limiti praticabili in situazione collettiva, delle caratteristiche degli allievi, delle esigenze e dello stile di insegnamento del docente, oltre che degli obiettivi essenziali del programma di matematica del II ciclo.

Su 24 allievi, 6 tra quelli che hanno assegnato un valore compreso tra 1 e 3 per l'aggettivo "giusta" hanno identificato la figura come un rombo o un quadrilatero, mentre i restanti 18 l'hanno riconosciuto come quadrato. Per meglio comprendere le attribuzioni assegnate per entrambe le figure, è necessario analizzare le risposte alla domanda "Quale tra le due preferisci?". Ciò che però è possibile evidenziare sono le preferenze e le motivazioni degli allievi, tra cui 17 hanno riconosciuto la congruenza e:

- 11 preferiscono la figura in posizione standard,
- 8 preferiscono la figura in posizione non standard
- 5 non hanno riconosciuto la congruenza e preferiscono la posizione standard.

Ecco alcuni esempi:

Preferenza per la figura in posizione standard (11 allievi, tra cui **6 hanno riconosciuto la congruenza**): "Preferisco il quadrato perché è più semplice" (M.V); "Preferisco il quadrato perché è più bello" (M.B); "Preferisco il quadrato perché mi piace di più come figura" (Ma.D); "Preferisco il quadrato perché con un quadrato puoi fare di più cose" (G.V) "Preferisco quella sopra perché si capisce meglio che è un quadrato" (M.W); "Queste due figure mi sembrano uguali ma preferisco quella sopra" (A.S); "Preferisco il primo quadrato perché è più semplice da disegnare e perché è in una posizione che ti fa capire subito che è un quadrato" (N.B); "Preferisco la prima perché mi è più familiare" (A.M).

Preferenza per la figura in posizione non standard (8 allievi, tutti hanno riconosciuto la congruenza): "Preferisco la seconda perché è girata in un altro modo e mi sembra più vera" (So.P); "Preferisco la seconda figura perché è posizionata in un modo poco usato" (Gr.M);

Trapezio

Tabella 11 Trapezio in posizione standard

	3	2	1	0	1	2	3	
BRUTTA	3	2	2	3	8	3	3	BELLA
NORMALE	5	3	3	2	5	3	3	STRANA
SBAGLIATA	1	1	1	4	5	3	9	GIUSTA
VERA	7	4	6	6	0	0	1	FALSA
UTILE	0	7	7	4	3	3	0	INUTILE
COMPLICATA	1	0	5	4	5	7	2	SEMPLICE

Su 24 allievi due l'hanno identificato rispettivamente come un quadrilatero senza specificare il nome particolare e romboide rettangolo; 14 allievi l'hanno identificato con il nome matematico (trapezio rettangolo), 6 l'hanno definito "trapezio", mentre due "trapezio scaleno".

Tabella 12 Trapezio in posizione non standard

	3	2	1	0	1	2	3	
BRUTTA	2	3	6	6	3	1	3	BELLA
NORMALE	2	2	3	1	8	2	6	STRANA
SBAGLIATA	0	0	4	8	3	5	4	GIUSTA
VERA	9	3	5	7	0	0	0	FALSA
UTILE	0	7	7	4	3	3	0	INUTILE
COMPLICATA	1	2	7	4	4	5	1	SEMPLICE

Di fronte al trapezio in posizione non standard, ci sono stati molti più allievi a scegliere un valore neutro per i vari aggettivi proposti. Su 24 allievi, 10 hanno riconosciuto la congruenza tra le due figure, indicando il nome matematico corretto. Tra questi, però, sei hanno attribuito un valore tendente all'aggettivo "strana". Per capire meglio questa loro scelta, è necessario valutare le risposte date alla domanda "*Quale preferisci tra le due?*" riportate qui di seguito. Oltre a questi 6 allievi, altri 10 hanno segnato valori compresi tra 1 e 3 per l'aggettivo "strana".

Preferenza per la figura in posizione standard (12 allievi → **6 hanno riconosciuto la congruenza**): "*Preferisco il primo trapezio perché è quello giusto*" (Ka); "*Il primo trapezio perché è più bello*" (S.Am); "***Preferisco la prima perché anche se è uguale a quella sotto mi piace***" (M.B); "*Preferisco il trapezio rettangolo perché mi attira di più dell'altra figura*" (C.S); "*Preferisco il trapezio perché è meno strano*"(M.V); "***Io preferisco la prima perché è più semplice da disegnare, visto che non è all'incontrario***" (A.B).

Preferenza per la figura in posizione non standard (5 allievi → solo un allievo non ha riconosciuto la congruenza): "*Preferisco il trapezio scaleno perché quando lo costruisco è più divertente*" (I.M); "*Preferisco la seconda perché la vedo sempre girata come la prima, vederla così è più bella*" (Gi); "*Preferisco il trapezio in basso perché è capovolto in un modo strano*" (E.B).

Nessuna preferenza (7 allievi → 4 hanno attribuito gli stessi valori per entrambe le figure): "*Nessuna perché non mi piacciono entrambe*" (S.S); "*Sono uguali*" (Ju); "*Io no vedo differenza tra queste due figure*" (A.S); "*Preferisco tutt'e due perché sono uguali*" (G.V); "*Non preferisco nessuna delle due perché sono uguali però mi piacciono allo stesso*" (Ma.D.); "*Non preferisco nessuna perché il trapezio è la figura che odio*" (N.B).

Rombo

Tabella 13 Rombo in posizione standard

	3	2	1	0	1	2	3	
BRUTTA	1	0	1	1	3	10	8	BELLA
NORMALE	10	4	3	4	1	1	1	STRANA
SBAGLIATA	0	1	0	2	3	5	13	GIUSTA
VERA	11	5	4	2	1	0	1	FALSA
UTILE	7	4	3	6	3	1	0	INUTILE
COMPLICATA	1	0	3	4	4	6	5	SEMPLICE

Tutti gli allievi hanno riconosciuto il rombo attribuendogli il nome matematico corretto. Dai risultati emerge molto chiaramente che la tendenza dei valori è spostata maggiormente verso gli aggettivi “positivi”. Questo può essere spiegato con il fatto che gli allievi conoscono bene la figura (dalle interviste è emerso che hanno imparato a costruirlo). Quelli invece che hanno segnato dei valori compresi tra 1 e 3 per gli aggettivi “falsa”, “complicata”, e “strana” spiegano di preferire la seconda figura, in quanto la percepiscono più semplice da costruire.

Tabella 14 Rombo in posizione non standard

	3	2	1	0	1	2	3	
BRUTTA	2	3	3	2	4	7	3	BELLA
NORMALE	5	5	3	2	4	3	2	STRANA
SBAGLIATA	0	2	2	5	1	7	7	GIUSTA
VERA	6	6	4	4	1	3	0	FALSA
UTILE	4	2	7	3	4	3	1	INUTILE
COMPLICATA	1	1	3	4	7	5	3	SEMPLICE

17 allievi su 24 non riconoscono la congruenza tra le due figure proposte e hanno assegnato un nome matematico scorretto (16: romboide⁴; 1: trapezio⁵ → motiva che sembrano uguali se girate ma attribuisce un altro nome probabilmente a causa della posizione). Tra i 9 allievi che hanno attribuito un valore tendente all’aggettivo “strana”, 4 hanno identificato la figura come un rombo; tra i 15 che hanno attribuito un valore tendente all’aggettivo “giusta”, 12 lo percepiscono come romboide o trapezio, quindi il valore assegnato si riferisce a una figura evocata nella loro mente che non corrisponde a quella generale. Invece, tra i 5 che hanno segnato valori compresi tra 1 e 3 per l’aggettivo “complicata”, 4 non hanno riconosciuto la congruenza tra le due figure e preferiscono la

⁴ Il rombo può essere identificato come romboide ma dalle interviste è emerso che gli allievi intendono il romboide come una figura diversa dal rombo.

⁵ Come sopra.

prima figura, in posizione standard. Questo significa che la semplicità dipende anche da ciò che preferiscono, dalla figura che piace di più. Confrontando i risultati di queste scale bipolari si può notare come le tendenze siano pressoché uguali in entrambe le rappresentazioni del rombo. Le differenze emergono chiaramente dall'analisi delle risposte aperte, riportate qui di seguito.

Risposte alla domanda “*Quale tra queste due preferisci?*”

Preferenza per la figura in posizione standard (15 allievi, tra cui **4 riconoscono la congruenza**): “*Preferisco più il rombo perché mi piace più la forma*” (G.V); “*Preferisco il rombo. Perché si nota che è più semplice*” (C.S); “*Preferisco il rombo perché è dritto*” (M.B); “*Preferisco il rombo perché quando lo costruisci puoi usare il compasso*” (I.M); “***Preferisco la prima perché è l'originale***”(Je.C); “***Quella sopra, perché è nella posizione giusta per capire che è un rombo***”(M.W); “***Preferisco molto di più la prima, la seconda mi sembra falsa, è più grande***” (S.P).

Preferenza per la figura in posizione non standard (6 allievi, tra cui **1 riconosce la congruenza**): “*La prima perché è meno strana*”(S.S); “*Preferisco la seconda perché mi è più facile dare una “nota”*”(A.M); “***Preferisco la seconda perché è posizionata in un altro modo***” (Gr.M); “*Preferisco il trapezio ma non so perché mi sembrano uguali se le giri!*” (A.S); “*Preferisco il romboide perché è un rettangolo impreciso*” (D.S).

Nessuna preferenza (3 allievi, tra cui 2 riconoscono la congruenza): 2 motivano di non preferire alcuna figura perché sono uguali; l'altro scrive semplicemente che non preferisce alcuna tra le due.

Triangolo

Tabella 15 Triangolo in posizione standard

	3	2	1	0	1	2	3	
BRUTTA	1	1	0	2	4	13	3	BELLA
NORMALE	7	7	5	2	2	0	1	STRANA
SBAGLIATA	0	0	0	4	6	2	12	GIUSTA
VERA	8	8	2	5	0	1	0	FALSA
UTILE	5	5	7	3	1	2	1	INUTILE
COMPLICATA	0	1	3	2	2	2	12	SEMPLICE

Su 24 allievi, 9 non hanno attribuito il nome matematico corretto alla figura e l'hanno denominata “triangolo scaleno” o “triangolo ottusangolo”. Tra i 19 che hanno assegnato un valore

tendente al “normale”, 7 l’hanno attribuito ad una figura che loro nominano in un modo matematicamente scorretto (ovviamente, non è possibile sapere se questi allievi hanno solo confuso il nome o la percepiscono come la figura da loro indicata). 20 allievi hanno attribuito un valore compreso tra 1 e 3 per l’aggettivo “giusta” mentre 4 hanno indicato il valore 0.

Tabella 16 Triangolo in posizione non standard

	3	2	1	0	1	2	3	
BRUTTA	3	0	3	2	5	8	3	BELLA
NORMALE	4	5	5	2	5	1	2	STRANA
SBAGLIATA	0	1	3	4	6	6	4	GIUSTA
VERA	8	4	2	5	4	1	0	FALSA
UTILE	6	7	7	4	0	0	0	INUTILE
COMPLICATA	0	1	2	4	5	4	8	SEMPLICE

Confrontando i dati con la tabella 15 e le tendenze del triangolo in posizione standard non c’è molta differenza. Su 16 allievi che attribuiscono un valore tendente all’aggettivo “giusta”, 7 si riferiscono alla figura da loro indicata, triangolo ottusangolo. Questo nome è stato scelto da 9 allievi. Quello che emerge è la difficoltà per alcuni allievi ad attribuire un nome alla figura: dalle interviste (v. allegato 3) si capisce molto bene come gli allievi non sappiano se identificare il triangolo in base alle caratteristiche dei lati (ad es. isoscele) o degli angoli (es: acutangolo). La percezione della figura viene “ingannata” in base alla posizione in cui si dispone la figura: il triangolo ottusangolo è sempre stato visto dagli allievi con l’angolo ottuso rivolto verso il basso del foglio, come se “appoggiasse”. Ancora una volta, quindi la rappresentazione funge da modello standard e dal quale dipendono le caratteristiche di una figura geometrica associate dagli allievi. Un’allieva identifica correttamente tutte le figure, aggiungendo però al nome l’aggettivo “inclinato” per tutte le figure in posizione non standard (quadrato inclinato; trapezio inclinato eccetera). Una situazione di questo tipo viene citata anche da Bruno D’Amore (1999), che rimando all’allegato 6 per l’approfondimento.

Analizzando le risposte della domanda “Quali tra queste preferisci?” emerge che i valori attribuiti dipendono dalla preferenza delle due figure: cioè che se un allievo preferisce la figura in posizione standard, attribuisce valori tendenti gli aggettivi “falsa”, “strana”, “brutta”, “inutile”, “complicata” per la figura in posizione non standard. Per confermare però questa affermazione occorrerebbe una ricerca più approfondita e con un numero maggiore di studenti, anche per poter delineare meglio delle categorie ben distinte per le risposte espresse. Nel mio caso, mi limito ad elencarne tre, che corrispondono a quelle relative le figure precedenti.

Osservazioni: su 24 allievi, 15 non hanno riconosciuto la congruenza tra le figure.

Preferenza per la figura in posizione standard (16 allievi, tra cui **8 riconoscono la congruenza**): *“Preferisco il primo triangolo perché mi piace di più lo scaleno”* (M.B); *“Preferisco il primo perché è più bello”* (Je.C); *“Preferisco il triangolo scaleno perché è più normale”* (I.M); *“preferisco il triangolo isoscele perché è più ordinato”* (G.V); *“Il triangolo in alto perché mi è più comune”* (E.B); *“Quella sopra perché è messa in un modo che si capisce che è un triangolo”* (M.W); *“Io preferisco la prima perché è “dritta e quindi è più semplice disegnarla”* (A.B); *“Il primo triangolo perché si capisce meglio che è un isoscele”* (N.B); *“Preferisco la prima perché la vedo molto più spesso”* (A.M); *“Queste due figure sono uguali ma in queste posizioni preferisco quella sopra”* (A.S).

Preferenza per la figura in posizione non standard (8 allievi, tra cui **3 riconoscono la congruenza**): *“Preferisco il triangolo ottusangolo perché assomiglia ai capelli cinesi”* (D.S); *“Il triangolo ottuso perché è bello”* (S.Am); *“Preferisco la seconda perché è messa in un modo che non si usa quasi mai”* (Gr.M); *“Preferisco la seconda perché è messa in un altro modo”* (Gi).

Risultati complessivi

Analizzando i dati complessivi di entrambe le classi è emerso che la maggior parte degli allievi ha preferito le figure in posizione standard (tabella 16).

Tabella 16

	Quadrato	Trapezio	Rombo	Triangolo
Percentuale degli allievi che hanno preferito la figura standard	53%	50%	63%	65%

Nella tabella 17 sono riportati i dati degli allievi che hanno riconosciuto le figure proposte.

Tabella 17

	Quadrato	Trapezio	Rombo	Triangolo	
Percentuale degli allievi che hanno riconosciuto la figura	100%	53% ⁶	65% ^{**}	65%	Posizione standard
	45%	38% [*]	18% [*]	25% ^{**7}	Posizione non standard

Anche la tabella 18 si basa solo sui risultati ottenuti nella classe di quinta, visto che non tutti gli allievi di quarta avevano i mezzi per poter identificare le figure proposte.

Tabella 18

	Quadrato	Trapezio	Rombo	Triangolo
Percentuale degli allievi che hanno assegnato lo stesso nome alla stessa figura (riconosciuto la congruenza)	71%	67%	29%	38%

A questo punto, posso cercare di rispondere singolarmente alle domande formulate all'inizio del progetto di ricerca e verificare le mie ipotesi.

⁶ * Risultato basato solo sui dati di quinta elementare, visto che gli allievi di quarta non avevano le conoscenze per poter riconoscere le figure.

⁷ ** Risultato basato su dati di quinta elementare più due di quarta, (allievi che hanno riconosciuto la figura).

All'inizio del mio progetto avevo ipotizzato che la maggior parte degli allievi non sarebbe stata in grado di riconoscere la congruenza tra le coppie di figure proposte, in quanto non essendo abituati ad osservare una figura in posizione non standard, gli allievi l'avrebbero percepita diversamente dalla figura in posizione standard. L'analisi dei dati ha parzialmente confermato quest'ipotesi: infatti, solo per il quadrato e il trapezio più della metà è stata in grado di riconoscere la congruenza tra le figure (rispettivamente il 71% e il 67%), mentre per quanto riguarda il rombo e il triangolo solo il 29% e il 38%, cioè meno della metà. Tra gli allievi che non hanno riconosciuto la congruenza, c'è chi ha affermato che due figure (se pur congruenti ma in posizioni diverse) non sono uguali perché sono disposte in modo diverso e chi invece fa un collegamento diretto con le proprietà della figura e la posizione in cui è rappresentata *“è un triangolo perché ha tre righe: 2 sono oblique e tre orizzontali.”*. Dalle interviste emerge molto chiaramente l'idea che gli allievi hanno riguardo alle figure geometriche: cambiando la posizione, cambia anche il nome della figura. La volontà di “girare” la figura per vederla in modo “corretto” dal loro punto di vista è molto forte. Questo si riallaccia a quanto detto nella parte teorica riguardo alle misconcezioni evitabili. La difficoltà nel riconoscere una figura in posizione non standard può derivare direttamente dalla trasposizione didattica, nella quale il docente utilizza di solito la stessa rappresentazione, che è poi diventata un modello forte e stabile in stretta relazione con le caratteristiche dell'oggetto stesso.

Riguardo alla preferenza di una figura in posizione standard o non standard, ho potuto confermare la mia ipotesi in quanto più della metà degli allievi preferisce una figura geometrica in posizione standard (vedi tabella 16). Contrariamente a quanto pensavo, è però emerso che vedere una figura in posizione non standard non suscita per forza emozioni negative: infatti, le percentuali degli allievi che preferiscono una figura in posizione non standard si situano tra il 35% e il 50% e derivano da motivazioni diverse. Tra queste, la curiosità e lo stupore (in senso positivo) di considerare una figura da un altro punto di vista, mai considerato.

Contrariamente a quanto avevo ipotizzato inizialmente, i valori medi delle tendenze sono pressoché uguali e tendono prevalentemente verso aggettivi positivi per le figure rappresentate sia in posizione standard sia non standard (vedi analisi dei risultati). Le motivazioni di tali assegnazioni sono molto differenti tra loro e, come già sottolineato precedentemente, dipendono da diversi fattori: il fatto di vedere una figura per la prima volta in una certa posizione ha suscitato in loro molto interesse e apprezzamento o viceversa disprezzo; l'evocazione di figure geometriche diverse da quelle presentate (quando è presente una misconcezione; ad esempio evocazione del rombo di

fronte ad un quadrato); preferenza o meno di una certa figura legata ad esperienze scolastiche (ad esempio semplicità/difficoltà nel costruirla eccetera). Analizzando però le risposte degli allievi in cui esplicitano il motivo della loro preferenza di una delle due figure, è emerso che l'assegnazione di valori negativi dipende soprattutto da ciò che la figura suscita in loro, o meglio dal fatto che una figura in posizione non standard non appare "vera" (ad esempio, riprendendo le motivazioni delle preferenze di una figura: *"Il triangolo in alto perché mi è più comune"* (E.B); *"Quella sopra perché è messa in un modo che si capisce che è un triangolo"* (M.W); *"Il primo triangolo perché si capisce meglio che è un isoscele"* eccetera.). Da questo progetto non è dunque emerso il fatto che alle figure in posizione non standard gli allievi attribuiscono sempre dei valori tendenti agli aggettivi negativi: quest'assegnazione dipende da molti più fattori.

Conclusioni

Questo lavoro mi ha permesso di comprendere l'importanza di presentare agli allievi le figure geometriche in posizioni diverse, in modo che abbiano una visione più ampia del concetto. Oltre a questo, è stato molto interessante osservare le varie risposte degli allievi: ci sono stati allievi che hanno apprezzato molto una figura in posizione non standard, spiegando che così non l'avevano mai vista né considerata.

Un altro aspetto che mi ha colpita molto è stato quello riguardante l'idea che i bambini hanno della geometria: una figura ha solo quelle proprietà esplicitate in un determinato modo dal docente. Ovvero, se il docente afferma che il rombo ha due diagonali perpendicolari, difficilmente un allievo amplia questa conoscenza ad altre figure.

La sensazione che ho avuto durante questo percorso è che gli allievi hanno una visione della geometria molto "ristretta", come se fosse una scatola chiusa con delle regole precise, da memorizzare in un certo modo. Diversamente dalle altre discipline, sembra che gli allievi non abbiano integrato le conoscenze geometriche alle loro, ma semplicemente affiancate. È vero che la geometria è astratta tuttavia è come se gli allievi non avessero costruito delle conoscenze ma esse fossero state impartite loro dall'alto, senza aver avuto l'occasione di costruirle, attraverso attività di manipolazione o altro, che fossero motivanti e coinvolgenti. A questo discorso si riallacciano le parole di Piaget, citate nella parte teorica: *"L'intelligenza è il motore di un'automobile e le emozioni sono la benzina che permette al motore di funzionare"*.

Come futura docente, credo che sia importante portare gli allievi a costruire le conoscenze cercando di far esplicitare a loro stessi le proprietà di una figura geometrica, in modo preciso e comprensibile. Ad esempio, si potrebbe far lavorare gli allievi a coppie, in cui a turno un compagno descrive all'altro le proprietà di un oggetto utilizzando solo il linguaggio orale (senza utilizzare né immagini né gesti), in questo modo gli allievi possono comprendere la necessità di essere precisi e di quanto possano essere ambigui i riferimenti spaziali di orientamento (obliquo, verticale eccetera). Si potrebbe inoltre abituarli ad utilizzare dei fogli rotondi anziché rettangolari in modo da non avere i riferimenti spaziali del foglio rettangolare che possono risultare vincolanti.

Per approfondire e comprendere meglio da quali fattori dipende l'assegnazione di valori riguardanti gli aggettivi della scala bipolare occorre sviluppare una ricerca mirata, che si concentri su questo argomento.

Limiti e possibili sviluppi

I limiti di questa ricerca sono stati principalmente: il tempo a disposizione, il numero ridotto di allievi come campione per poter generalizzare e il numero ridotto di interviste effettuate. Infatti, sarebbe stato interessante preparare più interviste semi-strutturate che indagassero maggiormente le cause delle assegnazioni dei valori nelle scale bipolari.

Per approfondire il discorso accennato in questo lavoro, sarebbe interessante sviluppare una ricerca in cui si possa indagare meglio sul riconoscimento o meno della congruenza tra le coppie di figure e chiedere ad ogni allievo il motivo delle loro scelte (capire ad esempio su cosa si basa il giudizio di semplice o complicato per una figura geometrica). Inoltre, sarebbe interessante consultare i quaderni e i classificatori degli allievi per verificare se il docente ha utilizzato sempre la stessa rappresentazione per riferirsi alle figure geometriche trattate.



Questa pubblicazione, Emozioni e misconcezioni legate alle figure geometriche, scritta da Roxana Renzi, è rilasciata sotto Creative Commons Attribuzione – Non commerciale 3.0 Unported License.

Bibliografia

- Cardano M. (2004). *Tecniche di ricerca qualitativa*. Roma: Carocci Faber.
- D'Amore B. (1999). *Elementi di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora
- D'Amore B. (2003). *Le basi filosofiche, pedagogiche, epistemologiche e concettuali della Didattica della Matematica*. Pitagora: Bologna.
- D'Amore B. & Sbaragli S. (a cura di). (2007). *Allievi, insegnanti, sapere.: La sfida della didattica della matematica*. Bologna: Pitagora Editrice.
- Fedeli D. (2006) *Emozioni e successo scolastico*. Roma: Carocci Faber.
- Goleman D. (1995). *Lavorare con intelligenza emotiva*. Bergamo: Rizzoli.
- Laoreti Paolo. (2006/2007). *Lavoro di diploma. Formazione Pedagogica. Posizioni geometriche, emozioni percepite: quale rapporto tra sensazione e comprensione?*. Locarno: Centro Didattico.
- Piatti L. & Terzi A. (2008). *Emozioni in gioco*. Edizioni La Meridiana. pp. 15- 49.
- Sbaragli S. (2006). *La matematica e la sua didattica, vent'anni di impegno*. Roma: Carocci Faber.
- Sbaragli S.(2006). *Le misconcezioni in aula. Articolo di divulgazione*. NRD Dipartimento di Matematica, Università di Bologna.
- Silverman D. (2004). *Come fare ricerca qualitativa*. Roma: Carocci Faber.

Manuali

Divisione della scuola. Ufficio dell'insegnamento primario. (1984). *Programmi per la scuola elementare*. (2° ed.).Repubblica e Cantone del Ticino. Dipartimento dell'istruzione e della cultura

Pagine web

Sbaragli S. (2005). Misconcezioni “inevitabili” e misconcezioni “evitabili”. *La matematica e la sua didattica*. Disponibile in:
<http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/sbaragli/Le%20misconcezioni%20inevitabili%20evitabili.pdf> [25.11.2010]

Sbaragli S. (2007). Area di base: matematico-scientifica. Le competenze matematiche nel nuovo curriculum biennale della formazione professionale. *Promuovere le competenze “per la vita”. Una didattica efficace per costruire il nuovo curriculum dei percorsi per l’Obbligo Formativo nella Formazione Professionale*. Disponibile in:

<http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/sbaragli/area%20matematica.pdf> [3.03.2011]

Tomasi Luigi (2010). Le difficoltà nell’apprendimento della matematica. Perché la matematica è difficile? *Laboratorio di didattica della matematica*. Disponibile in:

<http://www.matematica.it/tomasi/lab-did/pdf/labdidmat2.pdf> [18.03.2011]

Allegati

Allegato 1 La scheda proposta ad ogni allievo di entrambe le classi.

Qual è il nome di questa figura? _____



Segna con una crocetta ciò che ritieni più adatto

BRUTTA	3	2	1	0	1	2	3	BELLA
NORMALE	3	2	1	0	1	2	3	STRANA
SBAGLIATA	3	2	1	0	1	2	3	GIUSTA
VERA	3	2	1	0	1	2	3	FALSA
UTILE	3	2	1	0	1	2	3	INUTILE
COMPICATA	3	2	1	0	1	2	3	SEMPLICE

Qual è il nome di questa figura? _____



Segna con una crocetta ciò che ritieni più adatto.

BRUTTA	3	2	1	0	1	2	3	BELLA
NORMALE	3	2	1	0	1	2	3	STRANA
SBAGLIATA	3	2	1	0	1	2	3	GIUSTA
VERA	3	2	1	0	1	2	3	FALSA
UTILE	3	2	1	0	1	2	3	INUTILE
COMPICATA	3	2	1	0	1	2	3	SEMPLICE

Quale preferisci tra le due? Perché?

3 = del tutto
 2 = molto
 1 = abbastanza
 0 = neutro

Qual è il nome di questa figura? _____



Segna con una crocetta ciò che ritieni più adatto.

BRUTTA	3	2	1	0	1	2	3	BELLA
NORMALE	3	2	1	0	1	2	3	STRANA
SBAGLIATA	3	2	1	0	1	2	3	GIUSTA
VERA	3	2	1	0	1	2	3	FALSA
UTILE	3	2	1	0	1	2	3	INUTILE
COMPICATA	3	2	1	0	1	2	3	SEMPLICE

Qual è il nome di questa figura? _____



Segna con una crocetta ciò che ritieni più adatto.

BRUTTA	3	2	1	0	1	2	3	BELLA
NORMALE	3	2	1	0	1	2	3	STRANA
SBAGLIATA	3	2	1	0	1	2	3	GIUSTA
VERA	3	2	1	0	1	2	3	FALSA
UTILE	3	2	1	0	1	2	3	INUTILE
COMPICATA	3	2	1	0	1	2	3	SEMPLICE

Quale preferisci tra le due? Perché?

3 = del tutto
 2 = molto
 1 = abbastanza
 0 = neutro

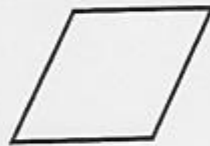
Qual è il nome di questa figura? _____



Segna con una crocetta ciò che ritieni più adatto.

BRUTTA	3	2	1	0	1	2	3	BELLA
NORMALE	3	2	1	0	1	2	3	STRANA
SBAGLIATA	3	2	1	0	1	2	3	GIUSTA
VERA	3	2	1	0	1	2	3	FALSA
UTILE	3	2	1	0	1	2	3	INUTILE
COMPICATA	3	2	1	0	1	2	3	SEMPLICE

Qual è il nome di questa figura? _____



Segna con una crocetta ciò che ritieni più adatto.

BRUTTA	3	2	1	0	1	2	3	BELLA
NORMALE	3	2	1	0	1	2	3	STRANA
SBAGLIATA	3	2	1	0	1	2	3	GIUSTA
VERA	3	2	1	0	1	2	3	FALSA
UTILE	3	2	1	0	1	2	3	INUTILE
COMPICATA	3	2	1	0	1	2	3	SEMPLICE

Quale preferisci tra le due? Perché?

3 = del tutto
 2 = molto
 1 = abbastanza
 0 = neutro

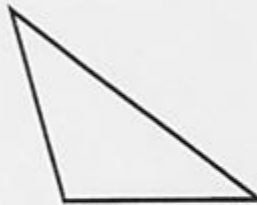
Qual è il nome di questa figura? _____



Segna con una crocetta ciò che ritieni più adatto.

BRUTTA	3	2	1	0	1	2	3	BELLA
NORMALE	3	2	1	0	1	2	3	STRANA
SBAGLIATA	3	2	1	0	1	2	3	GIUSTA
VERA	3	2	1	0	1	2	3	FALSA
UTILE	3	2	1	0	1	2	3	INUTILE
COMPICATA	3	2	1	0	1	2	3	SEMPLICE

Qual è il nome di questa figura? _____



Segna con una crocetta ciò che ritieni più adatto.

BRUTTA	3	2	1	0	1	2	3	BELLA
NORMALE	3	2	1	0	1	2	3	STRANA
SBAGLIATA	3	2	1	0	1	2	3	GIUSTA
VERA	3	2	1	0	1	2	3	FALSA
UTILE	3	2	1	0	1	2	3	INUTILE
COMPICATA	3	2	1	0	1	2	3	SEMPLICE

Quale preferisci tra le due? Perché?

3 = del tutto
 2 = molto
 1 = abbastanza
 0 = neutro

Allegato 2 Le interviste in quarta elementare

Gli allievi intervistati sono alcuni tra quelli che hanno denominato quadrato e rombo le prime due figure (entrambe un quadrato). Solo un'allieva ha riconosciuto il quadrato in entrambe le "posizioni" ma ha segnato emozioni diverse.

(R) = Intervistatrice

Intervista 1

Presenza di misconcezione (definisce rombo il quadrato in posizione non standard).

R: Come hai fatto a riconoscere che è un quadrato?

Ala: Perché ha quattro lati.

R: E come hai fatto a riconoscere che è un rombo?

Ala: Perché è capovolto così. È come un quadrato ma girato. Anche questo ha quattro lati ma è un quadrato girato.

R: Tu mi hai detto che il quadrato ha quattro lati. Questo quanti ne ha? (riferimento al quadrato in posizione non standard)

Ala: 1,2,3,4. 4. Però è girato.

R: Come mai hai detto che il quadrato è più bello?

Ala: Perché è più bello da vedere.

R: Come mai ti sembra molto falsa?

Ala: Quello del falso... non l'ho capito bene perché sono tutte vere visto che sono già state fatte. Però ci sono alcune false. Come questo rombo. Anche questo è un rombo (si riferisce al rombo della terza pagina).

R: Allora sono tutt'e due rombi?

Ala: No, questo è un quadrato capovolto.

R: Ma secondo te cambia se un quadrato è capovolto?

Ala: Sì.

R: Cosa cambia?

Ala: Cambia un po', però...

R: Se questo è un quadrato capovolto, non è più un quadrato?

Ala: No.

R: Le due figure secondo te possono essere uguali?

Ala: Sì se le giri.

R: Quindi sono uguali.

Ala: No, sono diverse.

R: Perché sono diverse?

Ala: Se lo giro è un quadrato invece questo è un quadrato capovolto.

R: Io invece ti dico che sono la stessa figura.

Ala: Sono le stesse?

R: Sì

Ala: Io l'avevo detto, però è un quadrato capovolto.

R: E se invece di dire che questo è un quadrato capovolto, diciamo che sono tutt'e due quadrati, sei d'accordo?

Ala: Sì, se questo lo taglio, lo giro e lo incollo, questo diventa un quadrato.

R: Perché lo devi girare?

Ala: Almeno diventa un quadrato come questo.

R: Io ho ritagliato il quadrato. Lo puoi sovrapporre sull'altro?

Ala: Sì guarda, si vede.

R: Allora sono tutt'e due un quadrato?

Ala: Sì.

R: Adesso che sai che entrambi sono un quadrato, metteresti le stesse crocette?

Ala: No, cambierei "falsa". Metterei abbastanza falsa.

R: Non metteresti giusta?

Ala: Sì potrei. Ma allora tutte sono le stesse figure ma capovolte?

R: Non so, tu cosa ne pensi?

Ala: Non sono sicurissimo. Hai ancora i cartoncini per le altre?

R: Sì.

(l'allievo prova con le altre figure e arriva al rombo...)

Ala: No! Anche queste sono uguali! (rombo).

R: Allora sono tutt'e due rombi?

Ala: No, solo il primo (riferito al quadrato).... No, questo! (il rombo)

R: Sei sicuro che queste due figure siano uguali?

Ala: Sì. Se la guardo così è uguale e questa devo guardarla così.

R: Come mai la seconda ti piace meno?

Ala: Perché sembra che sta cadendo. Cioè se fosse una costruzione, cadrebbe perché non c'è sotto niente.

R: Anche queste sono uguali?

Ala: Non so. Le hai girate?

R: Tu cosa ne pensi? (gira il foglio)

Ala: Sono un po' diverse, però penso che siano uguali.

R: Come mai questa non ti piace?

Ala: Non so. Non mi ero accorto che erano tutte girate se no mettevo che mi piacevano tutte. Basta che le giro.

R: Se non potessi girarle come potresti sapere che sono uguali?

Ala: Non so. No. il secondo sembra un quadrato tagliato a metà. Non è un triangolo.

R: Disegnami un triangolo (...). Com'è fatto?

Ala: Ha tre lati.

R: Allora questa figura è un triangolo?

Ala: Sì. Eh...non sono sicuro.

R: Quali crocette cambieresti?

Ala: Metterei che la seconda è strana. E che mi piace di più la prima.

Intervista 2

L'allieva ha riconosciuto il quadrato in entrambe le "posizioni" ma ha segnato come "più bella" la seconda.

R: Qui hai scritto che sia questo sia questo sono dei quadrati. Come hai fatto a capire che sono la stessa figura?

Ka: Perché si vede che sono uguali. Sono la stessa figura, cambia solo la posizione. Sono tutte così.

R: Come è fatto un quadrato?

Ka: Ha 4 lati, 4 angoli e righe dritte. E tutt'e due sono uguali.

R: (sfogliando il fascicolo le faccio notare che anche altre figure corrispondono alla descrizione appena fornita) Anche questa ha 4 lati e 4 angoli. Non è un quadrato?

Ka: No, perché no ha righe dritte, sono oblique.

R: Ma anche queste sono oblique (il quadrato in posizione non standard)

Ka: Sì ma questa è più schiacciata. (il rombo). Il quadrato no.

R: Come mai ti piace di più la seconda?

Ka: È più bella da vedere.

R: Come hai fatto a dire che questi due sono triangoli?

Ka: Perché hanno tre lati. Cambia solo la posizione ma sono la stessa cosa.

Intervista 3

Presenza di misconcezione (definisce rombo il quadrato in posizione non standard).

R: Come hai fatto a sapere che questo è un quadrato?

G: Perché lo sapevo già. L'ho già sentito e l'ho visto sui libri.

R: Come hai fatto a sapere che questo è un rombo?

G: Anche questo l'ho già sentito e visto sui libri.

R: Come potresti descrivere un quadrato a una persona che non può vederla?

G: Ha 4 angoli.

R: Anche questa ha 4 angoli.

G: Il quadrato ha i lati uguali e sono orizzontali e verticali.

R: E un rombo come lo descriveresti?

G: Ha 4 lati in diagonale.

R: E se io ti dicessi che entrambi sono quadrati?

G: Mh... sì, perché è girato.

R: Quindi tutt'e due sono un quadrato?

G Sì...(Sembra non essere convinta)

R: Non sei convinta?

G: No. Non ci credo.

R: Allora prova con questo cartoncino. Guarda se puoi sovrapporlo ad entrambe le figure.

G: Sì.

R: Quindi cosa puoi dirmi ora?

G: Che sono tutt'e un quadrato.

R: Come mai hai messo che la figura sopra è facile e quella sotto è complicata?

G: Perché è più facile fare delle righe dritte.

R: Adesso che sai che entrambe le figure sono un quadrato, metteresti ancora le stesse crocette?

G: Sì, metterei che la seconda è più bella.

...

R: Come hai fatto a riconoscere che è un triangolo?

G: Perché ha tre angoli.

R: E questo come si chiama?

G: Non so, non conosco il nome.

R: Come mai hai messo che la seconda è un po' sbagliata.

G: Perché non l'ho mai vista.

R: La prima l'hai già vista?

G: Sì sui fogli dei miei cugini che fanno la quinta.

R: Se io ti dicessi che sono la stessa figura?

G: *Hai il cartoncino?*

R: Sì.

G: *Allora...qui ci sta....e qui anche... sì sono uguali.*

R: Adesso che sai che sono entrambi un triangolo, cambieresti qualcosa?

G: *Mh...non so.... No.*

Intervista 4

Presenza di misconcezione (definisce rombo il quadrato in posizione non standard).

R: Me hai fatto a riconoscere che è un quadrato?

Ar: *Noi abbiamo fatto geometria e abbiamo studiato che se mettiamo le linee rette possiamo fare un quadrato.*

R: Questo ha linee rette?

Ar: *Sì ma sembra un quadrato, è storto. Ha delle linee rette ma ce le ha più storte.*

R: Quindi come hai fatto a riconoscere che questo è un rombo?

Ar: *Perché se vedo che è un quadrato però è girato sulle punte so che è un rombo.*

R: Questa ti sembra molto strana. Come mai? (riferito al quadrato in pos. non standard)

Ar: *Perché è storta e puoi disegnarla come un aquilone e ci puoi fare tante cose.*

R: E questa invece?

Ar: *Non lo si trova molto spesso in giro. Il rombo lo puoi disegnare per tante cose.*

R: Come potresti spiegare a qualcuno com'è fatto un quadrato?

Ar: *È una forma di geometria. Ed è fatta con delle linee rette.*

R: Prova a descriverla meglio.

Ar: *Gli faccio toccare qualcosa che sembra un quadrato. Come per esempio una foto, tipo così (... foto quadrate).*

R: E se tu fossi al telefono e non puoi farle toccare niente, come potresti descrivere la figura?

Ar: Non so.

R: Se io ti dicessi che entrambe son un quadrato?

Ar: Può essere un quadrato ma è girato sulle punte.

R: Quindi cambia?

Ar: Sì.

R: E se io ti dico che sono la stessa figura?

Ar: Potrebbe.

R: Puoi provare con questi cartoncini.

Ar: Sì sono tutt'e due quadrati però questo è girato sulle punte.

R: Mettiamo il caso che siamo in un paese fantastico e che nessuno abbia ancora dato un nome a queste figure, tu che nome daresti a queste? Anzi, sceglieresti un nome o due nomi uno diverso dall'altro?

Ar: Due nomi diversi perché non sono proprio uguali.

...

R: Come mai questa ti piace di più? (trapezio in posizione non standard)

Ar: Perché questa sembra più un tavolo mentre questo uno specchio girato.

R: Qui quanti nomi daresti?

Ar: Solo uno perché sono la stessa cosa. Cambia solo la posizione. Uno è messo girato.

Intervista 5

Presenza di misconcezione (definisce rombo il quadrato in posizione non standard).

R: Come hai fatto a riconoscere che questo è un quadrato?

Al: Dalle quattro parti e dai angoli.

R: Quali parti?

Al: Queste. Le linee.

R: Come hai fatto a riconoscere che questo è un rombo?

Al: Anche questo ha 4 angoli.

R: Ma anche questo ha 4 angoli.

Al: Sembra un quadrato girato.

Emozioni e misconcezioni legate alle figure geometriche

R: Quindi se un quadrato è girato lo chiami rombo?

Al: sì.

R: Come mai questa ti piace di più? (quadrato in pos. non standard)

Al: Perché sembra un'illusione.

R: Cosa intendi? Prova a piegarmi meglio.

Al: sai quei rombi dove in uno ce ne sono tanti e poi ti sembra che girano e che vanno sempre in dentro? Ecco quelli.

R: E se io ti dicessi che entrambe le figure sono un quadrato?

Al: Scrivere "quadrato".

R: Ma ci credi?

Al: No.

R: Cerco di convincerti. Ho portato le figure tagliate. Prova a vedere se va bene per tutt'e due.

Al: Sì va bene per tutt'e due.

R: Quindi sono entrambe un quadrato.

Al: Sì perché adesso questa ha preso la forma del quadrato.

R: Cosa intendi?

Al: Col cartoncino si vede che prende la stessa forma.

...

R: Come hai fatto a riconoscere che è un triangolo?

Al: Perché ha tre righe: 2 sono oblique e tre orizzontali.

R: E questo?

Al: È un triangolo girato.

R: Che caratteristiche ha un triangolo?

Al: Ha 3 linee e può essere grande o piccolo.

R: Come sono le linee?

Al: 1 orizzontale e 2 oblique.

R: Questa figura ha tre linee. Possiamo chiamarla triangolo?

Al: Sì perché è un triangolo ma un po' più girato.

R: E se ti dicessi che tutt'e due sono triangoli?

Al: Ci credo. Qui si vede.

Allegato 3: le interviste in quinta elementare

Le interviste svolte in questa classe sono state rivolte a quegli allievi che hanno presentato misconcezioni, non riconoscendo la congruenza tra le coppie di figure e hanno assegnato nomi diversi.

Intervista 1

R: Come hai fatto a riconoscere che questo è un quadrato

C.S: Si riconosce perché ha quattro lati e quattro angoli retti.

R: E questo come hai fatto a riconoscere che è un parallelogramma?

C.S: Si riconosce.

R: Da cosa?

C.S: Forse dai lati, dalla forma.

R: In che senso?

C.S: Come è fatta.

R: Che differenza c'è tra il quadrato e il parallelogramma?

C.S: Il quadrato diciamo che è un parallelogramma.... E se si gira il parallelogramma è uguale al quadrato però se lo guardi così gli angoli sono tutti diversi, il quadrato li ha retti, questo sotto li ha acuti.

R: Sei sicura che non siano la stessa figura?

C.S Se si gira sì, se li guardi così no.

R: Però mi hai detto che hanno angoli diversi. Se li giri, gli angoli cambiano?

C.S: Sì.

R: Ma tu giri solo la figura senza modificare nulla.

C.S: Sì, però cambiano.

R: E se io ti dicessi che queste due sono la stessa figura, tu mi credi?

C.S: Un po' sì e un po' no.

R: Potrebbero essere la stessa?

C.S: Sì.

R: E se ti dico che lo sono mi credi?

C.S: *Non tanto.*

R: Provo a convincerti.... (prendo il quadrato di cartoncino blu)

Prova a vedere se combacia con entrambe le figure.

C.S: *(ride). Sono la stessa figura.*

R: Come fai a dirlo?

C.S: *Perché questo (cartoncino blu) ci sta in tutt'e due. Quindi sono la stessa ma in posizioni diverse.*

R: Se questo quadrato lo giri, secondo te cambia nome?

C.S: Sì.

R: Allora ascolta. Mettiti in piedi per favore. (lei si alza). Tu ti chiami C.S., giusto?

C.S: Sì.

R: Adesso siediti per favore (si siede). Adesso ti chiami con un nome diverso?

C.S: *(ride) No!*

R: Quindi?

C.S: *Il quadrato anche se lo giri, rimane un quadrato.*

R: Adesso metteresti le stesse crocette?

C.S: *Sì. Non cambierei nulla.*

R: Come hai fatto a riconoscere che questo è un trapezio rettangolo?

C.S: *Ha due angoli retti.*

R: Che caratteristiche ha il primo?

C.S: *Ha sempre due angoli retti. Questo invece (sotto) ne ha uno...no due...*

R: Quindi?

C.S: *Dalla forma sembrano la stessa figura ma il lato obliquo è diverso. Bisognerebbe cambiare un po' di lati.*

R: Quindi non sono uguali le due figure?

C.S: No.

R: Io invece ti dico di sì.

C.S: Prova a convincermi...

R: Va bene, prova con questo (cartoncino blu)

(C.S. prova a far combaciare il trapezio blu con quello in posizione non standard ma non riesce, quindi l'aiuto io.)

C.S: Ah già. Sono uguali!

R: Come fai a dirlo?

C.S: Si vede che ci sta in tutt'e due. Se va in tutt'e due vuol dire che sono la stessa figura.

R: Quindi come si chiama questo?

C.S: Trapezio rettangolo.

R: Adesso, cambieresti qualche crocetta?

C.S: No. Lascerei tutte così.

R: Come hai fatto a riconoscere che è un rombo?

C.S: Si riconosce.

R: Da cosa?

C.S: Io ho provato a fare le diagonali.

R: Come mai?

C.S: Perché il rombo ha la diagonale maggiore e una minore.

R: E un parallelogramma che caratteristiche ha?

C.S: Ha i lati paralleli.

R: E non ha una diagonale maggiore e una minore?

C.S: No.

R: Prova a tracciare le diagonali nelle due figure.

(prova ma le sembra difficile farlo con la figura in posizione non standard)

C.S: No, ma perché se questa la giri è un rombo.

R: Se tu fossi la maestra e io un allievo, ti direi: mi hai detto che il rombo ha una diagonale maggiore e una minore, ma anche questa figura ce le ha. E che il parallelogramma ha due coppie di lati paralleli. Ma anche la prima li ha.

C.S: Ah, sì. Sono uguali.

R: Come fai a dirlo?

C.S: Se li giri sono uguali.

R: E se li lasci così?

C.S: No. Così, questo è un parallelogramma.

R: Ma è il discorso che facevamo prima. Se tu ti sdrai o stai in piedi sei sempre tu. O no?

C.S (ride) Sì.

R: Allora questi sono entrambi rombi o no?

C.S: Sì. Scrivere in tutt'e due rombo.

R: Vuoi provare col cartoncino?

C.S: Sì. (prova). Sì sì sono uguali.

R: Qui cambieresti qualche crocetta?

C.S: Sì. Qui metterei "vera del tutto".

R: Lasceresti "un po' strana"?

C.S: Sì.

R: Quali caratteristiche ha un triangolo acutangolo?

C.S: Ha due angoli acuti. E quello sotto ha un angolo ottuso, quindi quello sotto è un triangolo ottusangolo.

R: Cos'è un triangolo acutangolo?

C.S: Un triangolo con almeno due angoli acuti.

R: E uno ottusangolo?

C.S: Se ha un angolo ottuso. Mi è subito venuto all'occhio l'angolo ottuso. L'ho riconosciuto subito.

R: Se dovessi definire i triangoli in base ai lati, questo (il primo) com'è?

C.S: È isoscele, perché la base è di una lunghezza diversa dagli altri due.

R: E questo? (il secondo)

C.S: Questa è la base.... Questi due non sono uguali, Quindi è scaleno.

R: Ascolta, io ti dico che questi due triangoli sono uguali. Mi credi?

C.S: Se mi dai il cartoncino e provo , sì.

R: Ecco. Prova e dimmi cosa ne pensi.

C.S: Ah sì!.... allora sono tutt'e due isosceli!

R: Eh sì.

C.S: Ma non sembrano! Questo messo così sembra un angolo ottuso!

R: Quando provi col cartoncino ti convinci?

C.S: Sì, perché è una che va in due figure, quindi sono uguali, ma messe in posizioni diverse.

Intervista 2

R: Come hai fatto a riconoscere che è un quadrato?

J.M: È logico. Ho verificato con la squadra per vedere se ha 4 angoli retti. Poi so che un quadrato ha 4 lati e le sue diagonali formano angolo retto.

R: Come hai fatto invece a riconoscere che questo è un rombo?

J.M: Pensavo fosse un rombo. Non possono essere due quadrati, se no l'esercizio non avrebbe senso. e il rombo non ha le caratteristiche di un quadrato. È un quadrilatero.

R: Che caratteristiche ha un quadrilatero?

J.M: È un po' storto, ha 4 angoli acuti.

R: Ma il rombo non ha 4 angoli acuti, o sbaglio?

J.M: Sì. (guarda la figura attentamente).. ah no! Ah sì ha 2 ottusi. Allora un quadrilatero non ha angoli retti. Il quadrato sì.

R: In questa figura non ci sono angoli retti? (quadrato non convenzionale)

J.M: No. (osserva meglio)... ah....sì... se la giri sì. Così on si vedevano.

R: Secondo te queste due posso essere le stesse figure?

J.M: Mh...se le giri forse sì, ma così no. È stata messa in un'altra posizione per far sembrare un'altra figura.

R: Io ti dico che sono la stessa figura. Mi credi?

J.M: Mh... non molto...

R: Provo a convincerti. Guarda ho ritagliato la figura sopra su un foglio blu. Prova a sovrapporlo su entrambe e vediamo cosa succede.

J.M: (prova col cartoncino blu) Ah sì sono uguali. Adesso lo vedo.

R: Da cosa? Come fai a dire che sono uguali?

J.M: Sono tutt'e due un quadrato perché il cartoncino ci sta sia sopra sia in quella sotto. E se quella sopra è un quadrato, allora anche quella sotto.

R: Adesso che sai che entrambe sono un quadrato, metteresti le stesse crocette?

J.M: No, adesso metterei (in quella non convenzionale) del tutto normale invece che neutro.

R: Come hai fatto a riconoscere che questo è un trapezio rettangolo?

J.M: Perché ha due angoli retti, 2 lati paralleli, 2 angoli acuti.

R: E come hai fatto a riconoscere che questo è un trapezio scaleno?

J.M: Perché (guarda la figura)... ma è al contrario. Tu l'hai messo per far cascar la mente! Lo scaleno ha 2 angoli retti, lati di misure diverse, qualsiasi e 2 angoli acuti. Questo ha tutti i lati di lunghezza diversa.

R: Quindi è un trapezio scaleno?

J.M: Questo sì, messo così sembra proprio di sì!

R: Che differenza c'è tra un trapezio rettangolo e uno scaleno?

J.M: Il trapezio rettangolo ha 2 lati paralleli. Cambia tanto. Sono i lati che cambiano.

R: Ma secondo te queste sono la stessa figura?

J.M: No.

R: Io invece dico di sì e provo a convincerti ancora con una figura blu.

J.M: (prova).... Mh...sì sono uguali... solo che sono state girate.

R: Allora che figura sono?

J.M: Sono trapezi scaleni-rettangoli. Possono essere tutt'e due visto che sono la stessa figura.

R: Quindi per te, quello sotto è scaleno?

J.M: Se lo giri no, diventa rettangolo.

R: Ma come? Non avevi detto che sono la stessa figura?

J.M: Sì... aspetta non capisco più niente... sì, allora.... Sono trapezi rettangoli tutt'e due, perché se il primo ci sta in quello sotto, anche quello sotto è rettangolo. Possiamo passare alla prossima figura?

R: Sì!

R: Come hai fatto a riconoscere che è un rombo?

J.M: Ha 4 lati lunghi uguali, 4 angoli acuti (ci pensa)...no, 2 sono ottusi, ha le diagonali che servono per calcolare l'area e disegnarlo.

R: E come hai fatto a riconoscere che questo è un romboide?

J.M: Perché ha 4 lati paralleli (cioè due coppie), 2 angoli acuti e 2 ottusi. Sembra un po' un quadrato.... Il quadrato è la base di tutte le figure, basta cambiarle un po'...

(ragiona un po' sulle caratteristiche appena elencate e poi afferma:) *ah, sì sono uguali.*

R: Come fai a dirlo?

J.M: Si vede. È il rombo girato un po' e quindi si chiama romboide.

R: Come? Ma se lo disegni in un'altra posizione cambia nome?

J.M: Sì... cioè aspetta... ma chi ha fatto questi fogli vuole confondere le idee. Allora tutte le coppie di figure sono uguali! In geometria le figure messe in un'altra posizione cambiano nome.

R: Chi te l'ha detto?

J.M: È un parere! Allora c'è un doppio nome per ogni figura, come ad esempio romboide-rombo. Una figura può avere due nomi.

R: Ma come non avevi detto che queste sono la stessa figura?

J.M: Sì, ma se questa la guardi così, è un romboide e se la guardi così è un rombo. Quindi è un rombo-romboide.

R: Quindi sono la stessa?

J.M: Sì.

R: Vediamo i triangoli: come hai fatto a riconoscere che questo è un triangolo isoscele?

J.M: Perché ha due lati uguali.

R: Cosa intendi?

J.M: Che sono lunghi uguali.

R: Che hanno la stessa lunghezza?

J.M: Sì.

R: E come hai fatto a riconoscere che questo è un triangolo ottuso?

J.M: Perché ha un angolo ottuso.

R: Indicami l'angolo ottuso.

J.M: Questo (indica quello in basso, rispetto all'orientamento verticale del foglio, del triangolo non standard).

R: Sei sicuro che è ottuso?

J.M: Sì, il triangolo ottuso l'abbiamo sempre disegnato così.

R: Come fai ad essere certo che sia ottuso?

J.M: Dovrei misurarlo col goniometro.

R: Ma un angolo ottuso è maggiore o minore rispetto all'angolo retto?

J.M: Maggiore.

R: E questo come ti sembra? Puoi guardarlo come vuoi.

J.M: Ottuso, ma se lo giro non più, diventa acuto.

R: Secondo te è possibile che senza toccare la figura ma solamente girando il foglio, gli angoli cambiano?

J.M: No. Non hai il cartoncino blu anche per il triangolo?

R: Sì, tieni.

J.M: Allora qui ci sta (il primo triangolo) e qui... anche! Ma allora vedi! Sono la stessa figura anche queste due. Ma non sembra acuto quest'angolo messo così. Però col cartoncino si vede bene che sono la stessa cosa.

R: Cosa pensi adesso?

J.M: È sempre la stessa cosa solo con nomi diversi. Ma se li studi puoi capire e arrivare a trovare un nome solo.

R: In che senso?

J.M: E che se studi geometria, poi puoi arrivare a capire veramente che hanno lo stesso nome.

R: Adesso che hai visto che sono la stessa figura, che nome assegneresti alle due figure?

J.M: Lo stesso nome, triangolo ottusangolo isoscele.

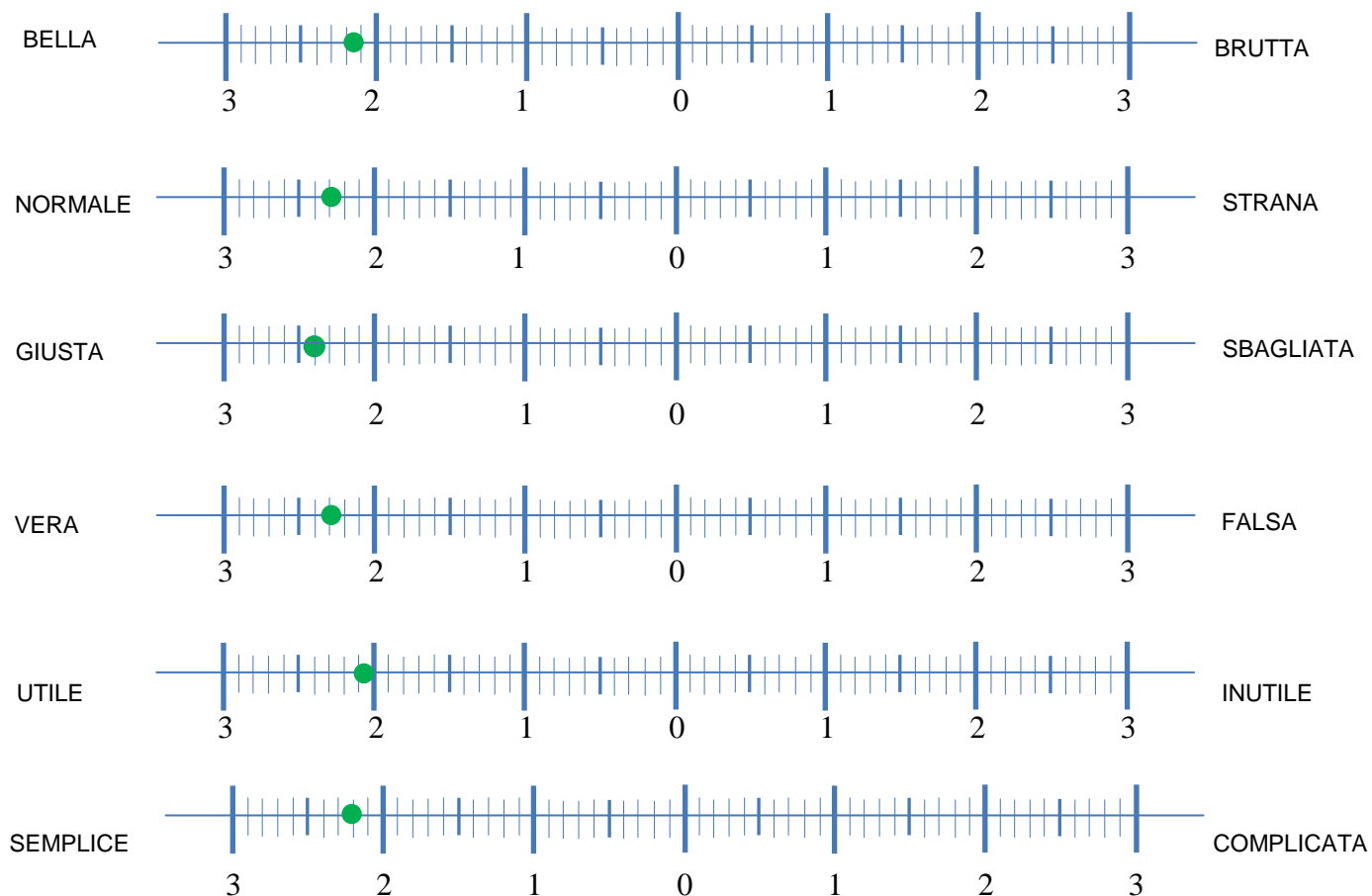
R: Cambieresti qualche crocetta?

J.M: No, lascerei tutto così.

Allegato 3 Tendenza dei valori assegnati per ogni figura, di IV elementare

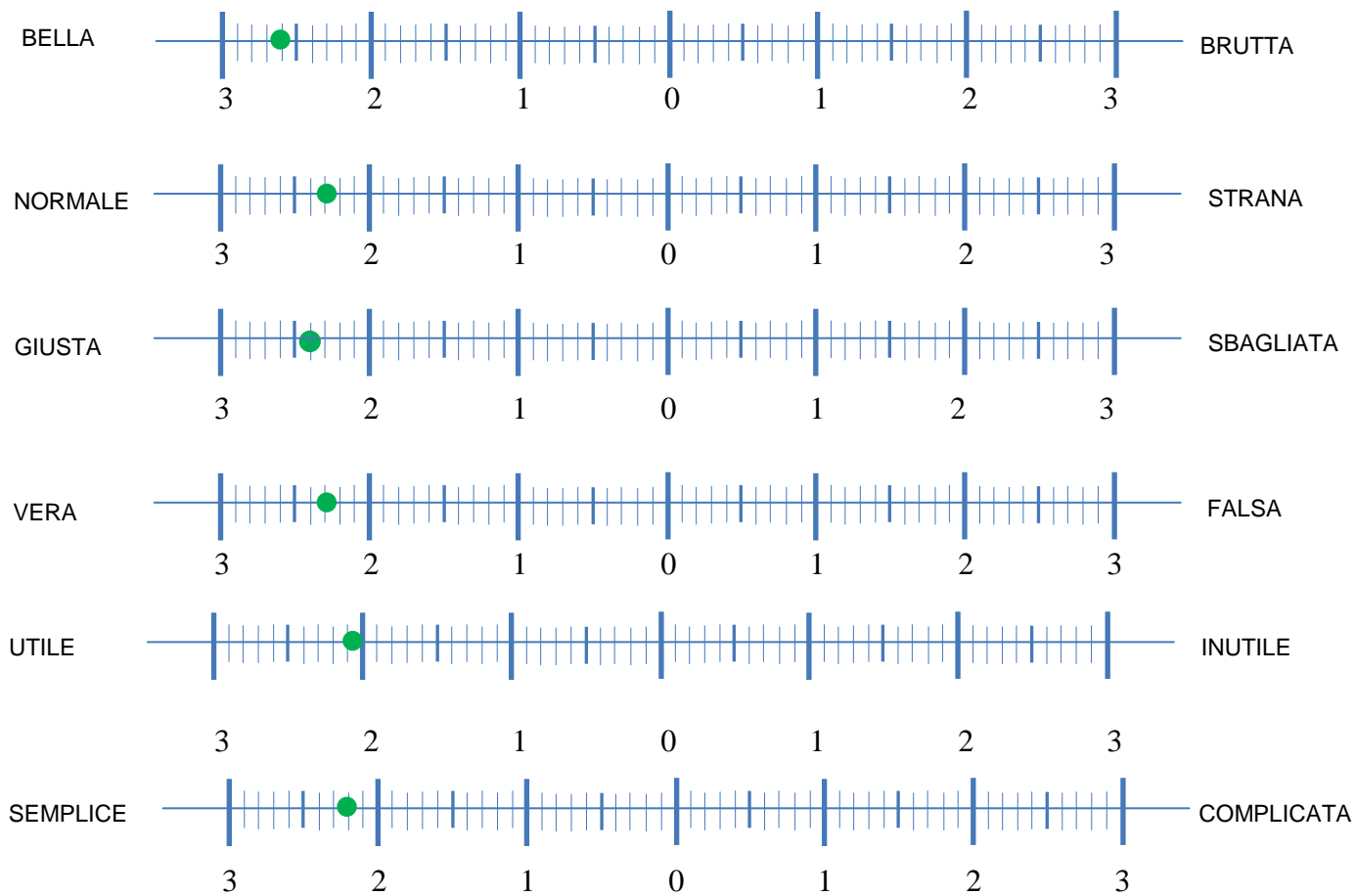
Quadrato in posizione standard

Tendenza dell'attribuzione dei valori di tutta la classe, per ogni coppia di aggettivi



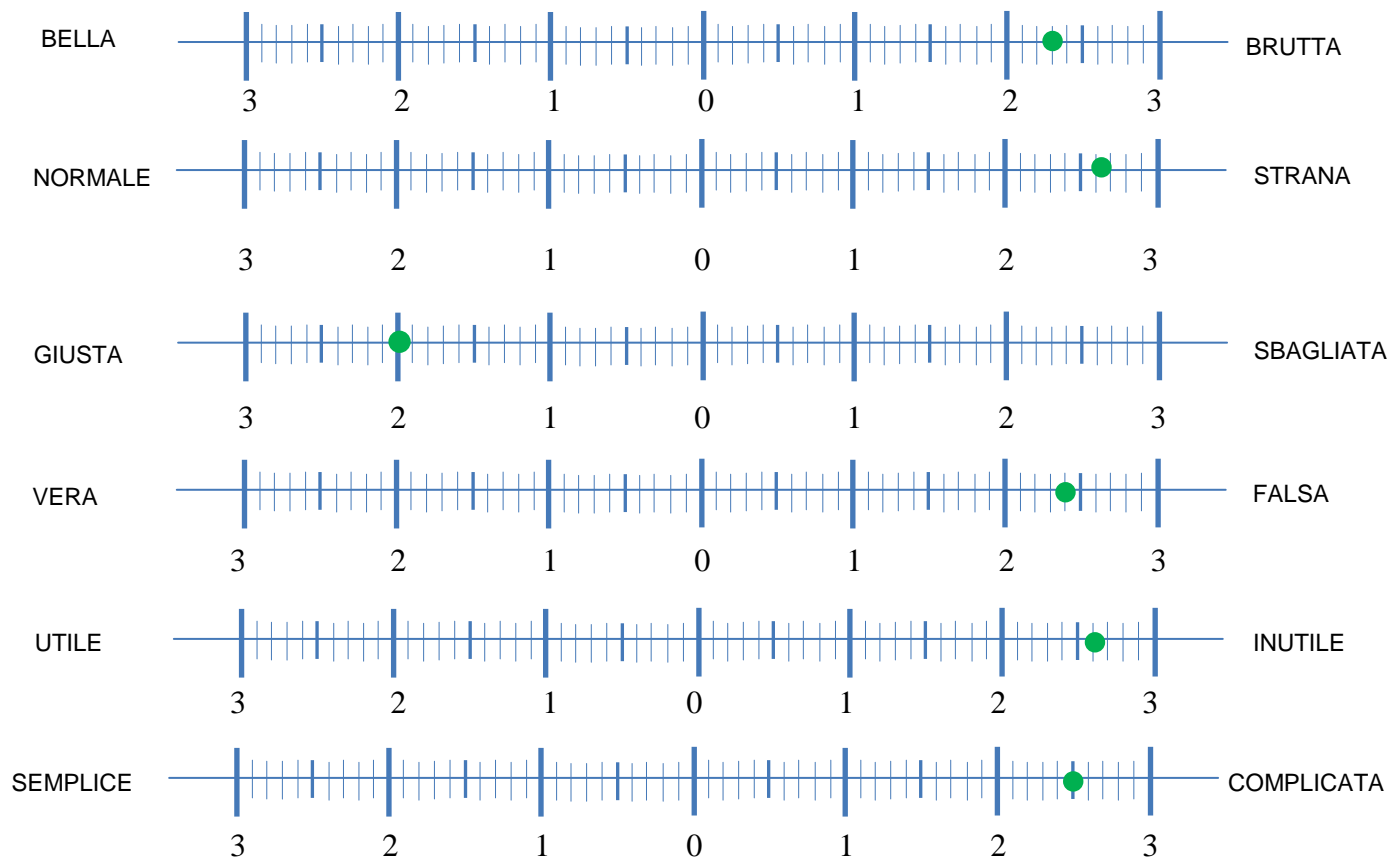
Quadrato in posizione non standard

Tendenza dell'attribuzione dei valori di tutta la classe, per ogni coppia di aggettivi.



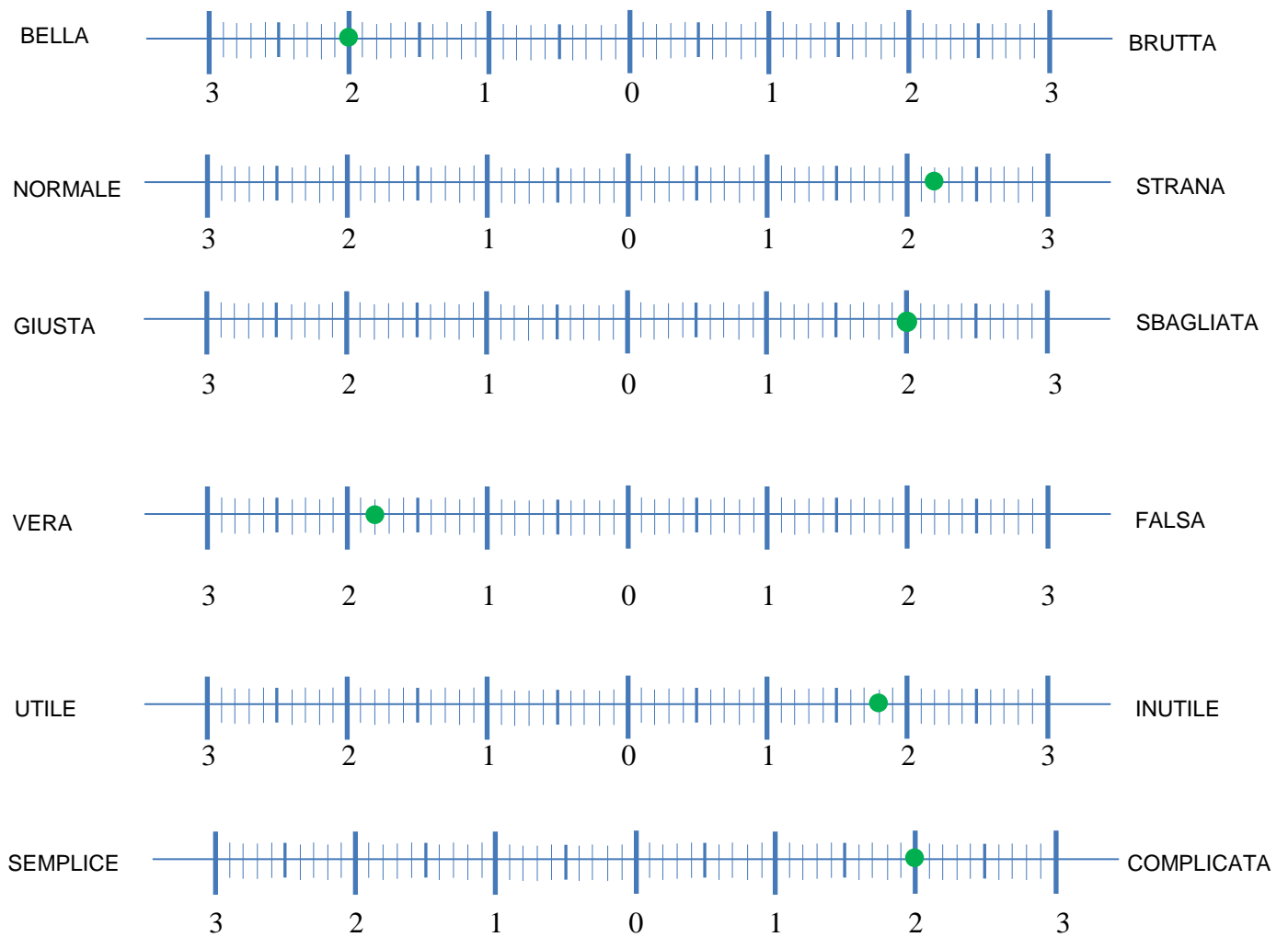
Trapezio in posizione standard

Tendenza dell'attribuzione dei valori di tutta la classe, per ogni coppia di aggettivi



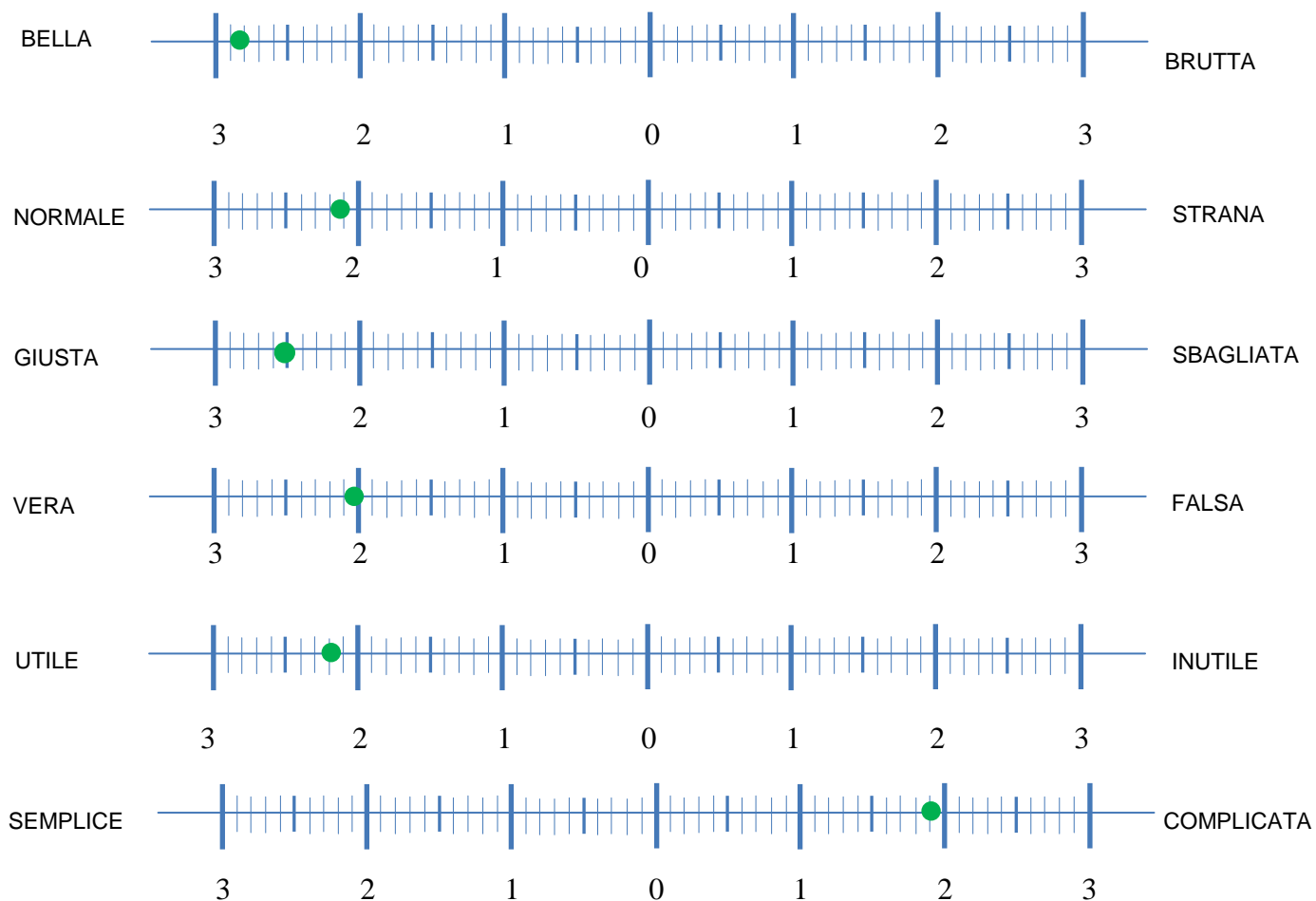
Trapezio in posizione non standard

Tendenza dell'attribuzione dei valori di tutta la classe, per ogni coppia di aggettivi



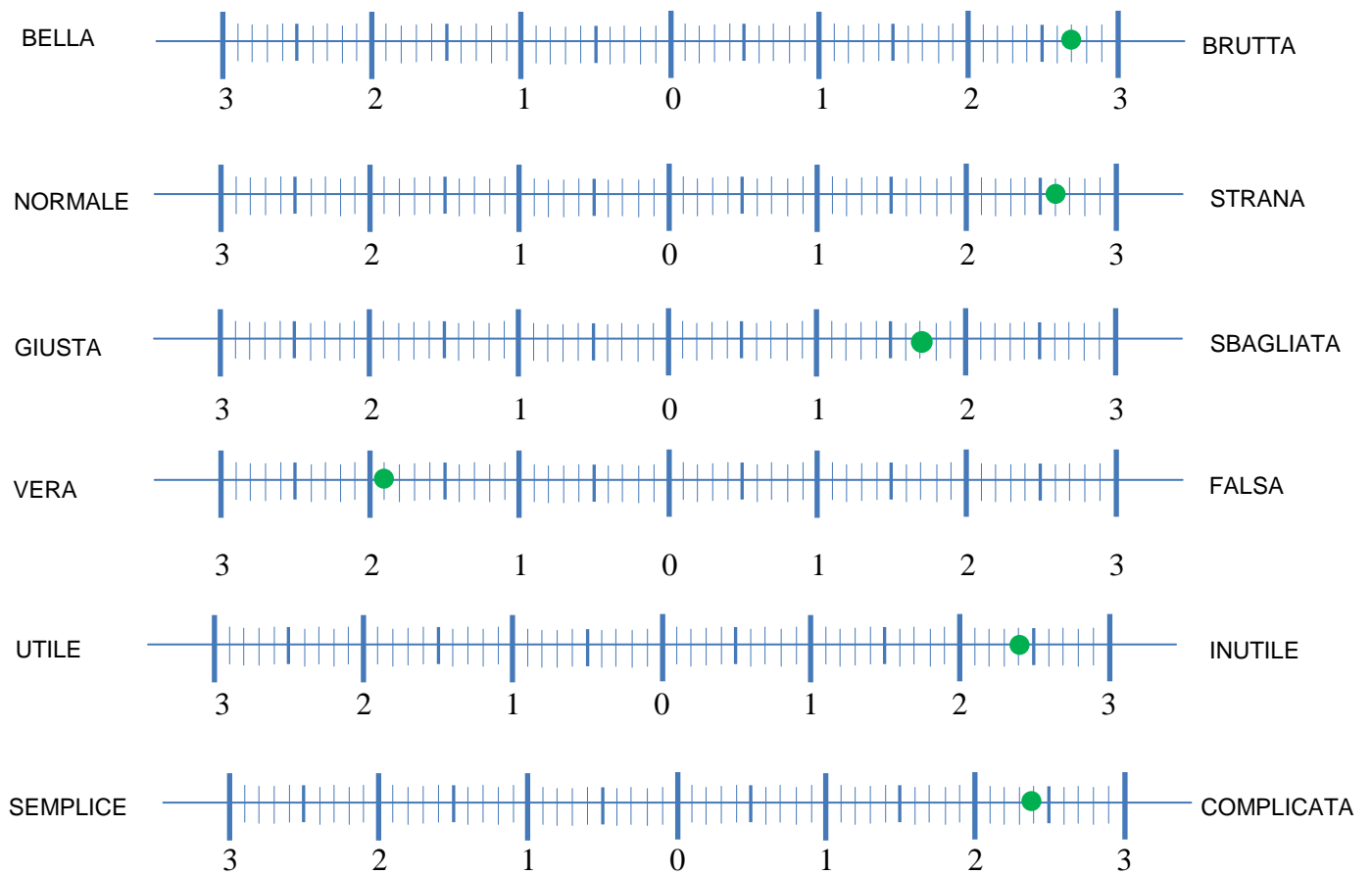
Rombo in posizione standard

Tendenza dell'attribuzione dei valori di tutta la classe, per ogni coppia di aggettivi



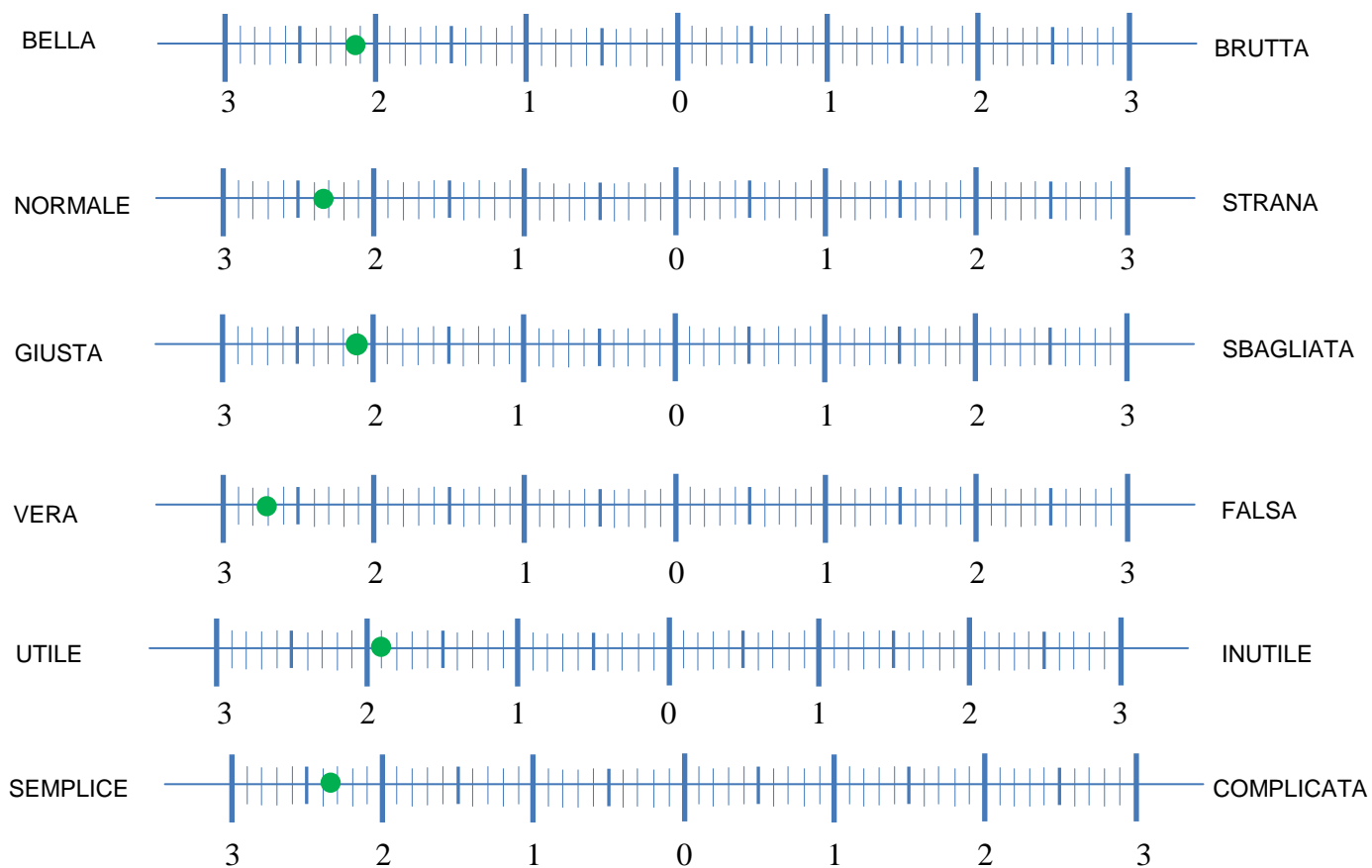
Rombo in posizione non standard

Tendenza dell'attribuzione dei valori di tutta la classe, per ogni coppia di aggettivi



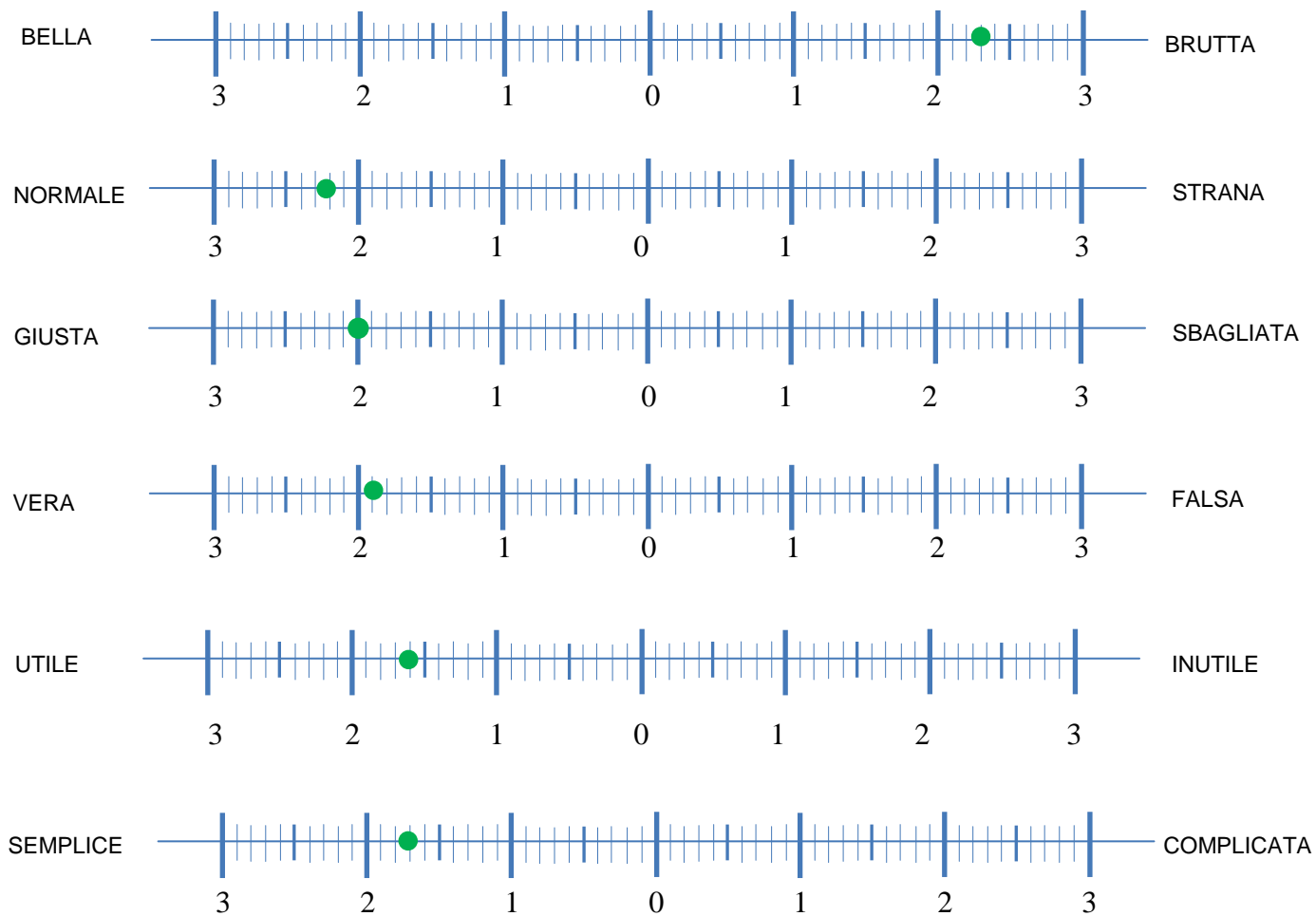
Triangolo in posizione standard

Tendenza dell'attribuzione dei valori di tutta la classe, per ogni coppia di aggettivi



Triangolo in posizione non standard

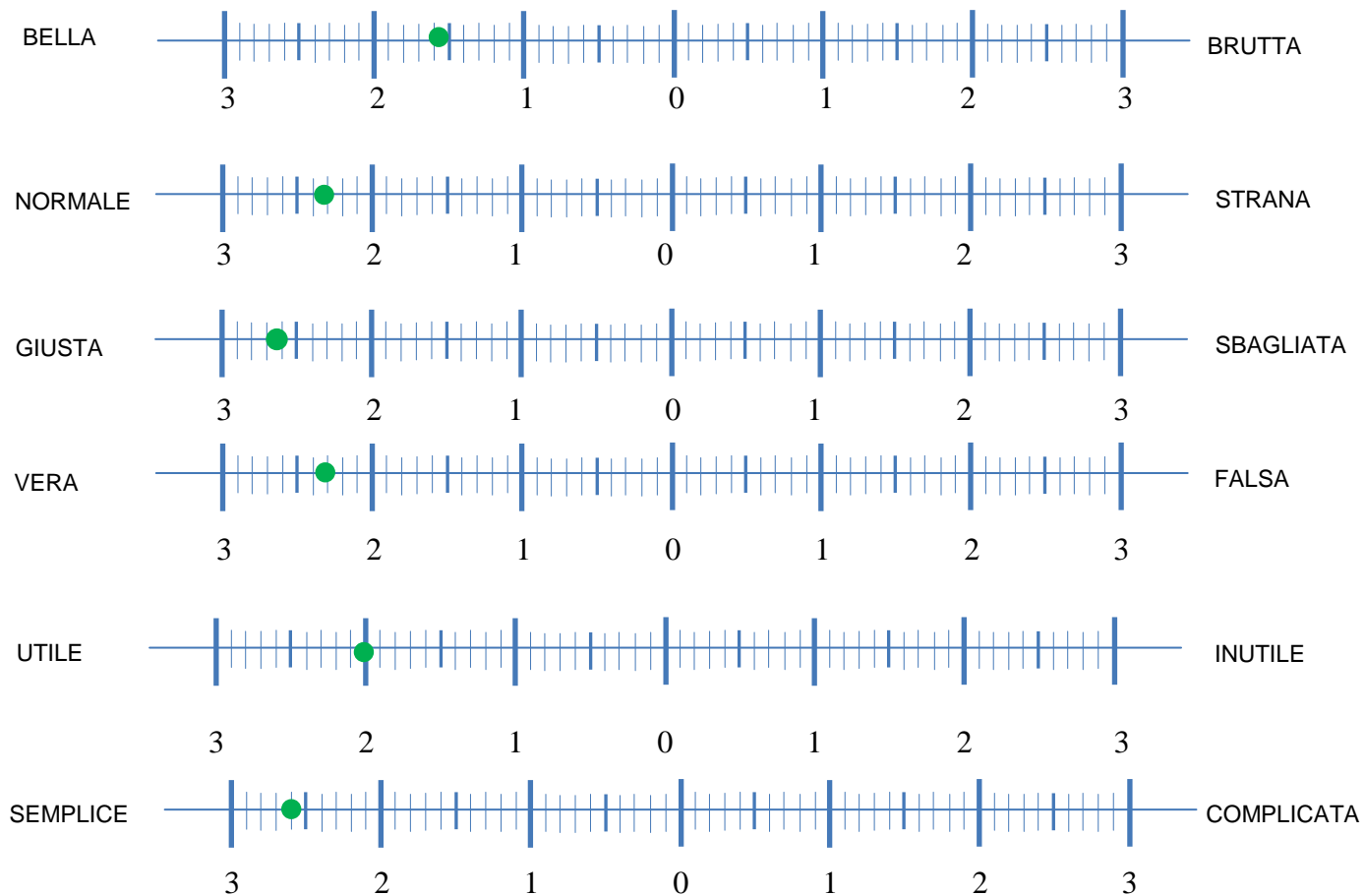
Tendenza dell'attribuzione dei valori di tutta la classe, per ogni coppia di aggettivi



Allegato 4 Le tendenze dei valori assegnati per ogni figura, di V elementare

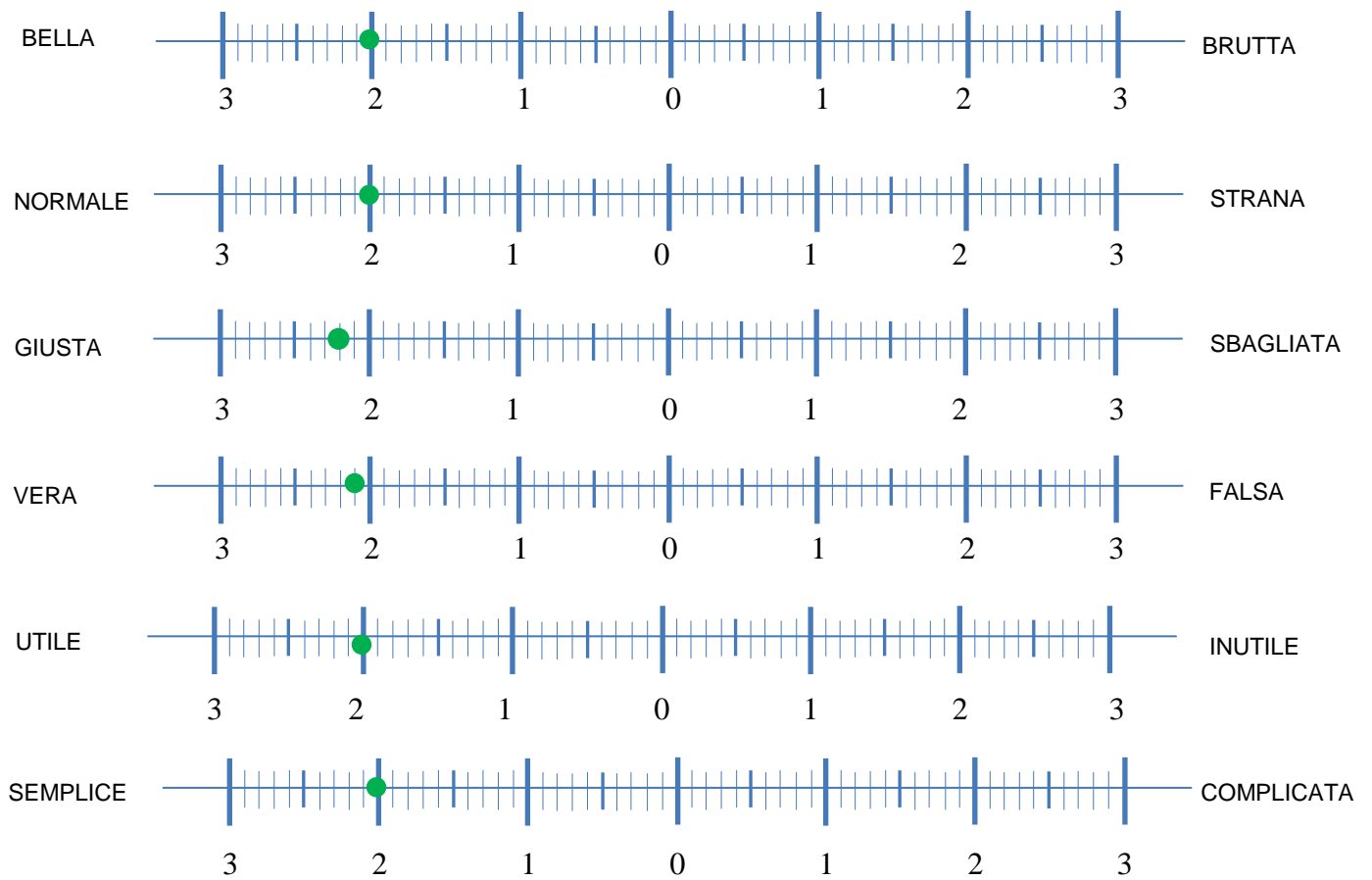
Quadrato in posizione standard

Tendenza dell'attribuzione dei valori di tutta la classe, per ogni coppia di aggettivi



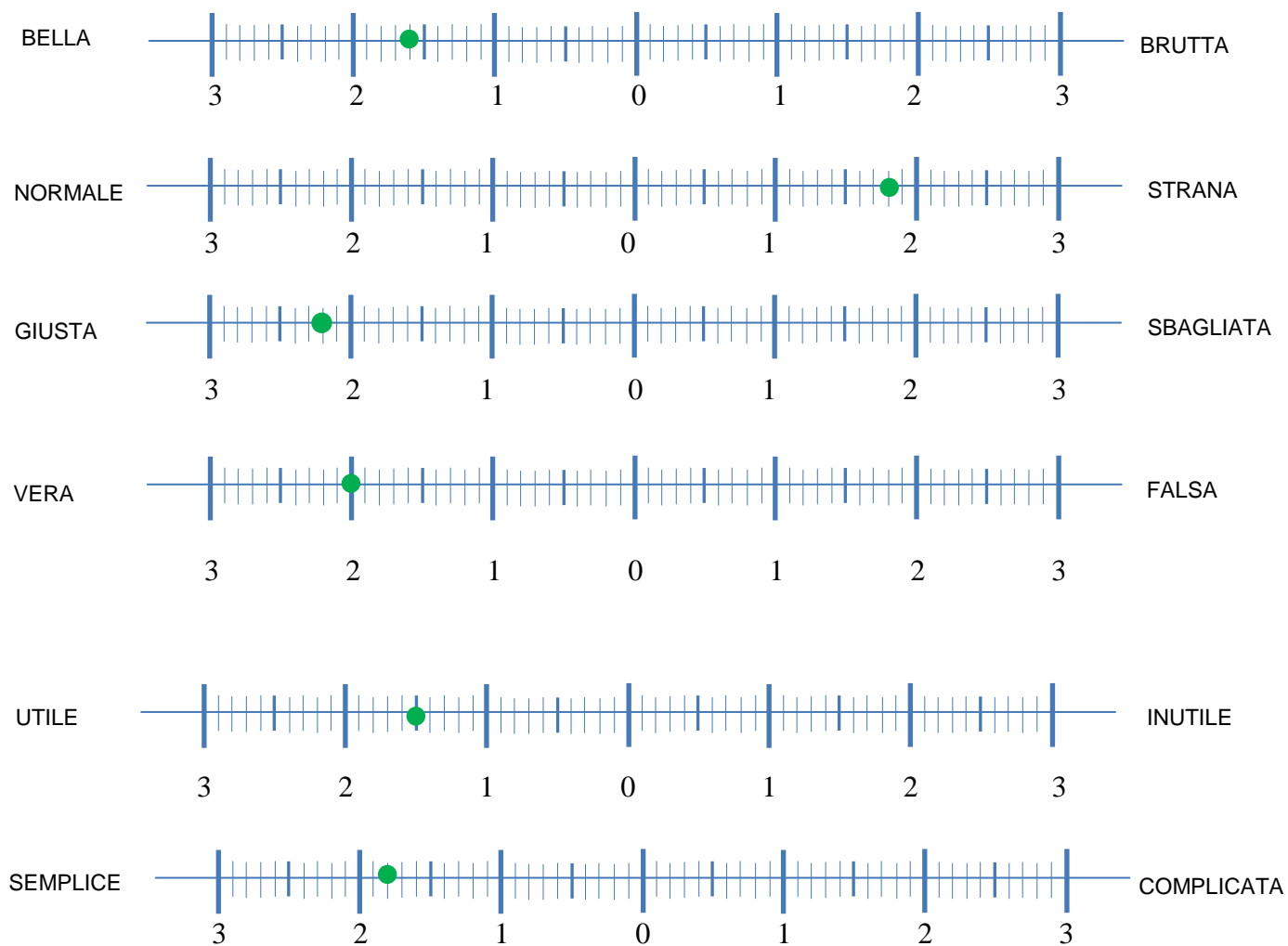
Quadrato in posizione non standard

Tendenza dell'attribuzione dei valori di tutta la classe, per ogni coppia di aggettivi



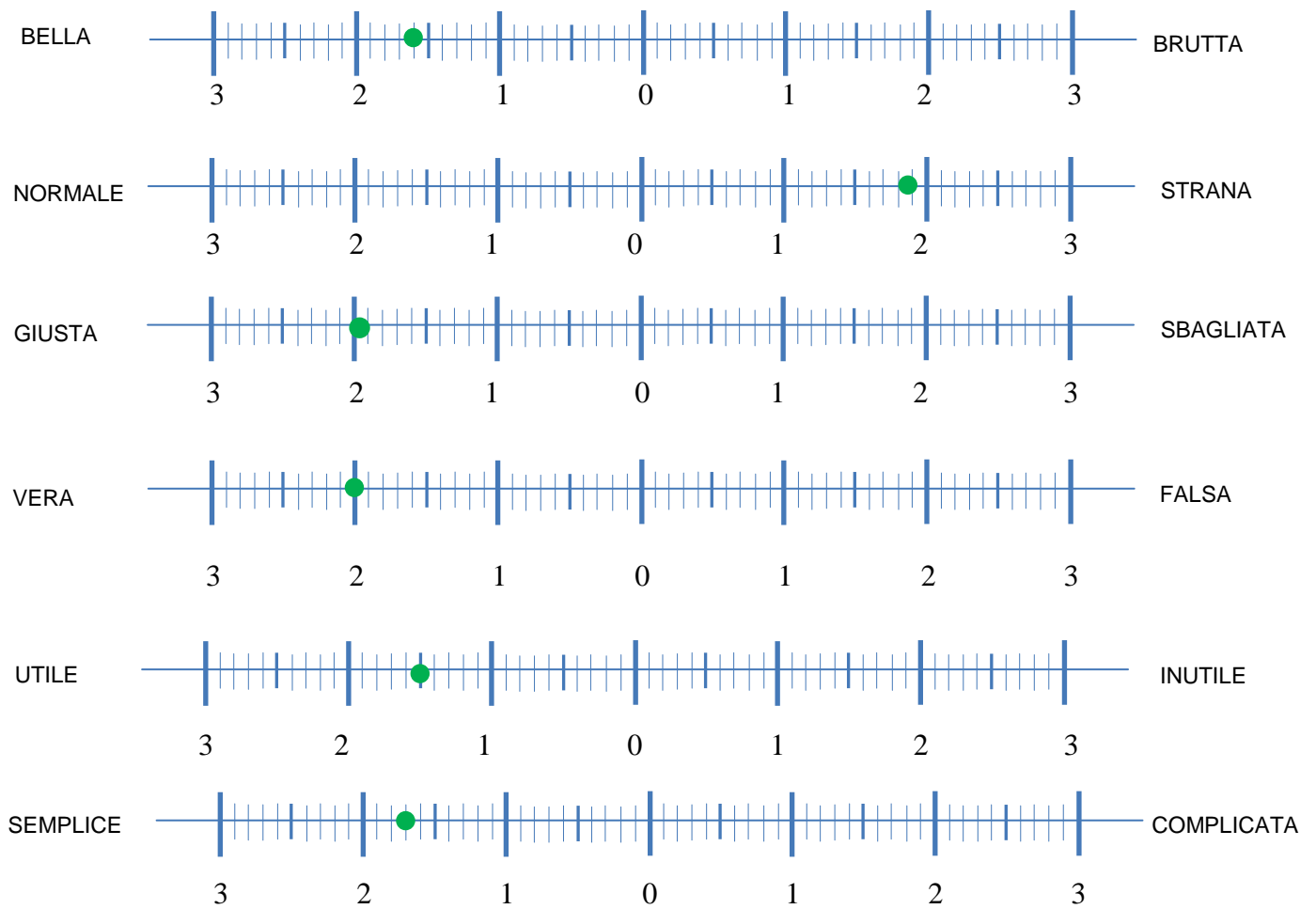
Trapezio in posizione standard

Tendenza dell'attribuzione dei valori di tutta la classe, per ogni coppia di aggettivi



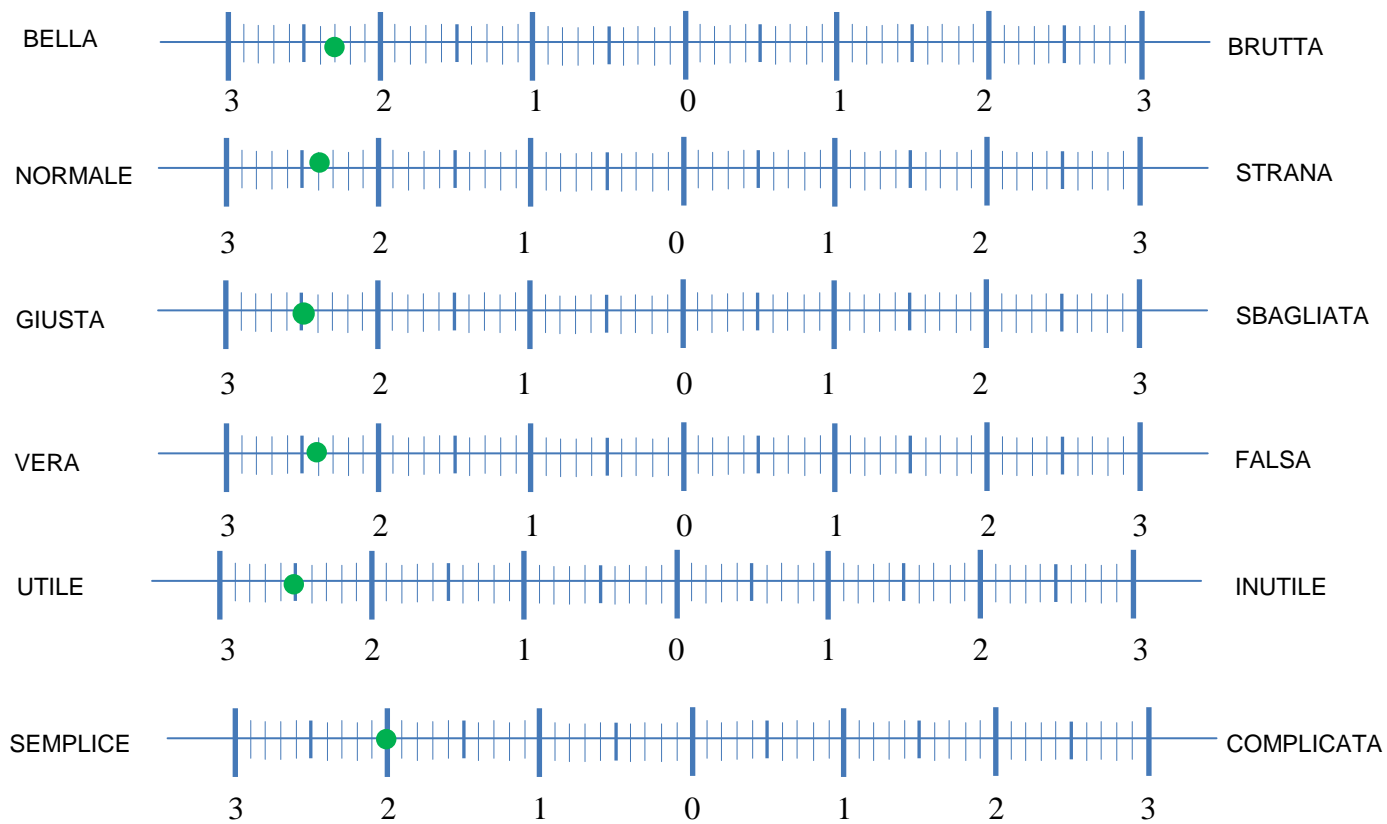
Trapezio in posizione non standard

Tendenza dell'attribuzione dei valori di tutta la classe, per ogni coppia di aggettivi



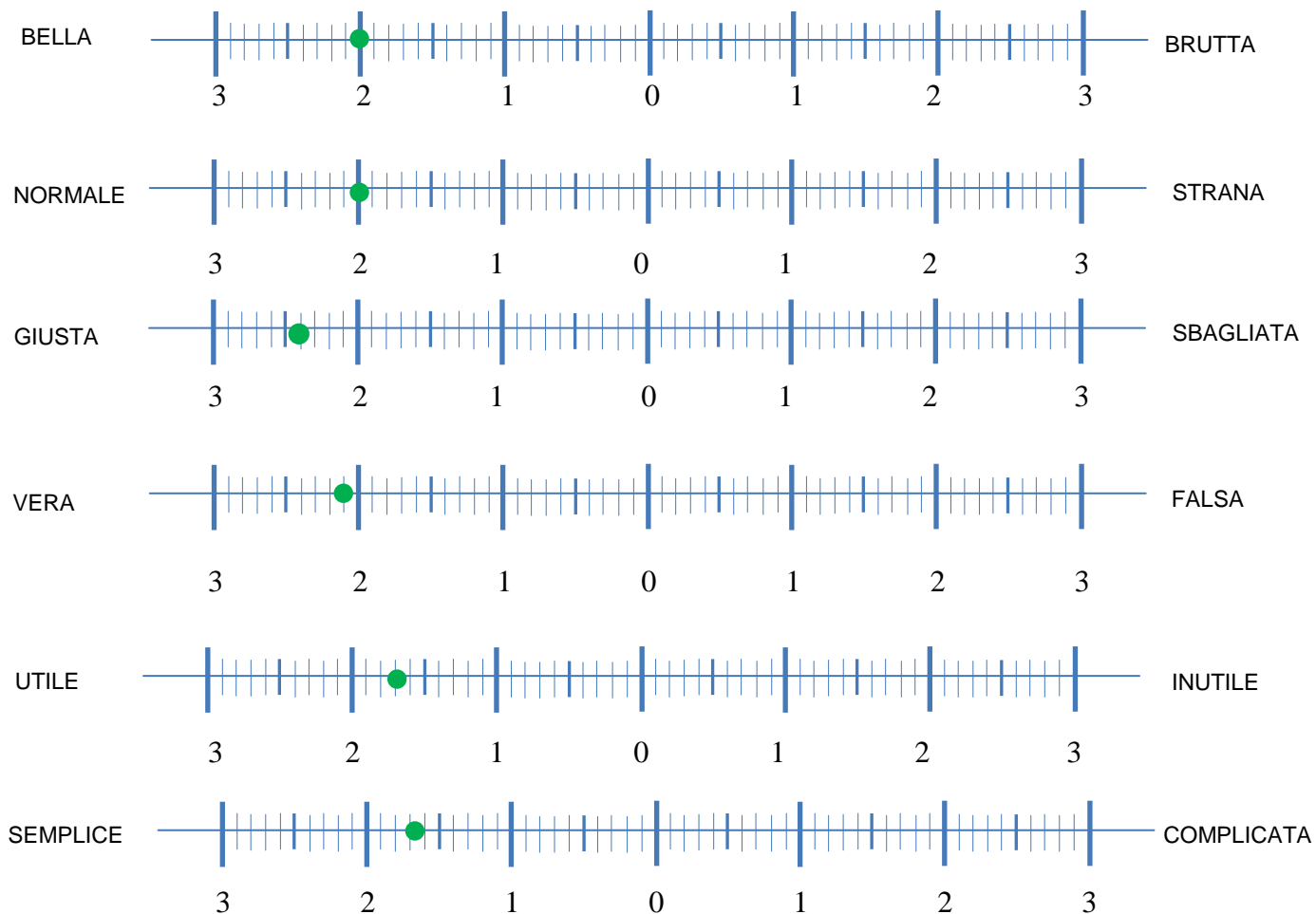
Rombo in posizione standard

Tendenza dell'attribuzione dei valori di tutta la classe, per ogni coppia di aggettivi



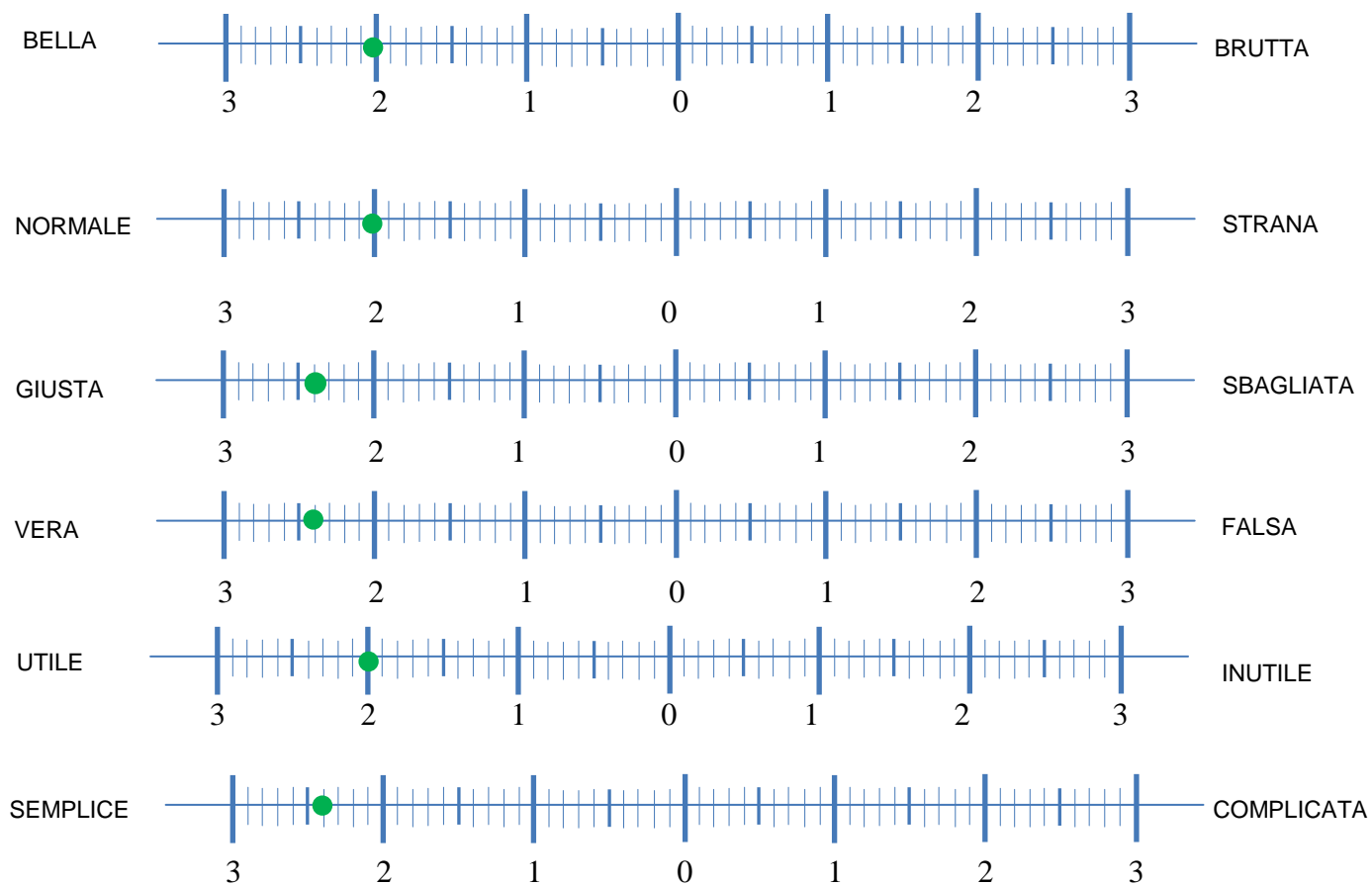
Rombo in posizione non standard

Tendenza dell'attribuzione dei valori di tutta la classe, per ogni coppia di aggettivi



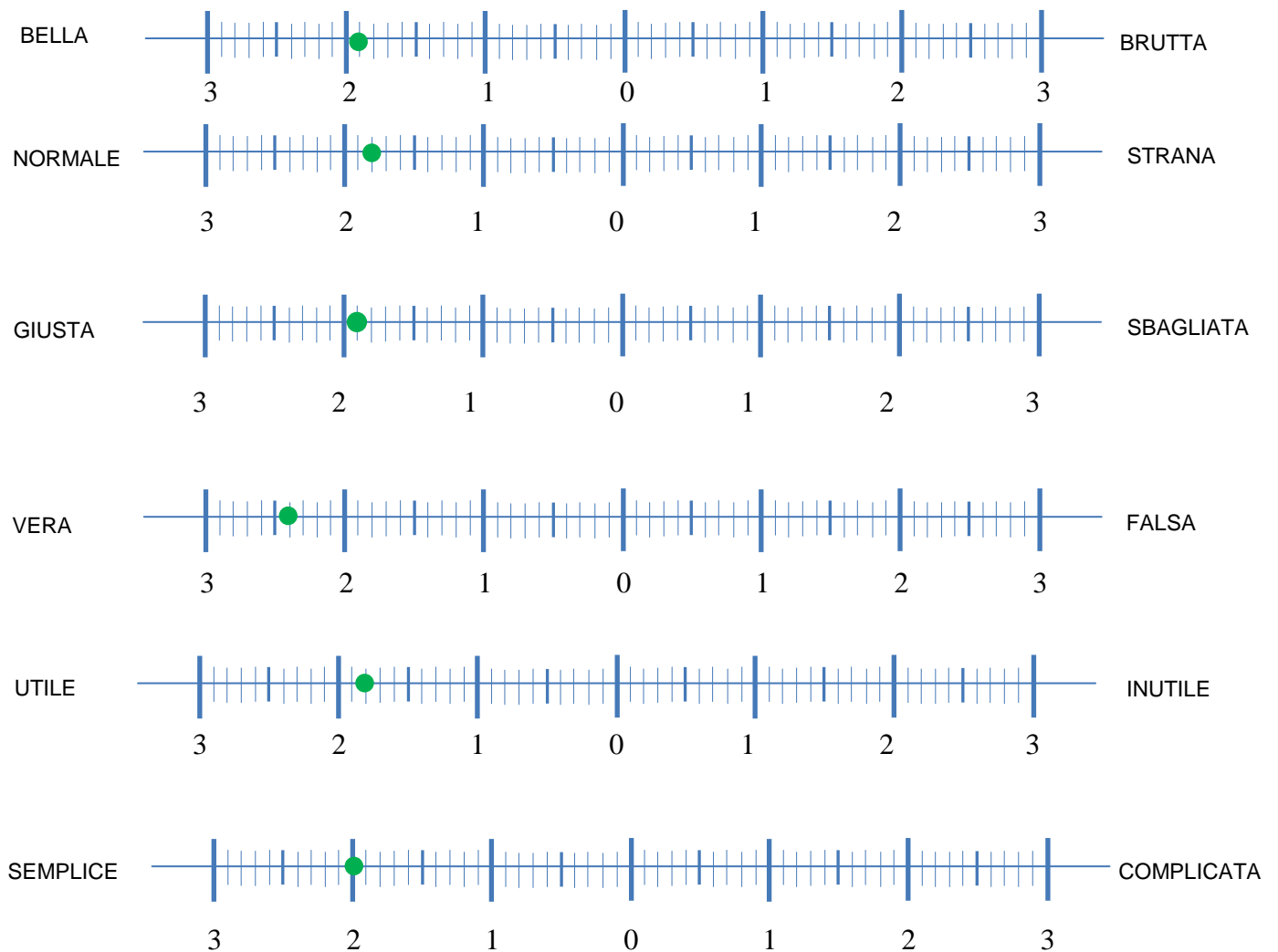
Triangolo in posizione standard

Tendenza dell'attribuzione dei valori di tutta la classe, per ogni coppia di aggettivi



Triangolo in posizione non standard

Tendenza dell'attribuzione dei valori di tutta la classe, per ogni coppia di aggettivi



Allegato 5 I tre tipi di ostacoli, designati da Brousseau (1988)

Secondo Brousseau (1999) esistono tre tipi di ostacoli: ontogenetici, didattici e epistemologici.

Gli **ostacoli ontogenetici** sono quelli legati alle capacità e alle conoscenze che l'allievo possiede. Spesso l'età mentale del bambino non coincide con quella cronologica e si possono costruire ostacoli di natura ontogenetica. Gli ostacoli ontogenetici sono legati allo sviluppo dell'intelligenza, all'evoluzione individuale.

Gli **ostacoli didattici** sono invece quelli derivanti dalle scelte didattiche e metodologiche dell'insegnante: infatti, ciò che sembra più adatto per alcuni allievi può non esserlo per altri. Dunque alcune scelte si rivelano per questi ultimi un ostacolo didattico;

Gli **ostacoli epistemologici** sono ostacoli che derivano dalla natura stessa dell'argomento, che può essere sì accessibile ma che resta comunque molto complessa. *“Detto in modo più esplicito: quando nella storia dell'evoluzione di un concetto si individua una non continuità, una frattura, cambi radicali di concezione, allora si suppone che quel concetto abbia al suo interno ostacoli di carattere epistemologico sia ad essere concepito, sia ad essere accettato dalla comunità dei matematici, sia ad essere appreso. Quest'ultimo punto si manifesta, per esempio, in errori ricorrenti e tipici di vari studenti, in diverse classi, stabile negli anni”*. Sbaragli S. (2007).

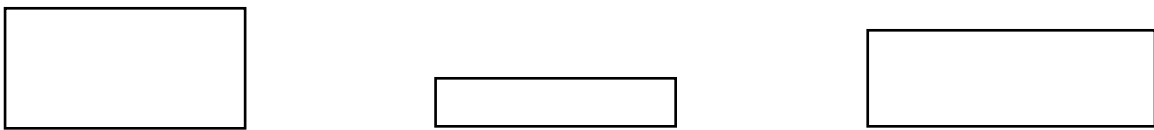
Considerando il secondo tipo di ostacoli, cioè quelli didattici, è immediato un collegamento con le misconcezioni. Infatti, come sostengono gli stessi autori *“si possono verificare due casi:*

- *il modello si forma al momento giusto, nel senso che si tratta davvero del modello atteso, auspicato in quel momento, proprio quello previsto per quel concetto dal Sapere matematico al momento in cui si sta parlando; in questo caso, l'azione didattica ha funzionato e lo studente si è costruito il modello atteso del concetto;*
- *il modello si forma troppo presto, quando ancora avrebbe dovuto essere solamente un'immagine debole che necessitava di essere ulteriormente ampliata; a questo punto per l'allievo non è facile raggiungere il concetto perché la stabilità del modello è di per sé stessa un ostacolo ai futuri apprendimenti”* (p. 58).

Allegato 6 Approfondimento misconcezione citata in Bruno D'Amore

Bruno D'Amore (1999, p.125)

“Lo studente (I elementare, 6-7 anni) ha sempre visto disegnare un rettangolo “appoggiato” sulla base orizzontale e con l'altezza, verticale, più corta. Si è fatto un'immagine del concetto “rettangolo” siffatta e tale immagine è sempre stata confermata dall'esperienza; in moltissimi libri ed in molte immagini, infatti, la figura prototipica del rettangolo è di questo tipo:



Un bel giorno gli viene proposta un'immagine di rettangolo che ha base minore dell'altezza.



Significativa la denominazione che il bambino ha dato spontaneamente, per adeguare il concetto già assoluto all'immagine nuova, definendo questa “nuova forma” come “rettangolo in piedi”, espressione della nuova immagine, più comprensiva della precedente.

Si riconosce in questa denominazione spontanea l'esito felice di un conflitto cognitivo tra una misconcezione (immagine che sembrava stabile di “rettangolo” e che invece era ancora in via di sistemazione) e la nuova immagine proposta sapientemente dall'insegnante.”

Allegato 7 Programmi Cantionali Ticinesi

Qui di seguito riporto quanto figura sui programmi Cantionali Ticinesi riguardo le figure geometriche in quinta elementare.

“ Figure geometriche

– *Ripresa e completamento delle attività svolte in quarta⁸, in particolare per:*

- *il concetto di perimetro: formula per la misura della lunghezza della circonferenza (segno π);*
- *il concetto di area:*

a) formula per il calcolo della misura dell'area dei triangoli, trapezi, parallelogrammi, quadrilateri con le diagonali perpendicolari;

b) uso della carta quadrettata per la misura approssimata dell'area di figure a contorno curvilineo.

- Studio di semplici solidi e ricerca di forme geometriche solide in oggetti.

Costruzioni geometriche

- Costruzione di tutti i tipi di triangoli, parallelogrammi, trapezi.

- Costruzione di parallelogrammi date le diagonali.

- costruzione dei seguenti poligoni regolari: triangolo, quadrato, esagono, ottagono.

- Eventuale costruzione del cubo, del parallelepipedo rettangolo, prismi retti, cilindro, con materiale e mediante loro sviluppo.”

⁸ Per quanto riguarda lo studio di figure geometriche in quarta elementare, si dice: “studio di poligoni (quadrilateri, triangoli, poligoni regolari); loro classificazione secondo criteri diversi; loro definizione e perimetro.” (p.44)