

LAVORO DI DIPLOMA DI  
MARIA LAURA MARTINOLI REGGIANI

CORSO COMPLEMENTARE DI MATEMATICA  
ANNO ACCADEMICO 2010/2011

# L'IMPORTANZA DEL LINGUAGGIO NELLA FORMAZIONE DEI CONCETTI



RELATORE  
MICHELE IMPEDOVO

# Abstract

Martinoli Reggiani Maria Laura

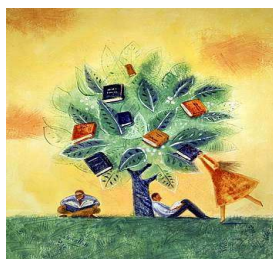
Corso complementare di matematica

## **L'importanza del linguaggio nella formazione dei concetti**

Il processo di autoformazione dell'individuo rimane attivo per tutto il corso della vita. Saper dare risposte autonome ai problemi concreti, possedere la capacità di comunicare con gli altri, sono una vera e propria esigenza sociale finalizzata a una buona qualità di vita. Il periodo di apprendimento, connesso con l'istruzione scolastica, è un momento privilegiato per allenare la capacità di comunicazione verbale, un processo complesso tutt'altro che semplice. Il tentativo della mia ricerca è di illustrare come il linguaggio verbale, inteso come mezzo di comunicazione e narrazione che presuppone dapprima un frazionamento del pensiero e poi una sua reintegrazione in parole, sia basilare nell'apprendimento scolastico e più precisamente nella formazione di un nuovo concetto all'interno di un laboratorio matematico. Si tenterà di dimostrare che la formazione di nuovi concetti può avvenire appena il set cognitivo è in grado di coordinare quanto conosce con quanto viene percepito, ma solo con l'ausilio del linguaggio verbale usato come mezzo di strutturazione dei dati si possono raggiungere risultati importanti.

# INDICE

<b>1</b>	<b>RIFLESSIONE PRELIMINARE E MOTIVAZIONE .....</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>QUADRO TEORICO DI RIFERIMENTO .....</b>	<b>5</b>
	2.1. Come si forma un concetto? .....	5
	2.2. Quali difficoltà presentano i nuovi concetti nell'adolescenza? .....	5
	2.3 Perché la definizione verbale del concetto è difficile? .....	6
	2.4 Perché è importante allenare il linguaggio verbale? .....	7
	2.5 Perché la presenza dell'insegnante è importante? .....	7
	2.6 Cosa significa dimostrare? .....	8
	2.7 Perché la dimostrazione dei concetti in geometria è difficile? .....	8
<b>3</b>	<b>DOMANDE DI RICERCA .....</b>	<b>9</b>
	3.1 Ipotesi di ricerca .....	9
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA DI RICERCA .....</b>	<b>11</b>
	4.1 Impostazione dei laboratori .....	11
	4.2 Laboratorio A .....	11
	4.3 Laboratorio B .....	12
<b>5</b>	<b>DESCRIZIONE E INTERPRETAZIONE DEI DATI .....</b>	<b>13</b>
	5.1 Laboratorio A classe 2E .....	13
	5.2 Laboratorio B classe 2D .....	15
	5.3 Laboratorio B classe 1D .....	17
<b>6</b>	<b>RISULTATI .....</b>	<b>19</b>
<b>7</b>	<b>POPOLAZIONE DI RIFERIMENTO .....</b>	<b>19</b>
<b>8</b>	<b>TENTATIVO DI RISPOSTA ALLE DOMANDE DI RICERCA .....</b>	<b>21</b>
	8.1 Conclusione .....	22
<b>9</b>	<b>ALLEGATI .....</b>	<b>23</b>
<b>10</b>	<b>RINGRAZIAMENTI .....</b>	<b>26</b>
<b>11</b>	<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>26</b>



E un maestro disse:  
Parlaci dell'Insegnamento.  
E lui disse:  
Nessuno può insegnarvi  
nulla se non ciò che già  
sonnecchia nell'albeggiare  
della vostra conoscenza.  
(Kahlil Gibran)

# 1 RIFLESSIONE PRELIMINARE E MOTIVAZIONE

Il periodo dell'apprendimento, connesso all'istruzione scolastica, è stato da più studiosi osservato e studiato: esperienza, fattori culturali, esplorazioni, linguaggio sono i fili conduttori per favorire un apprendimento, l'autoformazione, la capacità di elaborare risposte autonome per essere pronto a varcare la soglia del mondo civile e culturale degli adulti. Nelle condizioni attuali di lavoro, il docente è in grado di rispondere a queste necessità educative basate su conoscenze sviluppate dalle ricerche in psicologia o produce una specie di spettacolo d'equilibrio, con grande investimento di tempo ed energie, tra le richieste della società, dei genitori, della psicologia, e da ultimo quelle degli allievi? Un senso di frustrazione, di un'ansia latente, una continua pressione, sono argomenti condivisi dai docenti. Perché? “Quelli dell'altra classe lo hanno già fatto!” Quando gli allievi pronunciano questa frase l'ansia si concretizza. Suona come una specie di richiamo al dovere quando il dovere è stato svolto con cura e impegno. La programmazione, con relativi tempi e pianificazioni sembra giochi a favore della quantità piuttosto che della qualità! L'obbligo istituzionale sembra scontrarsi con le esigenze educative! A mio parere il programma dovrebbe fornire criteri di misura e obiettivi a media lunga scadenza piuttosto che stabilire le condizioni di lavoro catturando di continuo l'attenzione del docente a discapito delle esigenze della classe, della differenziazione, dei tempi degli allievi, della creatività, delle emozioni, della motivazione. Anche l'apprendimento della matematica necessita di esplorazioni, creazioni, riflessioni; i concetti devono essere formati, altrimenti sono colpi di vento che vanno a muovere il set cognitivo senza procurare grandi cambiamenti. “L'abbiamo fatto ma non mi ricordo più!” La frase che mette in crisi! La frase che potrebbe essere una denuncia ad un modo di insegnare. Queste riflessioni mi hanno spinto a tentare di illustrare che gli allievi, se sono motivati e se sono in una condizione di esplorazione, possono formare concetti molto prima di quanto proposto dai programmi che inibiscono l'iniziativa e non riescono a far leva sulle energie naturali e la curiosità che stimolano l'apprendimento spontaneo.



## 2 QUADRO TEORICO DI RIFERIMENTO

Il percorso che intendo proporre si basa sulle esigenze del processo di formazione e apprendimento di nuovi concetti, dapprima all'interno dell'istruzione scolastica, poi nella vita sociale, legate alle conoscenze sviluppate in psicologia riferite in particolare all'importanza del linguaggio.

### 2.1 Come si forma un concetto?

Le indagini condotte da Vygotsky hanno messo in evidenza come la formazione dei concetti sia il risultato di un'attività complessa a cui prendono parte tutte le funzioni intellettuali fondamentali. Condizione necessaria affinché l'intero processo abbia inizio è che il soggetto si trovi davanti ad un compito da svolgere. In una prima fase della formazione del concetto, nei primi anni di vita, il bambino accumula in mucchio gli elementi a sua disposizione. Il mucchio consiste in un raggruppamento di oggetti disparati, senza nessun criterio. Il gruppo è creato a caso e l'aggiunta di ogni oggetto costituisce un semplice tentativo; l'oggetto viene sostituito da un altro quando il tentativo risulta sbagliato. Il pensiero si sta sviluppando per tentativi ed errori.

Nella seconda fase il bambino riunisce gli oggetti in base a legami effettivamente esistenti tra loro, e non soltanto sulla base delle sue impressioni soggettive. È un risultato nuovo, un passo avanti verso un modo di pensare oggettivo, più coerente. Questa fase termina con lo pseudo-concetto, una specie di intuizione, una somiglianza visibile, concreta. Nella terza fase avviene il processo di astrazione e scelta di certi elementi. L'astrazione avviene quando il bambino raggruppa oggetti aventi la massima somiglianza. Da ultimo quando il raggruppamento avviene sulla base di un singolo attributo.

### 2.2 Quali difficoltà presentano i nuovi concetti nell'adolescenza?

Secondo Bruner, l'adolescente, nella formazione di nuovi concetti, non abbandona le forme più elementari; esse continuano per lungo tempo ad operare, anzi, per meglio dire, a predominare in molte aree del suo pensiero. L'adolescenza non è tanto un periodo di

completamento quanto piuttosto un periodo di crisi e di transizione. L'adolescente formerà ed userà un concetto abbastanza correttamente in una situazione concreta, ma troverà stranamente difficile esprimere quel concetto a parole. La definizione verbale sarà nella maggior parte dei casi molto meno completa di quanto ci si sarebbe potuto aspettare dal modo in cui egli usava il concetto. Incontra un altro ostacolo quando cerca di applicare un concetto, che egli ha formato in una situazione specifica, o di definire un concetto quando non ha più le radici nella situazione originale.

Secondo Bruner, l'apprendimento consiste in un'azione creatrice: ciò che viene prodotto non è una competenza specifica, bensì nuovi stili e modalità di pensiero. Questo processo di autoformazione dell'individuo rimane attivo per tutto il corso della vita ed ha come scopo lo sviluppo di procedure di pensiero sempre più complesse, in grado di dare risposte autonome ai problemi concreti. Compito dell'adulto è quindi di considerare la formazione concettuale parte dinamica dello sviluppo culturale e sociale dell'adolescente. Ponendo domande, stimolando l'intelligenza, fornendo una serie di nuovi fini, permette al pensiero di raggiungere stadi più elevati. Il pensiero concettuale sarà molto presente nei compiti che la società pone davanti ai giovani, quando entrano nel mondo culturale, professionale, civile degli adulti.

### **2.3 Perché la definizione verbale del concetto è difficile?**

Secondo Bruner esiste un linguaggio interiore che è il linguaggio per sé stessi, il linguaggio dei pensieri, privo di vocalizzazione, muto, silenzioso e quello esteriore che è il linguaggio per gli altri. Il linguaggio esteriore è quel processo per cui il pensiero si trasforma nelle parole, si materializza. Nel nostro linguaggio interiore non abbiamo bisogno di pronunciare le parole interamente, poiché le comprendiamo già in base alla nostra intenzione. Il linguaggio interiore è un linguaggio quasi senza parole, l'aspetto fonetico si volatilizza. Il passaggio dal piano interiore a quello esteriore del linguaggio comporta una trasformazione da un linguaggio essenziale, a un linguaggio sintatticamente articolato e comprensibile agli altri. Il passaggio è un processo molto complesso che presuppone un frazionamento del pensiero e una sua reintegrazione in più parole e nei loro significati. L'attività del pensiero è di strutturare i dati che l'azione gli ha fornito, attività sostenuta dal linguaggio che consente al pensiero di chiarirsi ed esplicarsi. È il linguaggio esteriore che dà all'individuo la possibilità di narrare e di narrarsi e quindi di collocarsi nel mondo e dargli un significato.



## **2.4 Perché è importante allenare il linguaggio verbale?**

Secondo Bruner l'insegnamento e l'apprendimento riguardano qualcosa che non è noto, ma che comunque si innesta su un consolidato sistema di conoscenze. Le esperienze passate hanno formato la struttura mentale che si modifica continuamente. Il set cognitivo di ogni allievo, formato da esperienze vissute, cultura e valori, interessi e bisogni è come un faro che illumina la realtà e permette di coordinare quanto già si conosce con quanto viene percepito. Il processo dell'apprendimento del nuovo concetto culmina nel "nominare" cioè nel raccontare. Comunicare ad altri, confrontare con altri le interpretazioni e le strategie elaborate è, a tutti gli effetti, un'esigenza sociale. Durante l'intero processo il linguaggio riveste grande importanza. L'abilità linguistica in tutto il processo è basilare. L'allievo non deve provare disagio nel comunicare ma allenare un atteggiamento positivo nel raccontare. Il linguaggio non verbalizza soltanto quello che si pensa ma regolarizza il funzionamento del pensiero e del suo sviluppo. Bruner non ha dubbi: il linguaggio rappresenta un'esigenza sociale, se persiste un linguaggio scarsamente organizzato, inefficace, limitato porterà poi a una scadente qualità di vita.

## **2.5 Perché la presenza dell'insegnante è importante?**

Bruner sembra molto influenzato dalla teoria di evoluzione dei livelli di sviluppo cognitivo di Vygotsky. Concorda che l'insegnante è una delle fonti principali della formazione dei concetti dello scolaro ed è anche una forza che può dirigere molto efficacemente la loro evoluzione. L'educatore dovrebbe proporre al soggetto problemi di livello un po' superiore alle sue attuali competenze, ma comunque abbastanza semplici da risultargli comprensibili. Questi problemi potranno infatti essere risolti con l'aiuto di un esperto (l'educatore, un adulto o anche un pari con maggiori competenze in quel campo), ma non dall'allievo che da solo non riuscirebbe ad affrontarli. Lo scopo del sostegno (impalcatura/scaffolding) o struttura di supporto temporaneo, è di guidare l'allievo e "prendere in mano" quegli elementi che in un primo momento sono al di sopra della sua capacità. Compito dell'insegnante è di stimolare l'interesse, semplificare il compito, mantenere l'attenzione, indicare gli aspetti pertinenti, contenere la frustrazione.

## **2.6 Cosa significa dimostrare?**

D'Amore si pone il quesito relativo al significato di dimostrare. E ancora ritorna il tema della comunicazione in aula come elemento essenziale. Riferisce che le varie discussioni didattiche sul tema, hanno condiviso che, la dimostrazione, oltre a una specie di argomentazione pubblica, ha almeno due ruoli: il fare e l'introspezione sul come funziona quel che si è fatto. Il punto di sostanziale accordo tra tutti i ricercatori, è che lo studente deve essere coinvolto sia sul piano della produzione di dimostrazioni, sia sul piano della riflessione su quel che si fa quando si fa una dimostrazione. Ecco che allora emerge il senso del significato di dimostrare diviso in tre momenti: verificare la verità di un'affermazione, convincersi, sistemare la parte formale-matematica.

Nella dimostrazione una parte importante la riveste l'argomentazione, il discorso persuasivo, gli elementi che argomentano a favore o contro la tesi e che convincono sia se stessi che gli altri.

## **2.7 Perché la dimostrazione dei concetti in geometria è difficile?**

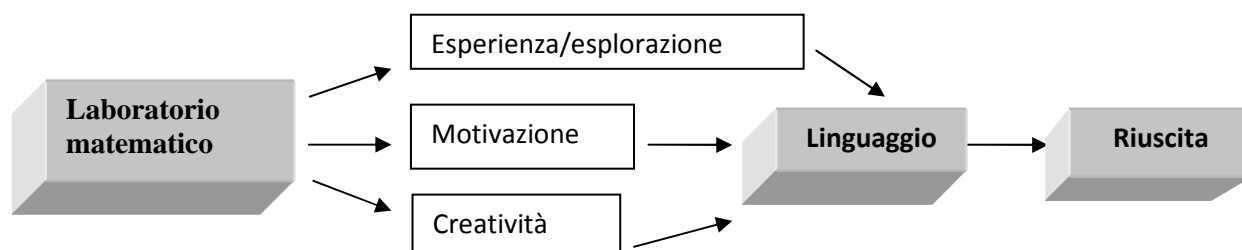
Il disegno, inteso come sistema di segni grafici, ha accompagnato da sempre le attività geometriche fin dagli albori della loro storia, fornendo un supporto importante al pensiero geometrico e intrattenendo con gli "oggetti" della geometria un rapporto molto stretto e contiguo, ma spesso ambiguo. Una complicazione emerge dal concetto figurale. Infatti conoscenze concettuali e rappresentazioni pittoriche sono di solito mescolate nelle figure geometriche. Il problema del disegno diventa cruciale nel momento in cui si introduce un nuovo concetto geometrico. Quando i disegni sono usati come esempi nell'introduzione di nuovi concetti geometrici, il controllo dell'aspetto concettuale diventa basilare.

### 3 DOMANDE DI RICERCA

- Domanda 1** Nella parte teorica si sottolinea l'importanza del coinvolgimento dell'allievo nella formazione dei concetti. Se l'allievo è motivato e interessato all'attività, lo scambio verbale all'interno di un piccolo gruppo di lavoro, è sufficiente per il raggiungimento dell'obiettivo?
- Domanda 2** Possono gli allievi, durante un'attività di laboratorio, prima della terza media come previsto dal programma, sviluppare anche concetti ambiziosi come il teorema di Pitagora?
- Domanda 3** Confrontando i risultati ottenuti tra allievi che hanno beneficiato di una partecipazione cooperativa all'interno di un piccolo gruppo di lavoro e allievi che hanno beneficiato di un uso più sociale del linguaggio, si possono notare delle differenze?

#### 3.1 Ipotesi di ricerca

L'ipotesi di fondo è che dando rilevanza al linguaggio verbale il laboratorio matematico può rivestire un ruolo importante nella formazione della propria conoscenza.



**Ipotesi 1**

Si ipotizza che gli allievi, malgrado siano messi in posizione attiva nel processo di apprendimento predisposta a risvegliare curiosità e suscitare interesse, in collaborazione con alcuni compagni e quindi non in condizione di isolamento tipico del lavoro individuale, non riescano a costruire i significati degli oggetti matematici e quindi di proseguire verso la conoscenza.

**Ipotesi 2**

Si ipotizza che una buona motivazione creata dal laboratorio matematico, sommata ad uno scambio regolare di strategie e scoperte tra gruppi di lavoro, permettano all'allievo di sviluppare conoscenze premature rispetto a quanto supposto da un insegnamento tradizionale.

**Ipotesi 3**

Si ipotizza che il linguaggio abbia un ruolo importante nel processo di apprendimento. Se si può raccontare quello che si è fatto, in aggiunta all'ascolto di quanto gli altri hanno fatto, si aiuta il pensiero a chiarirsi, a strutturare i dati forniti dall'azione e di conseguenza conseguire migliori risultati sul piano cognitivo.

## 4 METODOLOGIA DI RICERCA

### 4.1 Impostazione dei laboratori

In ogni classe gli allievi sono suddivisi in gruppi eterogenei di 3 o 2 allievi. Ogni allievo riceve un cartoncino A4 con incollato al centro un triangolo rettangolo. Le misure dei lati dei triangoli corrispondono a due terne pitagoriche:  $3/4/5$  e  $5/12/13$  (allegato 1). Su un tavolone che chiameremo “buffet”, è esposto il materiale a disposizione (allegato 1). Gli allievi sono liberi di alzarsi e prendere o scambiare il materiale. Durante ogni sperimentazione è presente la docente con la quale ho potuto scambiare pareri e osservazioni. Durante le consegne, e durante le diverse tappe dell'attività, non viene mai pronunciato il nome di Pitagora.

### 4.2 Laboratorio A

Do una consegna iniziale alquanto vaga e intervengo due volte per dare informazioni supplementari. Non prevedo la messa in comune, quindi tra i gruppi non c'è scambio.

*Primo momento* (20 min). Introduco l'attività dicendo che le formule matematiche sono il frutto di grande lavoro di ricerca e di tentativi fatti da persone appassionate di matematica. Invito gli allievi a giocare ai matematici. Garantisco che il triangolo rettangolo che hanno ricevuto è portatore di una formula molto importante scoperta da un grande matematico. Le figure geometriche ritagliate ed esposte sul “buffet” hanno un ruolo molto importante nella scoperta.

*Secondo momento* (30 min). Dopo aver osservato il lavoro dei gruppi intervengo e invito gli allievi a concentrarsi sui lati delle figure.

*Terzo momento* (30 min). Mostro la prima interessante scoperta: il gruppo 4 ha posizionato tre semicerchi in modo che i diametri fossero coincidenti con i lati del triangolo (allegato 7). Dichiaro che la composizione è una buona strada. Invito il gruppo 4 a pensare cosa farebbe un

matematico di fronte alla loro composizione. Molto probabilmente farebbe calcoli. Cosa calcolerebbe? La misura della semi-circonferenza, dell'area ..

*Quarto momento* (10 min). Conclusione

### 4.3 Laboratorio B

Curo meglio il mio linguaggio e regolarmente c'è un momento di messa in comune dove i gruppi espongono strategie, scoperte, risultati. I momenti di messa in comune mi permetteranno una descrizione del fenomeno e tentare una risposta alla domanda D2.

*Primo momento* (20 min). Di fronte al materiale posizionato sul buffet, invito gli allievi a cercare quale relazione esiste tra il materiale a disposizione e il loro triangolo.

*Secondo momento* (20 min). Tramite un portavoce ogni gruppo espone quanto scoperto nel primo momento. Prendendo lo spunto da quanto detto da più allievi, invito a verificare se esiste per ogni lato dei loro triangoli, quadrati o altre figure geometriche con il lato congruente.

*Terzo momento* (30 min) I portavoce espongono i risultati del gruppo. Docente: “Un grande matematico, di fronte a questo fatto, si è incuriosito e si è messo a fare dei calcoli e facendo un accurato elenco dei risultati che trovava. Lo volete imitare?” Durante questa fase passo tra i gruppi a sostenere e dare il mio supporto e consigli nell'organizzazione dei dati.


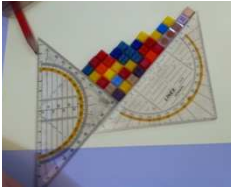
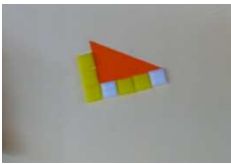






*Quarto momento* (15min). I gruppi espongono i risultati ottenuti. Docente: “Ora osservate con attenzione, con occhio magari un po' intuitivo, i risultati ottenuti che riguardano le aree. Si può trovare qualcosa di interessante? Passo tra i gruppi per regolare e dare il mio supporto anche emotivo.

*Conclusione.* I gruppi presentano i risultati.

## 5 DESCRIZIONE E INTERPRETAZIONE DEI DATI

### 5.1 Laboratorio A

Classe 2E

	1 momento	2 momento	3 momento	conclusione
<b>Gruppo 1</b>		Tentativi di calcoli	Tentativi di calcolo	Nessuna
<b>Gruppo 2</b>		Posizionano dei cerchi con diametro congruente ai lati dei triangoli che vanno a sovrapporsi e coprono il triangolo.	Tentativi di calcolo	Nessuna
<b>Gruppo 3</b>				Nessun risultato matematico
<b>Gruppo 4</b>	Tanti tentativi continuamente modificati		Calcolo di aree e perimetri inerenti i semicerchi	<b>Scoperta del teorema;</b> <i>chiedo l'astensione della messa in comune</i>
<b>Gruppo 5</b>			Tentativi di calcolo	Nessuna
<b>Gruppo 6</b>	Tentativi di calcolo 	Tentativi di calcolo	Tentativi di calcolo	Nessuna

### *Osservazioni e commento*

Nella prima fase della formazione del concetto, si può osservare la fase descritta nel quadro teorico relativa alla teoria di Vygotsky.

Gli allievi, che solitamente esprimono buone capacità in matematica, abbandonano ben presto i materiali a disposizione e si dedicano a calcoli e ipotesi di rapporti tra le misure dei lati del triangolo lasciando i compagni del gruppo a far da spettatore. L'idea di fare il matematico, e lavorare con i numeri, ha avuto il sopravvento su altre ipotesi di lavoro. La mia introduzione ha incanalato il loro interesse a voler scoprire la formula senza "costruirla". Il materiale a disposizione ha perso di importanza e il tempo a disposizione è stato dedicato in una continua applicazione di concetti e formule conosciute. I compagni più deboli erano bloccati e hanno lasciato l'iniziativa al più bravo facendo da spettatori al compagno, incapaci di tenere il suo ritmo, timorosi di osare altre strategie. Ansia e frustrazione trapelavano dal loro sguardo e dai loro gesti. Tra i più bravi si è innescata una tacita gara a chi sarebbe arrivato per primo a scoprire la formula.

Malgrado gli allievi potessero svolgere la loro attività in gruppo, l'esperienza ha portato scarsi risultati. Il linguaggio vago usato nella consegna ha sicuramente contribuito e influito. Nel piccolo gruppo si sono instaurate posizioni dominanti riconosciute dagli allievi in difficoltà. L'attività è monopolizzata e pilotata al fine di un risultato personale. La superficie colorata del triangolo rettangolo ricevuto, (allegato 1) ha catturato e monopolizzato l'attenzione di molti allievi. Il disegno come rappresentazione concettuale si è rivelato critico e ambiguo; infatti la superficie ha fatto perdere di forza agli altri concetti relativi al triangolo. La quantità di materiale a disposizione ha pure contribuito; molte figure, molte dimensioni, molti colori hanno messo in difficoltà gli allievi privi di un criterio di scelta.








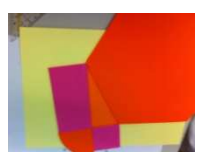





Il mio intervento, dopo mezz'ora di lavoro, ha dirottato l'attenzione sulla misura dei lati quando non era ancora superata la fase esplorativa rallentata dai motivi già esposti. Molti allievi si sono lanciati in tentativi di calcolo prima della formazione del concetto. Di conseguenza i loro tentativi e le loro esplorazioni coinvolgevano soltanto concetti precedentemente acquisiti.

Dopo circa un'ora l'ambiente era depresso, molti allievi erano passivi, incapaci smarriti. A quel punto ho tentato "un'iniezione di ottimismo" dicendo che anche i grandi matematici hanno conosciuto momenti di impotenza ma la loro costanza li ha premiati. Ho notato delle reazioni ma di scarsa durata in quanto la maggior parte si muoveva in un circolo vizioso di operazioni già eseguite.



## 5.2 Laboratorio B

## Classe 2D

	1 momento	2 momento	3 momento	4 momento	conclusione
Gruppo 1		Il gruppo sceglie diverse figure	Il gruppo esegue diversi calcoli.	Risultati utili	In elaborazione
Gruppo 2		Il gruppo sceglie dei quadrati	Si eseguono i calcoli dell'area dei triangoli dati.	Non può avvenire un confronto utile tra aree.	Nessuna
Gruppo 3	Allinea le piastrelle lungo i lati		Il gruppo è impacciato; ha continuato a sistemare piastrelle.	Non può avvenire il confronto	Nessuna
Gruppo 4			Si eseguono i calcoli dell'area dei triangoli	Risultati utili.	In elaborazione.
Gruppo 5		Il gruppo sceglie degli esagoni.	Si eseguono i calcoli dell'area degli esagoni.		Scoperta del teorema.
Gruppo 6				Risultati utili.	In elaborazione.
Gruppo 7			Si eseguono i calcoli dell'area dei quadrati e si scopre la relazione.		Scoperta del teorema.

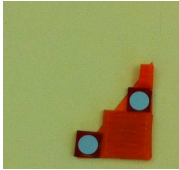

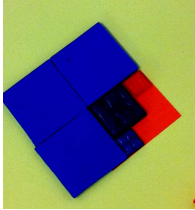

### *Osservazioni e commento*

Nella prima fase della formazione del concetto, si può osservare ancora la fase descritta nel quadro teorico relativa alla teoria di Vygotsky. Gli allievi accumulano gli elementi, posizionano figure, ne aggiungono altre per tentativi, però tengono in conto che devono trovare relazioni tra le figure geometriche e il loro triangolo. La prima messa in comune aiuta gli allievi nel percorso della formazione del nuovo concetto. La maggior parte degli allievi riporta e prende altre figure ponendo l'attenzione sulle figure simili. Dopo 40 minuti tutti gli allievi si stanno occupando di calcolare le diverse misure delle figure scelte.

Nell'aria c'è fermento, come se si fosse in attesa di un avvenimento. Gli allievi sono motivati e consapevoli di essere sulla giusta strada.

## 5.3 Laboratorio B

## Classe 1D

	1 momento	2 momento	3 momento	conclusione
Gruppo 1	Abbiamo cercato i pezzettini per formare i lati del triangolo.	Tutti i gruppi procedono alla ricerca dei quadrati con le caratteristiche volute. Sui banchi vengono abbandonate le piccole piastrelle e compaiono quadrati di misure diverse.	Calcolo area e perimetri.	Nessuna
Gruppo 2	Abbiamo preso forme grandi e poi abbiamo visto che potevamo riempire il triangolo con alcune "cose" più piccole. 		Calcolo area e perimetri.	<b>Scoperta del teorema</b>
Gruppo 3	Per prima cosa ho raccolto un quadrato e ho notato che ha due lati in comune con il mio triangolo e anche l'angolo retto.		Abbiamo provato a trovare l'area compatibile tra un quadrato e un triangolo scaleno.	<b>Scoperta del teorema</b>
Gruppo 4	Stiamo provando a riempire i triangoli per vedere se i quadratini possono riempire perfettamente un triangolo. Abbiamo scoperto che non è possibile.		<b>Trovata la relazione tra le aree ... (chiedo l'astensione dalla messa in comune)</b>	<b>Esprime per primo il teorema</b>
Gruppo 5	Stiamo cercando di ricoprirlo con le piastrelline ma secondo noi è impossibile farlo. 		Abbiamo calcolato le aree e le abbiamo sommate: $25+16+9=50$ $144+169+25=338$	Nessuna
Gruppo 6	L'abbiamo cominciato a riempire con le piastrelle grandi e piccole. Abbiamo iniziato cominciato dall'angolo retto. 		Calcolo area e perimetri.	<b>Scoperta del teorema</b>
Gruppo 7	Stiamo riempiendo i nostri triangoli con formine. Poi abbiamo preso dei pezzi e li abbiamo uniti al triangolo per fare altre forme. 		Abbiamo trovato che l'area del triangolo più piccolo misura $6 \text{ cm}^2$ e l'area di quello più grande $30 \text{ cm}^2$	Nessuna

### *Osservazioni e commento*

Nella classe di prima ho percepito da subito un grande entusiasmo. L'aspetto un po' ludico della fase iniziale, i colori del materiale a disposizione, la parola "buffet", secondo me, li ha molto motivati. Anche la mia presenza li ha stimolati e fatti sentire importanti. Inoltre il fatto di avere solo quadrati con cui lavorare non ha creato l'ansia della scelta.

Anche gli allievi di prima hanno iniziato l'attività ammucciando oggetti disparati senza nessun criterio. Ancora una volta la prima fase della formazione del concetto descritta da Vygotsky è ben osservabile. La prima messa in comune ha portato la classe a organizzare meglio il lavoro e creare la famiglia dei quadrati sui quali lavorare.

Nel terzo momento inizia l'analisi delle figure e la consapevolezza degli elementi che le compongono. Il gruppo 4 riesce a concludere l'analisi e sintetizzare molto velocemente.

## 6 RISULTATI

Classe No gruppi	Teorema enunciato No. Gruppi + %	Procedura corretta No. Gruppi + %	Nessun risultato No. Gruppi + %
<b>LABORATORIO A</b>			
<b>2E</b>	<b>1</b> semicerchi	----	<b>5</b>
<b>6</b>	<b>16.7 %</b>	----	<b>83.3 %</b>
<b>LABORATORIO B</b>			
<b>2D</b>	<b>2</b> esagoni e quadrati	<b>3</b>	<b>2</b>
<b>7</b>	<b>28.6 %</b>	<b>42.8 %</b>	<b>28.6 %</b>
<b>1D</b>	<b>4</b> quadrati	<b>2</b>	<b>1</b>
<b>7</b>	<b>57.1 %</b>	<b>28.6%</b>	<b>14.3 %</b>
<b>Totale gruppi</b>	<b>6</b>	<b>5</b>	<b>3</b>
	<b>42,85 %</b>	<b>35,7 %</b>	<b>21,45 %</b>

## 7 POPOLAZIONE DI RIFERIMENTO

La ricerca di tipo empirico si è svolta presso la Scuola Media 1 di Bellinzona su un campione di 60 allievi. L'intervento sperimentale si è svolto, durante la stessa settimana, in tre momenti distinti di laboratorio della durata di due ore ciascuno:

1. lunedì 2E (18 allievi)
2. martedì 2D (20 allievi)
3. giovedì 1D (22 allievi)



## 7 TENTATIVO DI RISPOSTA ALLE DOMANDE DI RICERCA

- D1** L'indagine è stata effettuata su un campione esiguo di allievi. Benché non sia possibile generalizzare le conclusioni, si è potuto verificare che un ristretto gruppo eterogeneo di allievi non riesce a stabilire uno scambio verbale costruttivo durante la formazione di un nuovo concetto. L'allievo è trattenuto dal suo bagaglio concettuale e rimane ancorato in attività a lui congeniali, che gli danno sicurezza, impedendogli di evolvere verso nuove esplorazioni più coraggiose. Senza la presenza del docente con il suo ruolo di coordinatore e di supporto che gli possa permettere di estendere le sue competenze, l'allievo è impacciato sul da farsi e il suo apprendimento non evolve. Tra di loro gli allievi non trovano argomenti di scambio. Il gruppo eterogeneo risulta pertanto ulteriormente ostacolante.
- D2** Questa è la domanda di fondo. Se si considerano i risultati ottenuti, la risposta è senza dubbio affermativa. Quando le consegne sono chiare e gli scambi verbali sono puntuali, l'allievo raccoglie i dati, li confronta e con consapevolezza sviluppa il percorso della costruzione del concetto andando persino oltre alle aspettative. Nella classe seconda si è notato infatti che figure geometriche come i semicerchi, i pentagoni, gli esagoni, i triangoli equilateri hanno riscontrato più successo dei quadrati solitamente usati per lo sviluppo del teorema. Gli allievi di prima, avendo a disposizione solo quadrati, non hanno dovuto dedicare troppo tempo a verificare le relazioni richieste per produrre la dimostrazione, arrivando così in breve tempo alla costruzione del concetto. Il laboratorio ha creato curiosità ed entusiasmo, ma gli scambi puntuali permessi dalla messa in comune, ha regolarizzato il pensiero di ognuno, portando gli allievi verso un concreto e logico percorso di scoperta, senza spreco di tempo e energia.
- D3** La differenza tra i risultati ottenuti tra allievi che potevano beneficiare di una partecipazione attiva all'interno di un piccolo gruppo di lavoro e allievi che hanno beneficiato di un uso più sociale del linguaggio è notevole. Il confronto evidenzia come la

fase più significativa tra i due laboratori è quella intermedia. Allorquando tutti i gruppi hanno potuto raccontare le loro scoperte e ognuno ha potuto beneficiare del lavoro degli altri, gli allievi si sono dedicati alle operazioni matematiche per il calcolo delle aree. Chi possiede più dimestichezza con le procedure di calcolo ha velocizzato questa fase, ma tutti avevano ormai abbandonato la parte di progettazione e sperimentazione per dedicarsi con rinnovato slancio, alla parte più formale, matematica.

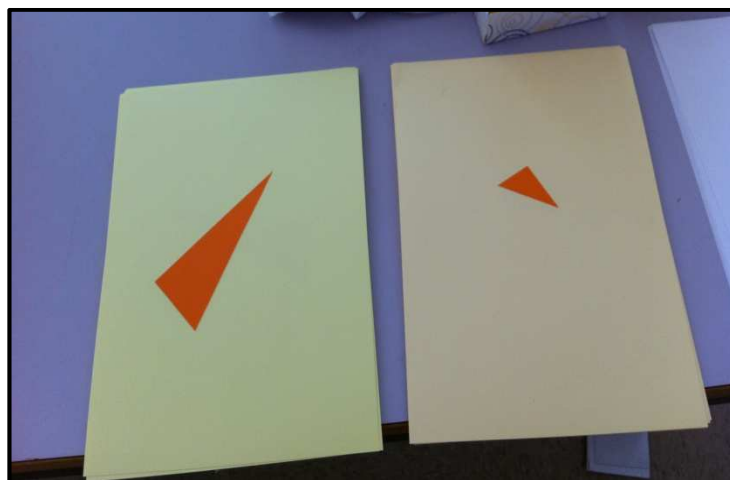
## **CONCLUSIONE**

I risultati ottenuti permettono di fare almeno quattro riflessioni.

1. Più il docente, nel suo ruolo di creatore delle condizioni che favoriscono l'apprendimento, è attento ai dettagli, più favorisce la motivazione ad apprendere.
2. Anche il docente di matematica deve considerare il linguaggio verbale un pilastro essenziale del suo lavoro. Se dimostra di saper raccontare, illustrare, narrare, commentare con un linguaggio preciso e corretto, favorisce nell'allievo la consapevolezza dell'importanza del linguaggio verbale.
3. Se la matematica si ritrova regolarmente nell'intreccio di conoscenze su cui si basano i tre regni naturali e la società tutta, allora il suo apprendimento deve poter percorrere strade logiche, di interesse immediato. Le conoscenze non potranno che incrociarsi e svilupparsi in diverse direzioni continuamente motivate dalla curiosità.
4. Al docente devono essere chiari gli obiettivi finali del suo ordine di scuola e poi lasciato libero sui tempi e sul percorso da intraprendere con la sua classe.



## 9 ALLEGATI



Allegato 1

**Materiale a disposizione 2E e 2D.** Sul tavolone tipo “buffet” ho sistemato il seguente materiale:

### *Piastrelle*

- \* 1 scatola di piastrelline quadrate tipo mosaico di lato 1 cm (allegato 2)
- \* 1 scatola di piastrelline quadrate tipo mosaico di lato 2 cm (allegato 2)

### *Figure geometriche ritagliate da cartoncini e moosgumi colorati*

- \* Poligoni regolari: triangoli equilateri, quadrati, pentagoni, esagoni, ottagoni con lati congruenti ai lati dei triangoli rettangoli. (allegato 3,4,5)
- \* Rettangoli con 1 lato congruente ai lati del triangolo rettangolo e 1 lato corrispondente al semi-lato del triangolo rettangolo. (allegato 3,4,5)
- \* Semi ottagoni e semi dodecagoni con diagonali congruenti ai lati dei triangoli rettangoli.(allegato 3,4,5)
- \* Settori circolari con raggi congruenti ai lati dei triangoli rettangoli. (allegato 3,4,5)
- \* Cerchi e semicerchi con diametro congruente ai lati dei triangoli rettangoli. (allegato 3,4,5)
- \* Strumenti geometrici, materiale per scrivere.

## **Materiale a disposizione 1D.**

### *Piastrelle*

- \* 1 scatola di piastrelline quadrate tipo mosaico di lato 1 cm (allegato 2)
- \* 1 scatola di piastrelline quadrate tipo mosaico di lato 2 cm (allegato 2)

### *Figure geometriche ritagliate da cartoncini e moosgumi colorati*

- \* Quadrati con i lati congruenti ai lati dei triangoli rettangoli. (allegato 6)



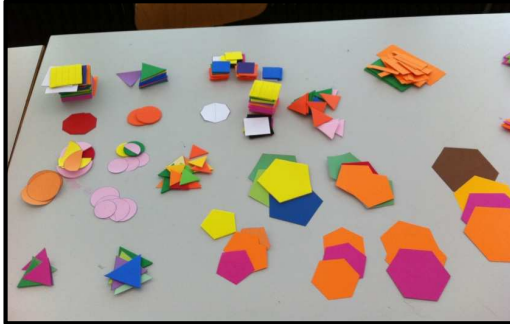
Allegato 2



Allegato 3



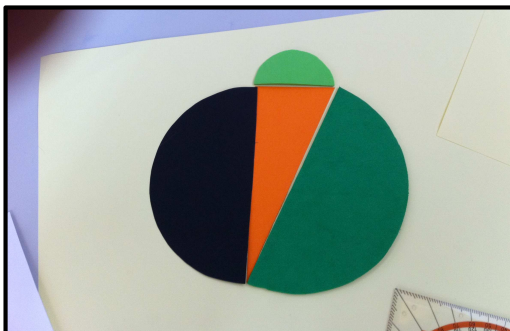
Allegato 4



Allegato 5



Allegato 6



Allegato 7



# RINGRAZIAMENTO

Mi preme ringraziare le docenti di matematica della 2D e della 1D per la disponibilità e il prezioso supporto e i docenti che mi hanno permesso di svolgere il laboratorio. Un pensiero di riconoscenza pure a tutti gli allievi che hanno accettato la mia presenza e risposto con impegno alle richieste.

# NUMERO DEI CARATTERI

*29'703 ringraziamento e bibliografia esclusi*

## Bibliografia

Nessuna fonte nel documento corrente.

# BIBLIOGRAFIA

## *Volumi*

**D'Amore B.** (1999). *Elementi di didattica della Matematica*. Bologna: Pitagora Editrice.

## *Volumi tradotti*

**Vygotsky Lev S.** (1966). *Pensiero e linguaggio*. Firenze: Giunti (1973)

**Bruner Jérôme.** (1986). *La mente a più dimensioni*. Roma: Editori Laterza (1993) Traduzione di R.Rini. Recensione di Francesca Lazzari Dottorato in Scienze della Cognizione e della Formazione, cà Foscari Università, Venezia

**Bruner Jérôme.** (1983). *Saper fare, saper pensare, saper dire*. Roma: Armando Editore (1992)