Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana
Dipartimento economia aziendale, sanità e sociale

SUPSI

Confronto tra Teoria dell'Utilità Attesa e Teoria del Prospetto

Studente/essa
- Mattia Cima

Relatore/trice
- Fabiano Cavadini

Corso di laurea
- Economia Aziendale

Indirizzo di approfondimento
- Banking and Finance

Tesi di Bachelor

Luogo e data di consegna

Manno, settembre 2015

Confronto tra Teoria dell'Utilità Attesa e Teoria del Prospetto

Autore: Mattia Cima
Relatore SUPSI: Fabiano Cavadini

Tesi di Bachelor

Scuola Universitaria Professionale della Svizzera Italiana
Dipartimento economia aziendale, sanità e sociale

10.09.2015

"L'autore è l'unico responsabile di quanto contenuto nel lavoro."

SUPSI

Abstract

L'evoluzione della Teoria delle Decisioni in condizioni di rischio può essere suddivisa fondamentalmente in due grossi capitoli: la Teoria dell'Utilità Attesa (von Neumann & Morgenstern, 1947) e la Teoria del Prospetto (Kahneman & Tversky, 1979). Mentre la prima è una teoria normativa che intende fornire un modello di comportamento statico e ideale, la seconda vuole invece fornire una teoria descrittiva ed esplicativa dei processi decisionali nelle persone. La Teoria dell'Utilità Attesa ha dunque bisogno di essere regolata da alcuni paletti che sono quelli del comportamento razionale e degli assiomi. Si è voluto comprendere in che modo questi paletti ostacolano la comprensione del naturale comportamento delle persone e si è tentato, tramite la Teoria del Prospetto, di dare un'alternativa all'interpretazione di questi fenomeni. In particolare l'utilità attesa è stata criticata in alcuni paradossi; tre dei quali sono approfonditi in questa tesi, ossia quelli di San Pietroburgo, di Allais e di Ellsberg. Oltre a questi paradossi, nell'articolo di Kahneman e Tversky vengono dimostrate altre incongruenze tra le scelte individuali e quelle previste dalla Teoria dell'Utilità Attesa che sono: l'effetto certezza, l'effetto riflesso, l'assicurazione probabilistica e l'effetto isolamento. La Teoria del Prospetto fornisce quindi un nuovo metro di valutazione dell'utilità attesa mediante una nuova funzione di valore degli outcome e una nuova funzione di ponderazione delle probabilità associate a essi. Rianalizzando quindi i paradossi presentati, alla luce della Teoria del Prospetto, è possibile spiegarne le anomalie. Il lavoro è stato svolto utilizzando i testi originali delle teorie, accompagnati da vari testi scientifici e libri sull'argomento.

Indice

Abstract I
Indice II
Indice delle illustrazioni III
Indice delle tabelle III
Indice problemi III
1. Introduzione 1
2. Introduzione alla Teoria delle Decisioni 3
3. Comportamento razionale 6
4. Decisioni in condizioni di rischio 7
5. Teoria dell'Utilità Attesa 10
5.1. Assegnazione dell'utilità 11
5.1.1. Assiomatizzazione dell'utilità attesa 11
5.1.2. Assiomatizzazione del comportamento razionale 14
6. Critiche alla Teoria dell'Utilità Attesa 16
6.1. Paradosso di San Pietroburgo 18
6.2. Paradosso di Allais 19
6.3. Paradosso di Ellsberg 20
7. Critiche di Kahneman e Tversky alla Teoria dell'Utilità Attesa 22
7.1. Effetto certezza 22
7.2. Effetto riflesso 23
7.3. Assicurazione probabilistica 24
7.4. Effetto isolamento 26
8. Teoria del Prospetto 28
8.1. La funzione di valore 29
8.2. La funzione di ponderazione 31
8.3. Applicazioni 34
9. Conclusioni 36
Bibliografia 39
Sitografia 41
Allegati 43
Allegato 1: Scheda progetto tesi 44
Allegato 2: Abstract 49
Allegato 3: Impegno condivisione diritti d'autore 50

Indice delle illustrazioni

Figura 1: Esempio albero decisionale 4
Figura 2: Esempio funzione di utilità per i diversi profili di rischio 8
Figura 3: Esempio equivalente certo 10
Figura 4: Albero decisionale assicurazione probabilistica 25
Figura 5: Albero decisionale Problema 5 26
Figura 6: Albero decisionale Problema 2 27
Figura 7: Esempio funzione di valore 31
Figura 8: Esempio funzione di ponderazione 32

Indice delle tabelle

Tabella 1: Esempio matrice decisionale 4
Tabella 2: Scommessa paradosso di Allais 19
Tabella 3: Paradosso di Ellsberg 20
Tabella 4: Effetto riflesso 24

Indice problemi

Problema 1 22
Problema 2 23
Problema 3 23
Problema 4 23
Problema 5 26

SUPSI

1. Introduzione

Già nell'antica Grecia i pensatori avevano capito che ciò che contraddistingue gli uomini dagli altri animali è la facoltà di ragionare con una certa consapevolezza, la quale fu poi definita *razionalità* (Labinaz, 2013, p. 7). A pari passo con la razionalità si sviluppa la Teoria delle Decisioni, la quale vuole dare dei modelli secondo i quali l'agente, cioè la persona confrontata con una scelta, si comporta di fronte alle decisioni di tutti i giorni. La razionalità e le decisioni implicano una lunga serie di fenomeni e abbracciano una moltitudine di discipline diverse, che vennero, e lo sono tuttora, studiate da molti dei più grandi economisti, psicologi, filosofi e intellettuali. Per citarne alcuni: Bernoulli, DeFinetti, Savage, Friedmann, Morgenstern, Von Neumann, Tversky, Kahneman, Bentham e Markowitz. La Teoria dell'Utilità Attesa, proposta dagli scienziati John Von Neumann e Oskar Morgenstern nel celebre trattato "Theory of games and economic behavior" (von Neumann & Morgenstern, 1947), è stata per anni dominante nella spiegazione del comportamento umano di fronte a problemi decisionali, ma, a causa delle notevoli restrizioni nelle assunzioni, ha via via perso di validità empirica, anche se rimane tutt'oggi un modello vastamente applicato. Negli anni ottanta si fece strada una nuova corrente guidata dagli psicologi Daniel Kahneman e Amos Tversky, i quali elaborano una teoria riportata nell'articolo chiamato "Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk" (Kahneman & Tversky, 1979), nel quale vengono abbattuti i principali assiomi legati all'utilità e riescono a conciliare la materia economica con la psicologia. Gli stessi autori pubblicano più tardi una riformulazione della propria teoria che chiamano "Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainity", per adattarla alle nuove scoperte sul campo (Tversky & Kahneman, 1992). La Teoria del Prospetto è indicata come il precursore di una nuova branca di studio battezzata "economia comportamentale", la quale cerca di comprendere il comportamento umano di fronte al rischio e cerca di spiegarlo allontanandosi dalla teoria economica standard (Treccani, 2012).

La differenza fondamentale tra l'Expected Utility Theory e la Prospect Theory sta nel fatto che la prima è una teoria puramente normativa, la quale vuole dare una descrizione statica del comportamento umano. La Teoria del Prospetto invece si prefigge di dare una descrizione positiva del fenomeno, tramite supposizioni basate su sondaggi che rappresentassero situazioni di incertezza della vita reale. Una ragione che ha portato a queste visioni divergenti può essere attribuita al fatto che per un certo periodo di tempo la psicologia è stata separata dall'economia fintantoché, per vari motivi, i due rami si sono congiunti, consentendo una nuova visione della materia.

Lo scopo di questo lavoro è quindi quello di analizzare l'evoluzione di queste teorie e descriverne il funzionamento, le caratteristiche e le lacune.

L'obiettivo generale del lavoro è quello di comprendere quali sono i collegamenti e le differenze tra la Teoria dell'Utilità Attesa di von Neumann e Morgenstern e la Teoria del Prospetto di Kahneman e Tversky.

Gli obiettivi specifici sono:

- Comprendere il meccanismo di decisione dell'agente;
- Descrivere la Teoria dell'Utilità Attesa;
- Comprendere gli assiomi al suo interno;
- Comprenderne le anomalie e i paradossi;
- Descrivere la Teoria del Prospetto;
- Comprendere i legami tra le due teorie;

Il lavoro è strutturato partendo da un'introduzione alla teoria delle decisioni per carpire come esse sono formalizzate. In seguito viene presentato uno scorcio sulle teorie di comportamento razionale delle persone, le quali sono un pilastro importante nella Teoria dell'Utilità Attesa. Dopo queste parti introduttive si entra più nello specifico del campo delle decisioni in condizioni di rischio e quindi della Teoria dell'Utilità Attesa. All'interno di questi capitoli è spiegato il modo in cui essa è stata costruita e su quali fondamenti è basata. Si entra poi nella terza parte del lavoro che è quella che descrive alcuni problemi legati a questa teoria, la quale ha suscitato pareri divergenti tra gli addetti ai lavori; in particolare ne vengono analizzati i tre principali paradossi: quello di San Pietroburgo, quello di Allais e quello di Ellsberg. Nell'ultima parte del lavoro è presentata una descrizione della Teoria del Prospetto e della Teoria del Prospetto Cumulata, le quali tentano di porre rimedio ai problemi e alle incongruenze presentati.

Per la redazione del lavoro si sono utilizzati principalmente il testo di Peterson (Peterson, 2009) e il testo originale di Kahneman e Tversky (Kahneman & Tversky, 1979), i quali hanno costituito le basi sulle quali costruire l'intero elaborato. Alcuni dati utilizzati sono estrapolati da questi testi, mentre altri, come per esemplificare i concetti, sono stati creati a discrezione dell'autore.

2. Introduzione alla Teoria delle Decisioni

Prima di iniziare con l'esposizione delle due principali teorie legate alle decisioni in condizioni di rischio o incertezza, è bene dare un'introduzione alla *Teoria delle Decisioni* per comprendere le basi su cui le citate teorie sono fondate.

La teoria delle decisioni indica che ci sono alcune variabili facenti parte del processo decisionale razionale: l'autore della decisione sceglie un atto da una serie di alternative, il risultato dipende dal reale stato di natura che si verificherà, il quale in alcuni casi è anche parzialmente conosciuto (Peterson, 2009, p. 1).

Questa teoria si suddivide in 2 ramificazioni, la "teoria delle decisioni normativa" e la "teoria delle decisioni descrittiva".

La prima di queste è quella che si vuole occupare di descrivere quello che i decisori devono o dovrebbero razionalmente fare per prendere una decisione. Il vantaggio in questo ramo sta nella possibilità di descrivere il comportamento di un agente razionale valido per tutti.

La seconda invece cerca di prevedere come le persone realmente prendono le decisioni. Bisogna comunque tenere in considerazione come le modalità decisive delle persone cambiano in funzione delle situazioni e della cultura.

Il punto che accomuna le due teorie è che le decisioni sono influenzate dal credo e dai desideri del decisore. (Peterson, 2009, pp. 3-4)

Nel processo decisionale sembra non sia possibile distinguere tra decisioni giuste e decisioni razionali finché l'azione non sia compiuta, infatti il decisore opera in base alle informazioni disponibili al momento della presa di decisione. In definitiva una decisione è giusta se e solo se il risultato è buono quanto ogni altro possibile risultato. La decisione è invece razionale se il decisore sceglie di fare quello che è più sensato laddove la decisione è presa. Questa è anche chiamata "razionalità strumentale", cioè quando il decisore ha un obiettivo e intraprende delle scelte per raggiungerlo (Peterson, 2009, p. 5).

Le scelte possono avvenire in condizioni diverse tra loro, ognuna delle quali ha le proprie peculiarità teoriche e possono essere riassunte in scelte in condizioni di:

- Certezza: sono caratterizzate dal fatto che il decisore conosce con certezza le possibilità e i risultati delle alternative.
- Rischio: il decisore conosce i risultati delle possibili alternative. Non ha la certezza sul quale si verificherà, ma può attribuire delle probabilità.
- Incertezza: quando l'esito delle scelte è conosciuto, ma non è possibile attribuirvi delle probabilità. (Labinaz, 2013, p. 23)

Nell'analisi delle decisioni vengono utilizzate delle raffigurazioni comuni: le più utilizzate sono la *matrice decisionale* e l'*albero decisionale*, i quali rappresentano i vari stadi di una situazione.. Per comprendere meglio gli schemi è utile portare un esempio.

Una persona ha la possibilità di decidere se assicurare la propria auto del valore di CHF 30'000 contro i furti. La franchigia viene fissata a CHF 10'000 e il premio è di CHF 100 all'anno.

Dunque una persona decide di assicurarsi e il furto avviene; essa si trova senza auto e da pagare una franchigia di CHF 10'000. Se non si fosse assicurata rimarrebbe senza auto e perderebbe quindi il valore di CHF 30'000. Se invece il furto non avviene la persona avrebbe pagato 100 e basta, ma senza assicurazione non avrebbe pagato nulla.

La matrice in pratica si presenta nel seguente modo:

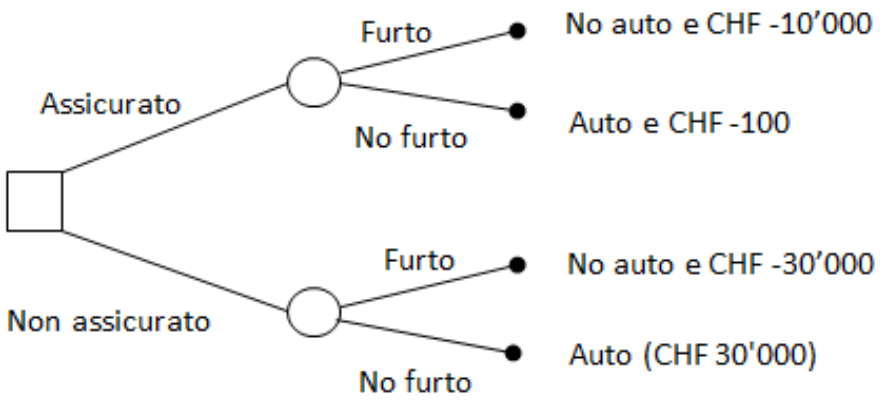
Tabella 1: Esempio matrice decisionale

	No Furto	Furto
Non Assicurato	Auto (CHF 30'000)	No auto e CHF -30'000
Assicurato	Auto e CHF -100	No auto e CHF -10'000

Fonte: Elaborazione dell'autore

L'albero invece si presenta nel seguente modo:

Figura 1: Esempio albero decisionale



Fonte: Elaborazione dell'autore

Il quadrato indica una scelta operata dalla persona, mentre il cerchio indica una scelta operata dal caso e quindi i possibili stati di natura.

I mattoni principali che costituiscono un problema di decisione sono gli "stati", i "risultati" e gli "atti".

Gli *stati* sono la natura del contesto nel quale ci si trova confrontati al momento della presa di decisione. Per chiarificare il concetto è utile riprendere un esempio di Peterson, M. il quale scrive: "[…] *non tutti gli stati sono rilevanti per prendere una decisione. Per alcune decisioni non è rilevante il numero di atomi nell'universo. Sono rilevanti solo quegli stati che influenzano le*

preferenze del decisore come ad esempio: il candidato repubblicano vince le elezioni, il tasso di interesse aumenta del 5% il prossimo anno […]". (Peterson, 2009, p. 20)

I *risultati* sono il prodotto degli atti e degli stati e per essere comparati devono sempre essere messi in scala dal migliore al peggiore. Questo procedimento implica tuttavia che debbano essere misurati e quindi deve esser assegnato un valore. Il valore può essere ordinato secondo una *scala ordinale* o una *scala cardinale*.

La *scala ordinale* assegna un valore più alto al risultato ritenuto migliore e man mano un valore più piccolo al risultato ritenuto peggiore. Rappresentato in una funzione come segue:
$f(x) \geq f(y)$ se e solo se $x \geq y$.

Questa classificazione non ci dà però una misura di quanto un risultato sia migliore rispetto a un altro.

La *scala cardinale* invece ci dà informazioni sui rapporti tra i valori ed è suddivisibile in ulteriori due concetti che sono la *scala a intervalli* e la *scala a rapporti*.

La *scala a intervalli* utilizza come punto di riferimento uno "zero" arbitrario (per esempio gli 0°C della scala delle temperature in gradi Celsius), la caratteristica è che con questo tipo di misurazione non è possibile rapportare misure diverse perché non vi sono trasformazioni lineari tra di esse, ma è facile intuire la differenza nella misurazione dello stesso oggetto (capiamo che 10° sono maggiori di 5° ma non rappresentano la stessa variazione in gradi Farenheit). La funzione che misura la scala a intervalli è lineare e può essere rappresentata come: $f'(x) = k \cdot f(x) + m$ dove *k* è un numero positivo e *m* una costante.

Per rapportare le misure è necessario utilizzare la *scala a rapporti*, nella quale il punto di riferimento è uno "zero" reale (corrispondente all'assenza della variabile, 0 secondi sono l'assenza di tempo). Tipici esempi di misure a rapporto sono il peso, il tempo, la massa e altri ancora; infatti se confronto 1 chilo con le libbre ottengo 2.2, e allo stesso modo 2 chili sono 4.4 libbre, entrambi hanno gli stessi rapporti incrementali. Formalmente la funzione che spiega la scala a rapporti è: $f'(x) = k \cdot f(x)$ dove *k* è una costante positiva.

Gli *atti* possono essere visti come una funzione che trasforma degli stati in risultati; la funzione infatti è per definizione un meccanismo che trasforma un input (stato) in un output (risultato). Anche gli atti sono suddivisibili in due categorie: gli *atti generici* (atti che possono essere svolti da differenti agenti in diversi intervalli di tempo) e *atti particolari* (istanze derivanti da un atto generico). (Peterson, 2009, p. 23-30)

È quindi possibile concludere che gli atti sono gli strumenti che permettono di ottenere dei risultati e gli stati sono ciò che li determinano.

Una volta misurato il risultato di una decisione bisogna capire quale di questi sia il migliore. Viene quindi introdotta una proprietà chiamata "dominanza". Essa implica che un output è dominato

quando il suo valore è peggiore di un altro output con valore più grande; dunque il primo tipo di output non sarà mai scelto perché dominato.

In ogni caso un'alternativa è migliore dell'altra se l'agente sa con esattezza che essa sarà almeno buona quanto l'altra.

Il segno $\succ$ indica la relazione tra due atti, quindi $a_i \succ a_j$ significa che a_i è un'alternativa migliore di a_j e quindi sarà la scelta più razionale. Se invece $a_i \succcurlyeq a_j$ significa che a_i è razionale almeno quanto a_j e se $a_i \sim a_j$ significa che i due atti sono ugualmente razionali.

Con questa premessa si possono introdurre il concetto di "dominanza debole" e di "dominanza forte".

Dominanza debole significa che un'alternativa è almeno razionale quanto un'altra in ogni possibile stato di natura. Quindi $ai \succcurlyeq aj$ se e solo se $v(ai,s) \geq v(aj,s)$ in ogni stato di natura s.

Dominanza forte significa che un'alternativa è più razionale di un'altra se ci sono due condizioni rispettate: i suoi risultati in tutti gli stati di natura devono essere buoni almeno quanto quelli di un'altra alternativa e ci deve essere almeno un'alternativa nella quale il risultato è rigorosamente migliore di un'altra. Quindi $a_i \succ a_j$ se e solo se $v(a_i,s_m) \geq v(a_j,s_m)$ per ogni stato di natura s_m e ci sono però stati s_n nei quali $v(a_i,s_n) > v(a_j,s_n)$. (Peterson, 2009, p. 41-43)

3. Comportamento razionale

La Teoria dell'Utilità Attesa presuppone che l'agente sia razionale e agisca di conseguenza in un ambiente con informazione perfetta. Ma cosa significa?

In breve, il comportamento razionale comporta il perseguimento dei propri obiettivi conformemente a un insieme predefinito di preferenze e priorità. (Agnoli & Piccolo , 2008, p. 195) Secondo la teoria economica, l'homo oeconomicus (così viene chiamato l'agente pienamente razionale) è una persona asociale, isolata, curatrice unicamente dei propri interessi e priva di ogni legame relazionale. Il suo unico scopo è dunque quello di massimizzare la propria soddisfazione personale (Lingua, 2013).

Per poter scegliere le proprie alternative in modo razionale esso ha a disposizione tutte le informazioni possibili per quanto riguarda il campo delle sue decisioni e le utilizza in modo efficiente. Devono perciò sussistere le seguenti condizioni per l'agente: *decidibilità* (essere sempre in grado di decidere quali mezzi utilizzare per i propri fini), *perfettibilità* (l'individuo ha capacità computazionali illimitate e informazioni perfette sulle alternative) e *asocialità* (nessun influsso sociologico può influenzare le scelte dell'individuo) (Lanzi, s.d.).

Questo assunto, che sostiene la razionalità strumentale, è accettato in quanto consente di semplificare notevolmente i modelli come quelli dell'utilità, poiché si tratta di generalizzazioni di un comportamento che si è rivelato essere in realtà molto più complesso.

4. Decisioni in condizioni di rischio

Come già anticipato a pagina 3 le decisioni in condizioni di rischio comportano la consapevolezza delle probabilità con cui un risultato può verificarsi. Tipico esempio di decisione in condizione di rischio è la *lotteria*. La lotteria è un insieme di possibili risultati ottenibili in modo casuale tramite una distribuzione probabilistica (Lanzi, s.d.). Ci sono due tipi di lotterie: quella *semplice* e quella *composta*. La lotteria composta prevede molteplici lotterie semplici al suo interno (Chiandotto & Bacci, 2004, p. 26).

Il concetto fondamentale di questo tipo di decisioni è quello di *massimizzare il valore atteso* di un atto. È possibile comunque distinguere altri tre sotto concetti più specifici: massimizzare il *valore monetario atteso*, massimizzare il *valore atteso* e massimizzare l'*utilità attesa*.

Se per esempio una persona partecipa a una lotteria nella quale si può vincere CHF 1mio certi e un'altra con il 50% di probabilità di vincere CHF 3mio o niente, sembrerebbe sensato prendere CHF 1mio sicuri, ma se il metodo di scelta si basa sul valore monetario atteso si avrebbe:

$EMV = p_1 \cdot m_1 + p_2 \cdot m_2 + \ldots + p_n \cdot m_n$, dove p =probabilità e m =valore monetario, dunque

$EMV(1) = \frac{1}{2} \cdot CHF\ 1mio + \frac{1}{2} \cdot CHF\ 1mio = 1mio$;

$EMV(2) = \frac{1}{2} \cdot CHF\ 3mio + \frac{1}{2} \cdot CHF\ 0 = 1.5mio$

In questo caso la decisione razionale sembra essere quella di scegliere la seconda alternativa.

Se invece come metodo di scelta è utilizzato il valore atteso, bisogna sostituire la m con una v, che sta a significare il valore attribuito alla somma vinta, nella funzione di valore atteso. La nuova funzione diventa quindi:

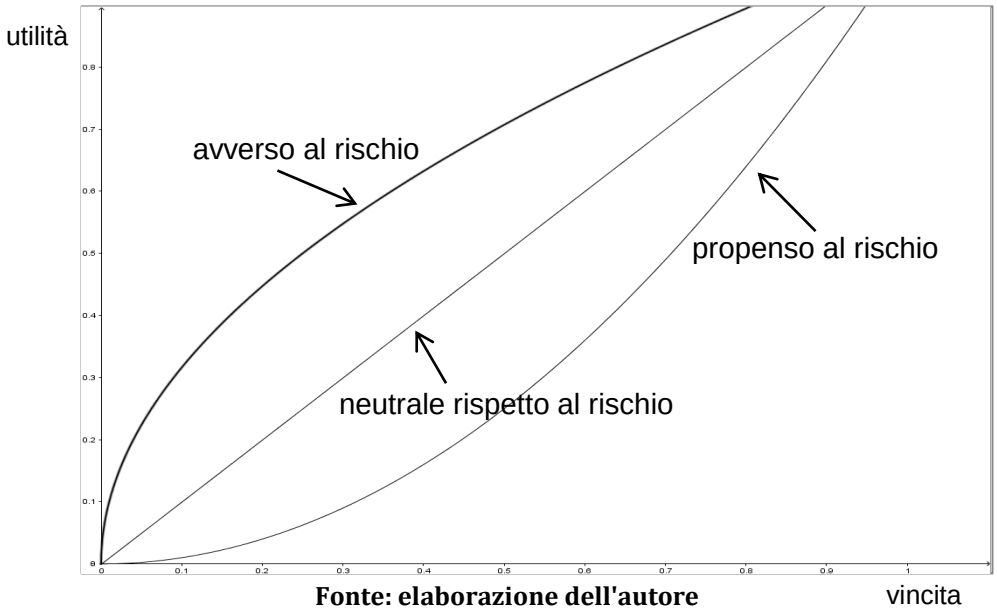
$EV = p_1 \cdot v_1 + p_2 \cdot v_2 + \ldots + p_n \cdot v_n$, dove p =probabilità e v =valore

Il valore attribuito al denaro vinto cambia da persona a persona, per questo motivo è stato introdotto il concetto di "utilità". L'utilità di un risultato dipende ancora dal punto di vista del decisore, ma il vantaggio è che incorpora in essa la percezione del rischio derivante dal prospetto che si ha di fronte e può essere utilizzata anche per valutare alternative non monetarie, grazie alle proprietà della scala cardinale. La si può quindi definire come il valore attribuito alla soddisfazione per l'accadimento di diversi eventi. Sostituiamo quindi la v dell'equazione precedente con la u. La funzione dell'utilità attesa diventa quindi:

$EU = p_1.u_1 + p_2.u_2 + \ldots + p_n.u_n$, dove p =probabilità e u =utilità (Peterson, 2009, p. 65-68)

La rappresentazione delle preferenze di un individuo avviene mediante la *funzione di utilità*. Grazie ad essa è possibile identificare l'utilità assegnata a ogni livello di vincita e dunque l'azione migliore che apporta la massima utilità attesa (Chiandotto & Bacci, 2004). In generale si ipotizza che la funzione di utilità di una persona razionale sia concava. Come nell'esempio della Figura 2, si può notare che una curva concava è caratterizzata da un'utilità marginale decrescente.

Figura 2: Esempio funzione di utilità per i diversi profili di rischio



Fonte: elaborazione dell'autore

L'individuo può essere *avverso al rischio*, *neutrale rispetto al rischio* o *propenso al rischio*.

Il rischio non è definito unanimemente, il dizionario Garzanti-Petrini lo esplica come "*possibilità di subire un danno, una perdita*" (Garzanti-Petrini, 2002). Si può vedere il rischio anche come la volatilità o la diversità rispetto a un risultato atteso. Ciò che conta è che nel rischio c'è una componente probabilistica e un avvenimento considerato negativo (come una perdita di denaro).

Un individuo con funzione di utilità concava rispetto alla ricchezza totale si dice *avverso al rischio*, cioè esso eviterà i giochi equi (ossia con valore atteso 0 e che giocoforza hanno componenti negative). Se invece un individuo ha una funzione di utilità convessa è detto *propenso al rischio*, vale a dire che l'aumento marginale della ricchezza comporta un'utilità sempre maggiore e quindi anche la lotteria equa fornisce un'utilità maggiore rispetto a rifiutarla. L'individuo viene detto *neutrale rispetto al rischio* quando è indifferente nell'accettare la lotteria rischiosa e la sua funzione di utilità è una retta con pendenza 1. (Frank, 2010, pp. 189-192)

L'attitudine al rischio può essere misurata mediante dei coefficienti di rischio *assoluto* o *relativo*. Questi due parametri consentono di misurare la concavità della funzione di utilità.

La formula dell'indice assoluto di avversione al rischio è: $R_a(x) = -\frac{u''(x)}{u'(x)}$

La formula dell'indice relativo di avversione al rischio è: $R_r(x) = -x\frac{u''(x)}{u'(x)}$

La seconda formula ha il pregio di rendere indipendente il coefficiente dal livello degli importi.
La derivata seconda di una funzione indica la curvatura della funzione mentre la derivata prima dà la pendenza che è sempre positiva. Quindi se $R(x) > 0$ il soggetto è avverso al rischio, se $R(x) = 0$ il soggetto è neutrale verso il rischio e se $R(x) < 0$ il soggetto è propenso al rischio. (Chiandotto & Bacci, 2004, p. 60-62)

Un altro metodo è quello del calcolo dell'*equivalente certo*.

Si prenda a titolo di esempio la funzione di utilità seguente: $U(x) = \sqrt{x}$, dove x indica la somma da analizzare. Si noti che questa è una funzione di utilità concava e che non permette incognite negative.
La persona con questa funzione di utilità si trova confrontata con una scommessa che dà il 70% di probabilità di vincere CHF 200 e il 30% di probabilità di perderne 40. Il valore monetario atteso del gioco è: $VA = 0.7 \cdot 200 + 0.3 \cdot (-40) = 128$. Utilizzando la funzione di utilità, considerando una ricchezza iniziale di 1'000, possiamo calcolare l'utilità della lotteria per l'individuo, ottenendo: $0.7 \cdot \sqrt{1'000 + 200} + 0.3 \cdot \sqrt{1'000 - 40} = 33.54$.

Siccome però l'individuo è avverso al rischio, esso ha una somma che se ricevuta con certezza garantisce la stessa utilità della lotteria e rende quindi la scelta tra lotteria e somma certa indifferente; quest'ammontare è chiamato *equivalente certo*. Esso è corrispondente in questo esempio a:

$$\sqrt{1'000 + CE} = 0.7 \cdot \sqrt{1'000 + 200} + 0.3 \cdot \sqrt{1'000 - 40}$$

$$\sqrt{1'000 + CE} = 33.54$$

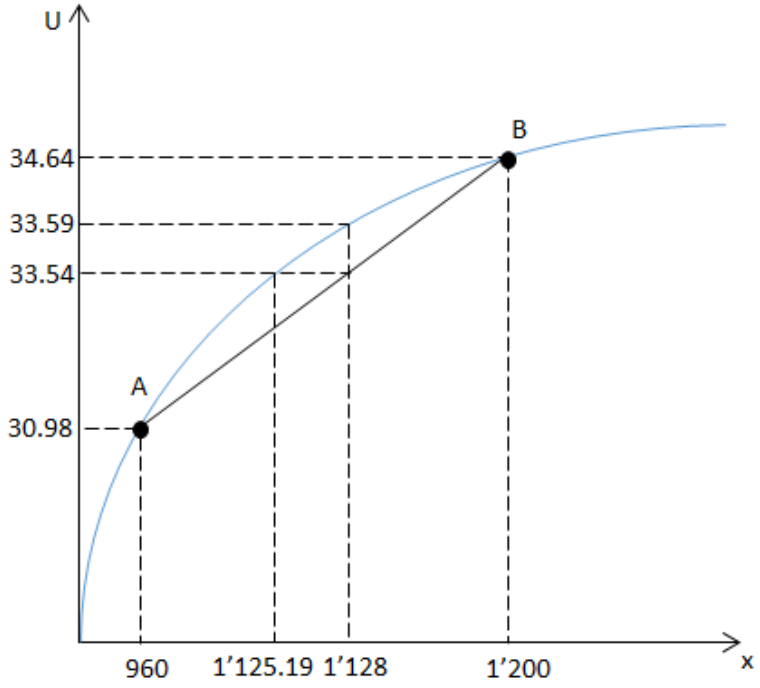
$$CE = 125.19$$

Dove CE è l'equivalente certo ed è uguagliato alla funzione di utilità dell'individuo.

Infine l'utilità di ricevere il valore atteso per certo sarebbe di $\sqrt{1'128} = 33.59$

Questa è dunque la vincita che rende l'individuo con ricchezza iniziale $1'000$ e funzione di utilità $U(x) = \sqrt{x}$ indifferente nell'accettare o meno la scommessa o la vincita certa. In conclusione l'agente avverso al rischio è disposto a sacrificare risorse per diminuire il rischio, come nel caso delle assicurazioni. La differenza tra valore atteso ed equivalente certo: $128 - 125.19 = 2.81$, è anche chiamata *premio al rischio*, il quale rappresenta la disponibilità a pagare del consumatore per diminuire il rischio di una determinata situazione. (Chiellemi & Comino, 2008) Nella Figura 3 è raffigurata questa situazione.

Figura 3: Esempio equivalente certo



Fonte: Elaborazione dell'autore

A questo punto ci si potrebbe chiedere se massimizzare l'utilità sia di per sé razionale. Per rispondere a questa domanda si sono creati degli assiomi (i quali verranno trattati in seguito) e inoltre si è guardato alla legge dei grandi numeri. Questa legge osserva che se un atto è compiuto n volte, dove n tende all'infinito, nel lungo periodo se un risultato ha probabilità costante p di verificarsi, allora la frequenza relativa di questo risultato differirà di un piccolo ammontare ε che tenderà a 0 da questa probabilità. Allo stesso modo anche la probabilità che la media dei risultati ottenuti sia differente dal risultato atteso sarà molto piccola. Questo per dire che se il comportamento descritto è applicato dalla maggioranza delle persone, allora inglobando tutta l'umanità il comportamento medio differirà di poco da quanto descritto. (Peterson, 2009, p. 71-73)

5. Teoria dell'Utilità Attesa

Per riprendere quanto già scritto nel capitolo 2, l'utilità è una misura numerica, ma il significato di questi numeri dipende dal tipo di scala utilizzata:

1. Scala ordinale (10 è meglio di 5);
2. Scala a intervallo (la differenza tra 10 e 5 è la stessa che tra 5 e 0);
3. Scala a rapporti (10 è il doppio di 5).

Rimane comunque il problema che l'utilità non è misurabile introspettivamente; se si chiedesse a delle persone di assegnare delle loro utilità, esse darebbero un risultato del tutto arbitrario.

Bisogna quindi utilizzare un metodo più sofisticato per assegnare dei numeri ai risultati e agli atti che riflettano la loro utilità. (Peterson, 2009, p. 91)

5.1. Assegnazione dell'utilità

5.1.1. Assiomatizzazione dell'utilità attesa

I teorici hanno proposto fondamentalmente due diverse strategie per dare degli assiomi all'utilità attesa: ossia *indirette* e *dirette.* Questi hanno lo scopo principale di dimostrare che l'utilità di un atto equivale all'utilità attesa del suo risultato.

Nell'approccio *indiretto* il decisore non ha preferenze per un atto o per l'altro perché il suo risultato è migliore, bensì al decisore è chiesto di scegliere un insieme di preferenze per un insieme di atti rischiosi, indipendentemente da come le preferenze sono generate. In seguito se l'insieme di preferenze scelte è coerente con un certo numero di vincoli, è stato dimostrato che le sue decisioni possono essere descritte come fossero scelte assegnando probabilità e utilità ai risultati.

Nell'approccio *diretto* invece le preferenze sono generate applicando direttamente un'utilità al risultato ottenuto; quindi, al contrario dell'approccio indiretto, il decisore non ha accesso a un insieme di preferenze prima della decisione.

Sono quindi state proposte quattro proprietà che l'utilità deve avere:

- La prima proprietà afferma che se tutti i risultati di un atto hanno utilità u, allora l'utilità dell'atto è u.
- La seconda proprietà stabilisce il principio di *dominanza*. Vale a dire che se un atto ha un risultato con utilità maggiore rispetto ad altri allora esso è preferibile.
- La terza proprieté prescrive che ogni problema decisionale può essere trasformato in un problema decisionale con stati equiprobabili, suddividendo le probabilità originali in grandezze uguali senza modificare l'utilità di ogni atto originale.
- La quarta proprietà è il principio del *trade-off*. Ossia se due risultati sono equiprobabili ma significativamente diversi, è possibile compensare il divario aggiungendo un ammontare di utilità al risultato peggiore, togliendolo dal risultato migliore.

In conclusione, considerando le quattro proprietà esposte precedentemente, si ottiene che l'atto con la maggiore utilità è quello che avrà anche l'utilità attesa maggiore e di conseguenza anche il più attrattivo. (Peterson, 2009, p. 73-77)

Nel passo successivo, un agente stabilisce che preferisce x a y in base al proprio ordinamento delle preferenze: come ci si assicura in base a questa informazione che il soggetto realmente preferisca l'alternativa x all'alternativa y? Una spiegazione può essere data dall'osservazione del

suo comportamento, ossia, banalmente, le preferenze di un agente sono indicate dal comportamento nelle scelte, quindi l'agente preferisce x a y solo e soltanto se esso sceglie x invece di y (questo assumendo che l'agente sia in grado di assegnare correttamente le preferenze a tutte le opzioni). L'analisi in questione tuttavia può essere valida solamente ex-post. Bisogna allora trovare un modo per prevedere il comportamento; ciò è permesso grazie all'inserimento di altri assiomi che definiscono non più l'utilità ma l'atteggiamento.

Per assegnare le preferenze si utilizzano i seguenti operatori:

- se x è preferito a y, allora $x \succ y$;
- se x è indifferente rispetto a y, allora $x \sim y$;
- se x è preferito almeno quanto y, allora $x \succcurlyeq y$.

Questi operatori sono collegati nel seguente modo:

- $x \succcurlyeq y$ se e solo se $x \succ y$ o $x \sim y$;
- $x \sim y$ se e solo se $x \succcurlyeq y$ e $y \succcurlyeq x$;
- $x \succ y$ se e solo se $x \succcurlyeq y$ e non $x \sim y$.

Se si è quindi in grado di ordinare le preferenze tra alternative in uno dei modi presentati sopra, devono valere i seguenti assiomi:

- La completezza è una di queste ed esclude la possibilità di avere a disposizione due scelte incomparabili, quindi le possibilità sono: $x \succ y$ o $x \sim y$ o $y \succ x$.
- L'asimmetria è un'altra proprietà che definisce che se x è preferito a y allora non è possibile che y sia preferito a x. Formalizzato: se $x \succ y$, allora non vale che $y \succ x$.
- La transitività invece indica che se x è preferito a y e y è preferito a z, allora x è preferito a z. Formalizzato: se $x \succ y$ e $y \succ z$ allora $x \succ z$.

In conclusione è possibile quindi assegnare dei valori numerici all'utilità se si prendono in considerazione i criteri esposti in questi paragrafi.

Questi criteri valgono se viene utilizzata una scala ordinale, ma è già stato anticipato che questa scala dà meno informazioni rispetto agli altri due tipi di scale, ossia a intervalli e a rapporti.
Il principio dell'utilità attesa in effetti presuppone che l'utilità venga misurata per mezzo di una scala intervallare. (Peterson, 2009, p. 91-94)
La scala intervallare permette di osservare numericamente la differenza tra l'utilità di un risultato e l'altro. L'esempio esposto da Petterson è molto utile.

Si supponga che Mr Simpson abbia deciso di andare a un concerto rock nel quale si esibiranno tre bands. Simpson pensa che il gruppo A sia meglio di quello B, che a sua volta è meglio di C (cioè $A \succ B \succ C$). Per delle ragioni sconosciute non è possibile ottenere dei biglietti che diano la garanzia

di vedere A o C con assoluta certezza. Al protagonista vengono invece offerti dei biglietti per i quali ha la possibilità di vedere A con probabilità 70% e 30% di vedere C, in alternativa ha il 100% di possibilità di vedere B.

Dopo avervi riflettuto Simpson dichiara di ritenere che entrambe le possibilità sono equamente utili e di aver preso questa decisione seguendo il principio della massimizzazione dell'utilità.

Con queste informazioni possiamo ragionare a ritroso e definire qual è l'utilità di un concerto rock per Mr Simpson e determinarne il valore. La funzione che rappresenta l'utilità in modo da risultare le due opzioni equamente utili sarà: $0{,}7 \cdot u(A) + 0{,}3 \cdot u(C) = 1 \cdot u(B)$

Osserviamo che in questa equazione ci sono tre variabili sconosciute e quindi più soluzioni possibili. Tuttavia se l'utilità è misurata in una scala a intervallo, in virtù delle sue proprietà, possiamo decidere arbitrariamente a quale utilità dare il valore più alto e a quello più basso, e risolvendo l'equazione trovare quello intermedio; in questo modo l'equazione ha una sola incognita.

Assumiamo che l'utilità per il miglior risultato sia 100 (u(A)=100) e quella del peggior risultato sia 0 (u(C)=0), l'equazione che ne segue sarà: $0{,}7 \cdot 100 + 0{,}3 \cdot 0 = 1 \cdot \mathrm{u(B)}$

Risolvendo l'equazione il risultato diventa:

- u(A) = 100
- u(B) = 70
- u(C) = 0

Ora a Simpson viene detto che ci sarà un ulteriore band a suonare, la band D, la quale Simpson pensa che sia leggermente migliore della B. Per ragioni sconosciute viene offerto un biglietto che dà la possibilità di vedere il concerto di D con probabilità p e il concerto di C con probabilità 1-p, dove p è una probabilità fissata da lui stesso. Per trovare il valore numerico dell'utilità di vedere il concerto di D, Simpson si pone la seguente domanda: "Quale valore di p mi renderebbe indifferente tra il guardare il concerto di B con certezza e D con probabilità p e C con probabilità 1-p ?". Dopo un'accurata riflessione Simpson dichiara che la sua indifferenza si presenta quando ha la possibilità di vedere B al 100% e D al 78% e C al 22%, l'utilità di D in questo modo è:

$1 \cdot 0.70 = 0{,}78 \cdot u(D) + 0{,}22 \cdot 0$

$89.7 = u(D)$

Chiaramente questo metodo per determinare l'utilità assume che il decisore scelga sempre massimizzando l'utilità attesa invece che utilizzando altri metodi. Von Neumann e Morgenstern hanno proposto che, invece di assumere direttamente che il decisore applichi sempre il principio dell'utilità attesa, esso abbia un certo numero di vincoli sulle preferenze razionali, i quali fanno in

modo che il decisore si debba comportare come se agisse calcolando l'utilità attesa. (Peterson, 2009, p. 96-98)

5.1.2. Assiomatizzazione del comportamento razionale

Si assuma che Z sia un insieme finito di premi che può contenere praticamente ogni tipo di bene. Gli elementi di Z sono tipicamente gli elementi che costituiscono il risultato di una decisione rischiosa. In aggiunta si assuma che L è l'insieme di lotterie che può essere costruito da Z applicando alcune definizioni:

- Ogni premio in Z è una lotteria;
- Se A e B sono lotterie, allora p è la probabilità di vincere A e 1-p è la probabilità di vincere B, dove $0 \leq p \leq 1$;
- Nient'altro è una lotteria.

Date queste definizioni Von Neumann e Morgenstern introducono quattro assiomi, in parte già descritti, per definire il comportamento razionale degli agenti nelle scelte e specificare ulteriormente le preferenze degli individui al fine di ottenere funzioni di utilità sufficientemente generali e analiticamente trattabili:

1. Completezza: $A \succcurlyeq B$ o $A \sim B$ o $B \succcurlyeq A$. Ciò significa che ogni individuo è in grado di ordinare le proprie preferenze coerentemente, si esclude quindi la possibilità che non si riesca a dare una classifica rispetto alle preferenze delle alternative.
2. Transitività: Se $A \succ B$ e $B \succ C$, allora $A \succ C$. Se la lotteria A è preferita alla lotteria B, e B è preferita a C, allora A dovrà essere preferita a C.
3. Indipendenza: $A \succ B$ se $ApC \succ BpC$. Questo assioma permette di sommare le utilità delle diverse conseguenze, ma ciò è possibile solo se le utilità sono indipendenti tra loro. In questo modo la scelta tra le diverse alternative deve dipendere dagli esiti differenti in ogni alternativa; vi sono perciò elementi che vengono trascurati nella scelta perché indipendenti dal risultato. Dunque l'utilità derivata da ciascuna alternativa deve essere indipendente dall'utilità derivata dalle altre. Se A e B vengono mescolati con una terza lotteria C, l'ordine delle preferenze è sempre mantenuto avendo già assunto la preferenza di A rispetto a B. Infatti, se si dovesse verificare C, l'agente si troverebbe nella stessa situazione in entrambi i casi. Questo comporta anche il fatto che le probabilità devono essere considerate linearmente (Machina, 1982).
4. Continuità: Se $A \succ B \succ C$ allora esiste una probabilità *p* per la quale $ApC \sim B$ e nessun'altra lotteria può esserne indifferente. Si dice quindi che le preferenze debbano avere una continuità.

La formula ApB è l'abbreviazione per una lotteria nella quale uno vince A con probabilità p e B con probabilità 1-p, similmente ApC. (Peterson, 2009, p. 98-102)

Per comprendere meglio il terzo assioma, quello dell'indipendenza, è opportuno portare un esempio: si supponga che A e B siano due risultati di una lotteria e che l'individuo li abbia ordinati in modo che A sia preferito a B ($A \succ B$). Viene ora introdotta una nuova variante C da combinare con i risultati precedenti in due nuove lotterie ApC e BpC. Il lancio di una moneta determina il risultato delle nuove lotterie miste ApC e BpC; se esce "testa" l'individuo ottiene A o B a seconda della scelta tra ApC o BpC, se al contrario esce "croce" otterrà C che è identico in entrambe le lotterie. Se dovesse venir scelta l'opzione BpC e il caso porti "testa", il giocatore riceverebbe B (al quale però è preferito A), oltretutto se si fosse scelta la lotteria ApC, con "testa" si sarebbe ottenuto A. Col senno di poi l'individuo vorrà cambiare decisione. Vista in altro modo, le combinazioni che accomunano le lotterie sono ignorate dando maggiore rilevanza a quelle che le distinguono; la preferenza per il risultato scaturito dipende unicamente dall'evento "croce" e non dall'evento "testa".

L'assioma di continuità invece regola il fatto che, dato un certo ordinamento delle preferenze, l'individuo sia in grado di indicare una probabilità per la quale essere indifferente nello scommettere tra ApC e B per certo. B in questo caso è l'equivalente certo in termini di probabilità della lotteria ApC.
Esemplificando: una persona con funzione di utilità $u(x) = \sqrt{x}$ si trova di fronte ad una lotteria che offre la possibilità di vincere 100 con probabilità p e 0 con probabilità $(1-p)$ oppure 25 per certi. Esso deve indicare la probabilità che lo rende indifferente tra la lotteria e la certezza, quindi
$u(25) = u(100) \cdot p + u(0) \cdot (1-p)$
$\sqrt{25} = \sqrt{100} \cdot p + \sqrt{0} \cdot (1-p)$
$0.5 = p$
Dunque la probabilità di 0.5 nella lotteria rende indifferente questo individuo verso la lotteria con valore atteso 50 e la vincita certa di 25.

Nella Teoria dell'Utilità Attesa, quindi, il decisore razionale deve: rappresentare a se stesso tutti gli esiti rilevanti delle alternative a disposizione, in seguito esprimere un ordinamento di preferenze coerente e completo per ogni alternativa e infine assegnare a ogni esito una probabilità (Labinaz, 2013).

Contro il principio dell'utilità attesa sono state mosse delle critiche e le più importanti di esse portano il nome di paradossi. Di seguito saranno descritti i principali. L'assioma di indipendenza è tra i più importanti (e anche tra i più controversi) siccome consente all'utilità attesa di avere la forma di una media ponderata e di essere sommata (Saltari, s.d.). Le maggiori contestazioni a questa teoria infatti si fondano proprio su questo assioma.

6. Critiche alla Teoria dell'Utilità Attesa

La prima critica a cui questa teoria è esposta considera inadeguato il concetto di razionalità. È intuibile che questo comportamento non rispecchia quello che è la realtà. Uno dei primi contestatori di questa teoria è il premio Nobel Herbert Simon, il quale sostiene che le persone agiscono per *razionalità limitata* e che quindi il loro scopo non è quello di cercare l'ottimo, piuttosto è quello di cercare soluzioni soddisfacenti (Simon, 1957). In particolare Simon scoprì che quando ci si trova davanti a un problema complesso, raramente si trovano soluzioni ragionate e lineari, ma in realtà si procede per tentativi ed errori, cercando in modo casuale fatti e informazioni rilevanti. Oltretutto la ricerca della comprensione si ferma dopo un certo livello di complessità, infatti alcune informazioni sono molto costose da reperire e la capacità cognitiva delle persone non è illimitata e quindi in alcuni casi diventa irrazionale prendere decisioni pienamente informate (Frank, 2010). L'agire umano viene quindi determinato da elementi irrazionali che circoscrivono l'area della razionalità. Quest'area è quella alla quale l'individuo si deve adattare per prendere le proprie decisioni. Questo approccio mette in evidenza come il decisore deve adattarsi ai propri limiti cognitivi e a quelli dell'ambiente circostante. (Labinaz, 2013, pp. 60-61) In aggiunta, una serie di autori, in studi più recenti sull'*economia comportamentale*, dimostrano che le scelte vengono fatte in base a *euristiche*: strategie decisionali non razionali, guidate dalle emozioni, le quali sono influenzate da *errori cognitivi sistematici* (*bias*) (Serafini, 2013, p. 89). Le due euristiche principali sono quelle della *disponibilità* e della *rappresentatività*. Secondo la prima euristica, la formulazione di stime circa la frequenza di eventi o oggetti dipende dalla misura in cui essi sono disponibili nella memoria; questo porta quindi a fare stime scorrette. La seconda invece osserva che c'è una tendenza, da parte degli agenti, a dare giudizi in base alla rappresentatività o somiglianza dell'evento con cui si è confrontati in base alla propria esperienza, creando errori nell'analisi di situazioni diverse da quelle già vissute. Anche i bias possono essere suddivisi in due effetti principali: il *confirmation bias* e il *framing effect*. Il primo bias descrive che tendenzialmente, quando gli esseri umani devono convalidare un'ipotesi, tendono a cercare evidenze che la avvalorano, invece di guardare a elementi che la falsificano, causando una sorta di cecità verso gli errori. Il framing effect invece fa in modo che le decisioni dei soggetti siano influenzate dal modo in cui le alternative sono proposte. (Labinaz, 2013, pp. 53-57)

C'è anche un altro filone di pensiero il quale cerca di oltrepassare il concetto di razionalità individuale, introducendo il mercato come sistema di decisori, i quali, con spinte differenti e incoscienti, creano un insieme di decisioni razionali (Serafini, 2013, p. 31).

Come ultimo elemento, l'informazione non è sempre perfetta come indicato dalla teoria. Possono infatti sussistere delle asimmetrie informative tra principale e agente e quindi problemi di selezione avversa, di azzardo morale e costi di agenzia.

L'*informazione imperfetta* è la condizione nella quale una delle due parti di uno scambio possiede maggiori informazioni pertinenti, riguardanti il contratto, rispetto all'altra. La *selezione avversa* si

presenta tipicamente quando il principale offre un determinato tipo di contratti per i quali riesce a raggiungere solo il tipo di clientela meno desiderabile dal suo punto di vista; si dice che per il principale ci sia un'informazione nascosta tra le parti. Gli esempi che spesso vengono fatti sono quello del mercato assicurativo o delle automobili d'occasione. L'*azzardo morale* è riscontrabile quando in un contratto il principale non può controllare il comportamento dell'agente, esso è quindi incentivato a fare quello che più gli è conveniente e quindi a nascondere un'azione. I *costi di agenzia* sono tutti quei costi sostenuti da principale e agente per eliminare le asimmetrie informative (Baglioni, 2000, p. 63-65).

Un'ulteriore deviazione dal comportamento teorizzato è rappresentata dal *rovesciamento delle preferenze* (preference revaersal): è stato appurato che la maggioranza degli individui, dovendo scegliere tra la vincita di una grossa somma con bassa probabilità e una piccola vincita con alta probabilità, sceglie in base alle probabilità e quindi sono più propensi alla seconda. Mentre quando si trovano di fronte alla valutazione di disponibilità a pagare delle due alternative, esprimono un valore più elevato per la lotteria con la vincita più grossa. Questo in violazione dell'assioma di completezza e transitività. (Momigliano & Giovanetti Nuti, 2001, p. 139-140).

Per concludere ci sono casi in cui anche l'utilizzo della Teoria dell'Utilità Attesa è sensato: per esempio in presenza di problemi strutturati, con una grossa base informativa, con alte poste in gioco e da parte di decisori "abituati". Oppure nei mercati finanziari, dove tutto è automatizzato per mezzo di computer. Un altro fattore è dato dall'esperienza, imparando dagli errori l'agente è spinto ad adottare un comportamento che si avvicina sempre di più alla razionalità.

Le principali critiche verso questa teoria sono indirizzate all'assioma dell'indipendenza. Tali critiche vogliono dimostrare che la funzione di utilità di un individuo può non dipendere soltanto dall'utilizzo di una scala delle preferenze.
Le più forti sono arrivate da scienziati e intellettuali, i quali, consci dei paradossi e delle insufficienze normative dell'utilità, hanno analizzato a fondo la questione arrivando a proporre anche interessanti alternative descrittive del comportamento delle persone di fronte a decisioni in condizioni di rischio. Per fare alcuni esempi sono state proposte la Teoria dell'Utilità Dipendente dal Rango (Quiggin, 1982), la Teoria dell'Utilità Soggettiva (Savage, 1954), la Choquet Expected Utility, la Maximin Expected Utility e la Regret Theory (Loomes & Sudgen, 1982).

Nei prossimi capitoli si vogliono esplorare i principali paradossi già menzionati per comprendere anche incongruenze nella teoria al di fuori delle nuove scoperte dell'economia comportamentale, per poi passare a quelle che gli stessi Kahneman e Tversky hanno formulato in base ai risultati ottenuti dai loro esperimenti. Il paradosso di San Pietroburgo è il precursore dell'utilità attesa, sulla quale si fonda la Expected Utility Theory. I restanti paradossi hanno invece messo in discussione la validità di questa teoria.

6.1. Paradosso di San Pietroburgo

Il paradosso di San Pietroburgo fu esposto dal matematico svizzero Daniel Bernoulli quando si trovava a San Pietroburgo (città dalla quale trasse il nome) (famousscientists.org, s.d.). Questo problema si occupa di comprendere per quale motivo la gente pagherebbe solamente un piccolo ammontare per un gioco che abbia un valore atteso infinito (Schoemaker, 1982, p. 530-531).

S'immagini che una moneta venga lanciata fino a quando la faccia raffigurante la testa atterra verso l'alto. Il giocatore riceve una vincita di 2^n unità di utilità, dove *n* è il numero di lanci effettuati. Quindi se al primo lancio esce testa, il giocatore vince 2 unità di utilità. Se invece la testa esce unicamente dopo 3 lanci, il giocatore vince $2^3 = 8$ unità di utilità.

Ma quanta utilità dovrebbe "costare" l'opportunità di partecipare a questo gioco? Secondo il principio dell'utilità attesa dovrebbe essere:

$\sum_{n=1}^{\infty}(\frac{1}{2})^n \cdot 2^n = \infty,$

una cifra irragionevole e di cui nessuno dispone. È ipotizzabile invece che la vincita di questo gioco sia molto piccola in quanto la probabilità che esca testa a ogni lancio è sempre 50%. La probabilità cumulata di vincere al terzo lancio sarebbe $0.5 + 0.25 + 0.125 = 0.875$. (Peterson, 2009, p. 83-84)

Da qui scaturisce un'importante intuizione da parte di Daniel Bernoulli, il quale propose che le persone massimizzano l'utilità attesa anziché il valore monetario atteso (Schoemaker, 1982, p. 530-531). Fu infatti il primo a proporre l'introduzione dell'utilità (a suo tempo chiamata valore morale) e della funzione di utilità concava, originariamente logaritmica. Il risultato di questa equazione non dà però il prezzo attribuibile al gioco, ma bisogna trovare l'equivalente certo, similmente a quanto spiegato nel capitolo 4. (Pressacco, 2012)

6.2. Paradosso di Allais

Questo paradosso è stato formulato dal francese Maurice Allais, il quale sottopose la lotteria spiegata in seguito a una serie di persone ben informate sulla Teoria dell'Utilità, e quindi considerate agenti razionali. L'obiettivo era di dimostrare che il principio di razionalità e in particolare l'assioma di indipendenza, come descritto dalla teoria, fosse infondato (Saltari, s.d.).

Si consideri un gioco nel quale sono presenti quattro tipi di lotterie e vengono offerti 100 biglietti; la probabilità che venga estratto il primo biglietto è 0.01, la probabilità che vengano estratti i biglietti da 2 a 11 è 0.1 e la probabilità che vengano estratti quelli da 12 a 100 è 0.89.

Tabella 2: Scommessa paradosso di Allais

Lotteria	Biglietto n.1 p=0.01	Biglietto n. 2-11 p=0.1	Biglietto n.12-100 p=0.89
a_1	1Mio	1Mio	1Mio
a_2	0	5Mio	1Mio
a_3	1Mio	1Mio	0
a_4	0	5Mio	0

Fonte: Elaborazione dell'autore in base alla tabella 4.7 di Peterson, 2009, p. 79

Se si dovesse scegliere tra la prima e la seconda scommessa sembra ragionevole la prima in quanto garantisce una vincita di 1Mio in ogni caso, come previsto per persone avverse al rischio. Mentre nella scelta tra la terza e la quarta scommessa sembra che le persone preferiscano la possibilità di vincere 5Mio invece che una maggiore probabilità di vincere una cifra minore (1Mio). Abbiamo in questo caso $a_1 \succ a_2$ e $a_3 \prec a_4$. Tuttavia, indipendentemente dall'utilità assegnata ai risultati attesi, il principio di massimizzazione dell'utilità attesa asserisce che il decisore preferisce la prima scommessa rispetto alla seconda se e solo se la terza scommessa è preferita alla quarta.

Analizzando la situazione tra le prime due lotterie, con i calcoli si ottiene la seguente funzione di utilità:

$$u(1Mio) > 0.1u(5Mio) + 0.89u(1Mio) + 0.01u(0).$$

Se viene tolto, sulla base del principio di indipendenza, $0.89u(1Mio)$, che è la porzione modificata a entrambe le parti, otteniamo:

$$0.11u(1Mio) > 0.1u(5Mio) + 0.01u(0).$$

Il risultato è esattamente la seconda coppia di scommesse tra a_3 e a_4. Ne risulta quindi che matematicamente l'opzione a_3 ha un'utilità maggiore rispetto ad a_4, contrariamente a quanto scelto dal pubblico. (Peterson, 2009, p. 78-81)

Il paradosso di Allais dimostra quindi il limite dell'assioma di indipendenza. Secondo questo principio infatti, la valutazione delle alternative deve avvenire indipendentemente da ciò che accade negli altri stati e quindi non dovrebbe esserci la scelta tra certezza e non certezza, ma tra singoli stati di natura che in questo caso si verificano con probabilità 0.01, 0.1 e 0.89. In effetti la coppia di alternative si modifica nello stesso modo, vale a dire viene tolta la probabilità di 0.89 di vincere 1Mio a entrambe, dunque la situazione è sostanzialmente invariata.

6.3. Paradosso di Ellsberg

Questo paradosso, formulato dallo statunitense Daniel Ellsberg in un articolo chiamato "Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms" nel 1961 (Ellsberg, Bio, s.d.), vuole far notare come la razionalità non è sempre data in condizioni di ambiguità denotando quindi la cosiddetta avversione all'ambiguità.
Gli individui quindi, preferiscono scommettere su una lotteria con probabilità di vincita nota che su una lotteria con esito ambiguo, anche se questa scelta non massimizza l'utilità.

Si supponga l'esistenza di un'urna contenente 90 palline, delle quali 30 sono rosse e le rimanenti, in proporzione sconosciuta, nere e gialle. Il decisore si trova di fronte a due possibilità: se gioca deve pescare una pallina rossa per vincere CHF 100, se gioca deve pescare una pallina nera per una vincita identica.

A questo gioco la risposta più razionale sembra essere la prima possibilità, in quanto è conosciuta la proporzione di palline rosse nell'urna, mentre la proporzione delle palline nere no. Avendo scelto inizialmente il rosso si assume implicitamente che le palline nere siano in proporzione minore. Dopo questa scelta si è confrontati con altre due possibilità, ossia: si deve pescare una pallina rossa o gialla per vincere CHF 100, oppure se la pallina pescata è nera o gialla si ha la stessa vincita.

Descritte schematicamente, le scommesse si presentano come segue:

Tabella 3: Paradosso di Ellsberg

Prima lotteria			Seconda lotteria		
Colore	Vincita	Proporzione	Colore	Vincita	Proporzione
Rosso	100	1/3	Rosso o giallo	100	1/3+[1-1/3-N]
Nero	100	N	Nero o giallo	100	N+[1-1/3-N] = 2/3
Giallo	0	[1-1/3-N]			

Fonte: Elaborazione dell'autore

La tabella illustra le probabilità assegnabili ai diversi eventi: nella prima lotteria è conosciuta solamente la proporzione di palline rosse, che hanno dunque la probabilità di 1/3 ($30 / 90 = 1/3$)

di essere pescate. Le palline nere hanno una diversa proporzione che però è sconosciuta (N) ed è possibile ricavare la proporzione di palline gialle che è la parte rimanente. Allo stesso modo nella seconda lotteria è possibile stimare la proporzione delle palline in base alle assunzioni fatte nella prima.

Bisogna a questo punto preferire la prima o la seconda possibilità della seconda lotteria? Tra le due opzioni la "Nero o giallo" è l'unica ad avere una probabilità conosciuta, perché si è sicuri che su 90 sono almeno 60 le possibilità di vincere. Mentre le possibilità di "Rosso o giallo" non sono conosciute con esattezza.

Secondo la Teoria dell'Utilità Attesa, le persone devono assegnare delle probabilità alle alternative che vengono offerte dalla lotteria e calcolare di conseguenza l'utilità attesa per prendere una decisione che massimizzi l'utilità. In questo caso però è più complicato assegnare delle probabilità alle palline nere e gialle perché non ci sono informazioni sulle quali basarsi. Ne scaturisce che verrà scelta la prima lotteria se si ritiene che le palline gialle siano maggiori delle palline nere (e dunque si sia scelta la prima possibilità nella precedente lotteria), di conseguenza nella seconda lotteria, la scelta dovrebbe ricadere sul "Rosso o giallo" in quanto vi è una probabilità maggiore di vincita. I risultati empirici hanno però evidenziato che le scelte ricadevano, nella maggior parte dei casi, sulla prima e sull'ultima opzione: vale a dire sulla possibilità di un terzo di vincere 100 e sulla possibilità conosciuta di $60/90 = 2/3$ di vincere 100 (possibilità "Nero o giallo"). Anche se, avendo assunto che le palline nere sono meno numerose di quelle gialle, la decisione è irrazionale. (Peterson, 2009, p. 81-83) È importante notare che le possibilità di pescare palline nere o gialle non sono due eventi indipendenti ma collegati a causa dell'assenza di informazione, violando dunque l'assioma di indipendenza.

In conclusione, tra il paradosso di Ellsberg e quello di Allais, la differenza sta nelle basi di partenza. Nel caso di Ellsberg la situazione di ambiguità è rappresentata dall'assenza di informazioni sulle probabilità dei risultati, mentre in Allais la situazione di rischio è rappresentata dal passaggio da un risultato certo a una distribuzione di probabilità. (Peterson, 2009, p. 83)

7. Critiche di Kahneman e Tversky alla Teoria dell'Utilità Attesa

In seguito a questi paradossi e assunzioni che mettono in discussione l'universalità della Teoria dell'Utilità Attesa, Daniel Kahneman e Amos Tversky introducono un nuovo modo, che sarà analizzato in questi capitoli, di interpretare l'utilità delle decisioni. Gli esempi che vengono esposti sono tratti direttamente dall'articolo da loro scritto e pubblicato nel periodico "Econometrica"[1] nel quale fu per la prima volta esposta la loro rivoluzionaria Prospect Theroy .

Daniel Kahneman è nato a Tel Aviv, in Israele, nel 1934 e fu insignito nel 2002 del premio Nobel per l'economia grazie ai suoi lavori legati alla psicologia congiunta all'economia e in particolare alle ricerche sul comportamento umano in condizioni di rischio (The Sveriges Riksbank, 2002).
Anche Amos Tversky era uno psicologo israeliano, nato nel 1937 e deceduto nel 1996. I due autori sono considerati i fondatori dell'economia comportamentale e sono tra i massimi esponenti delle teorie riguardanti le scelte.

Il primo nuovo concetto introdotto nella Prospect Theroy è quello di prospetto: esso è un contratto che rende un risultato x_i, con probabilità p_i. All'inizio del loro articolo vengono presentati quattro effetti incoerenti con la Teoria dell'Utilità Attesa, riscontrati nei sondaggi proposti a studenti e accademici delle università di Tel Aviv, del Michigan, di Stanford e di Stoccolma.

7.1. Effetto certezza

Rifacendosi al paradosso di Allais (vedi capitolo 6.2), Kahneman e Tversky provano che nella realtà le scelte dell'agente non sono guidate dal peso delle probabilità dei risultati attesi, ma che invece le persone sovra ponderano i risultati che sono considerati certi rispetto a quelli incerti. La scelta non è più tra il valore atteso delle lotterie, ma tra una ponderazione di esse. Questa particolarità viene definita *effetto certezza*. (Kahneman & Tversky, 1979)

Si veda un esempio simile a quello di Allais, ma con la differenza che in questo si trattano somme meno differenziate. Il numero di rispondenti è "N" e tra parentesi la percentuale di risposte.

Una dimostrazione dell'effetto certezza è rappresentata come segue.

Problema 1

A:	4'000 con probabilità	0.8	B:	3'000 certi
N=95	[20]			[**80**]

Fonte: Elaborazione dell'autore in base a Kahneman & Tversky, 1979

[1] https://www.econometricsociety.org/publications/econometrica/about-econometrica

Problema 2

C:	4’000 con probabilità	0.2	D:	3’000 con probabilità	0.25
N=95	[**65**]			[35]	

Fonte: Elaborazione dell'autore in base a Kahneman & Tversky, 1979

Si noti che la scelta C può essere espressa come (A·0.25) e il prospetto D come (B·0.25). Ne risulta che la riduzione della probabilità di vincita da 1 a 0.25 ha un effetto maggiore rispetto a una riduzione da 0.8 a 0.2. Proprio per questo effetto le persone valutano un impatto maggiore quando un risultato si allontana dall’evento certo e quindi esso è sempre preferibile. Generalizzando, il guadagno certo ha un valore psicologicamente più alto, anche se la vincita è inferiore. Se la certezza viene a mancare, la preferenza si sposta sul prospetto che permetterà di ottenere il guadagno migliore e, in taluni casi, verso un rischio maggiore.

Un'altra violazione dell’assioma di indipendenza legata all’utilità, dovuta all’effetto certezza, è rappresentata nel seguente esempio.

Problema 3

A:	6’000 con probabilità	0.45	B:	3’000 con probabilità	0.9
N=66	[14]			[**86**]	

Fonte: Elaborazione dell'autore in base a Kahneman & Tversky, 1979

Problema 4

C:	6’000 con probabilità	0.001	D:	3’000 con probabilità	0.002
N=66	[**73**]			[27]	

Fonte: Elaborazione dell'autore in base a Kahneman & Tversky, 1979

Nel problema 3 le probabilità di vincita sono sostanzialmente diverse, ma il valore atteso è identico; il maggior numero di persone ha optato per la vincita più probabile (vicina alla certezza). Nel problema 4 invece le possibilità di vincere sono irrisorie e in questa situazione, dove è possibile vincere, ma poco probabile, la maggioranza ha scelto il payoff più alto. Assistiamo quindi a un rimescolamento delle preferenze, anche se gli outcomes sono rimasti identici. (Kahneman & Tversky, 1979)

7.2. Effetto riflesso

Nel precedente capitolo sono sempre stati trattati prospetti con risultati positivi, cosa succede invece se i prospetti dovessero avere anche risultati negativi? Per rispondere alla domanda è utile riprendere i problemi esposti sopra e vedere cosa è stato riposto in caso di prospetti identici che però comportano una perdita.

Tabella 4: Effetto riflesso

Prospetti positivi				Prospetti negativi			
Problema 1:	(4'000,0.8)	<	(3000)	Problema 1':	(-4'000,0.8)	>	(-3000)
N=95	[20]		[**80**]	N=95	[**92**]		[8]
Problema 2:	(4'000,0.2)	>	(3'000,0.25)	Problema 2':	(-4'000,0.2)	<	(-3'000,0.25)
N=95	[**65**]		[35]	N=95	[42]		[**58**]
Problema 3:	(6'000,0.45)	<	(3'000,0.9)	Problema 3':	(-6'000,0.45)	>	(-3'000,0.9)
N=66	[14]		[**86**]	N=66	[**92**]		[8]
Problema 4:	(6'000,0.001)	>	(3'000,0.002)	Problema 4':	(-6'000,0.001)	<	(-3'000,0.002)
N=66	[**73**]		[27]	N=66	[30]		[**70**]

Fonte: Elaborazione dell'autore in base a Kahneman & Tversky, 1979

In ognuno dei problemi riportati nella tabella, le preferenze dei prospetti negativi sono esattamente l'opposto rispetto a quelli positivi, rimescolando dunque l'ordine delle preferenze, questo è dovuto all'*effetto riflesso*.

Questo effetto implica che l'agente è avverso al rischio quando il prospetto è positivo e di riflesso amante del rischio quando il prospetto è negativo. Nel dominio positivo, l'effetto certezza contribuisce all'avversità verso il rischio e quindi alla preferenza per un risultato certo. Nel dominio negativo invece, l'agente ama il rischio, vale a dire che ha una preferenza per un risultato negativo con una certa probabilità al posto di una perdita certa.

Grazie a questo effetto è anche stato dimostrato che non è vero che la certezza è sempre desiderabile, piuttosto la certezza aumenta l'avversione alle perdite così come l'apprezzamento dei guadagni. Infatti si può notare come i prospetti negativi non applichino l'effetto certezza, ossia i risultati ottenuti con certezza non vengono sovra ponderati rispetto ai risultati incerti, ma al contrario si riflettano a specchio rispetto a quelli positivi. (Kahneman & Tversky, 1979)

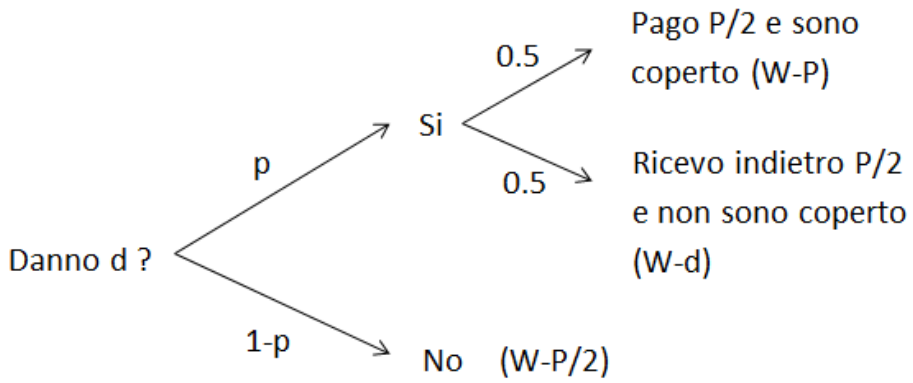
7.3. Assicurazione probabilistica

Un altro concetto fondamentale che viene smontato dalla Teoria del Prospetto è quello della forma della curva di utilità ovunque concava. L'esempio utilizzato dai due autori è quello dell'*assicurazione probabilistica*: ossia l'assicurazione nella quale, per esempio, si paga la metà del premio e in caso di sinistro l'assicurazione, con il 50% di probabilità, fa pagare la rimanente metà e poi rimborsa tutte le predite. Con il rimanente 50% di possibilità l'assicurazione rimborsa la parte di premio già pagata ma non si accolla nessun costo del sinistro.

Da un sondaggio è emerso che l'80% degli intervistati, se resi indifferenti davanti alla scelta tra assicurarsi contro un evento o meno tramite assicurazione "tradizionale", non stipulerebbe quest'assicurazione. Si può allora dedurre che ridurre le probabilità di perdita da p a p/2 è meno apprezzato che ridurla da p/2 a 0 (cioè assicurazione completa).

Per meglio analizzare il dilemma è utile rappresentarlo graficamente.

Figura 4: Albero decisionale assicurazione probabilistica



Fonte: Elaborazione dell'autore

Dove W =ricchezza iniziale, d =perdita derivante dal danno, p =probabilità di subire il danno e P =premio effettivo pagato.

Per una persona non assicurata gli esiti possibili sono: $(W-d)\cdot p; W\cdot(1-p)$.
Per l'assicurazione probabilistica invece: $(W-P)\cdot\frac{p}{2}; (W-d)\cdot\frac{p}{2}; (W-\frac{P}{2})\cdot(1-p)$.
E per l'assicurazione completa: $(W-P)\cdot 1$.

Se la persona è indifferente sull'assicurarsi o meno otteniamo che:

$u(W-P).1 \sim u(W-d)\cdot p + u(W)\cdot(1-p)$.

E ne segue che entrambe possono essere confrontate con l'assicurazione probabilistica nella funzione di utilità, ricordando che l'esperimento ha evidenziato che gli intervistati non avrebbero sottoscritto l'assicurazione probabilistica.

$$u(W-P)\cdot\frac{p}{2} + u(W-d)\cdot\frac{p}{2} + u(W-\frac{P}{2})\cdot(1-p) < u(W-d)\cdot p + u(W)\cdot(1-p)$$

Il risultato dell'esperimento dimostra che l'individuo considerato avverso al rischio in questo caso preferisce non assicurarsi sulle perdite invece di coprire solo in parte il rischio assunto. Ciò significa che nell'universo delle perdite la concavità della funzione non è data perché viene corso un rischio quando dovrebbe esserci avversione. Più avanti, nel capitolo 8.2 viene spiegato come le piccole probabilità sono sovra ponderate, dimostrando quindi il motivo per il quale un'assicurazione tradizionale viene percepita come migliore di una probabilistica.

Si può quindi affermare che l'assicurazione probabilistica è in apparenza più rischiosa rispetto a un'assicurazione tradizionale, che elimina completamente il rischio, anche se fondamentalmente si

basano sullo stesso principio perché in tutti i casi la componente probabilistica di effetti indesiderati è presente e non esiste una polizza che copra tutti i rischi immaginabili. Quindi, anche le modalità con le quali dei prospetti vengono formulati influenzano il valore attribuito. (Kahneman & Tversky, 1979)

7.4. Effetto isolamento

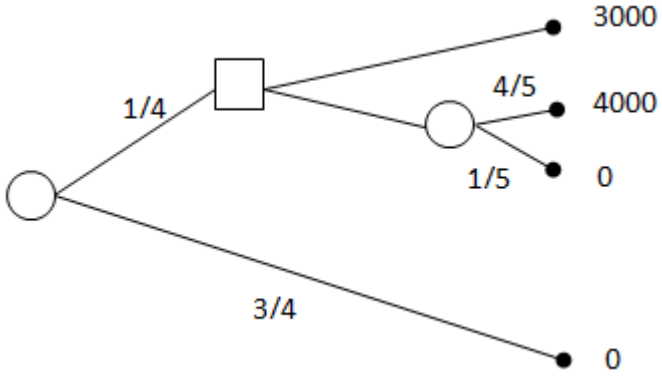
Per semplificare le scelte tra alternative, le persone non badano a componenti che le alternative date condividono e si focalizzano invece su quelle che le distingue. I prospetti possono essere scomposti in diversi stati, ma ciò porterebbe l'agente ad avere preferenze diverse per prospetti formulati in modo differente. Questo viene chiamato *effetto isolamento*.

Per un esempio si consideri il Problema 5, con un prospetto a due stadi: nel primo stadio si ha la probabilità del 75% di terminare il gioco senza vincere niente e una probabilità del 25% di passare alla seconda parte del gioco. Se si approda alla seconda parte si ha la possibilità di scegliere tra 4'000 con probabilità 0.8 e 3'000 certi. La scelta deve essere fatta prima di iniziare il gioco.

Facendo alcuni semplici calcoli si trova che la chance di vincere 4'000 è di 0.2 e quella di vincere 3'000 è di 0.25, che sono esattamente gli stessi risultati del Problema 2 illustrato in precedenza. Ciononostante le preferenze per i due prospetti sono risultate diverse: il 78% degli intervistati ha scelto il secondo prospetto (quello appena esposto). Si intuisce quindi che le persone hanno ignorato il primo stadio del prospetto e hanno considerato questo problema come una scelta tra 3'000 e 4'000·0.8, che è uguale al Problema 1. Più nello specifico: nel Problema 5, l'evento "non vincere 3'000" è incluso nell'evento "non vincere 4'000" e il vincere 3'000 è considerato certo perché in qualsiasi delle alternative del secondo stadio, se dovesse uscire una vincita (evento più probabile della perdita), essa sarà sicuramente almeno 3'000.

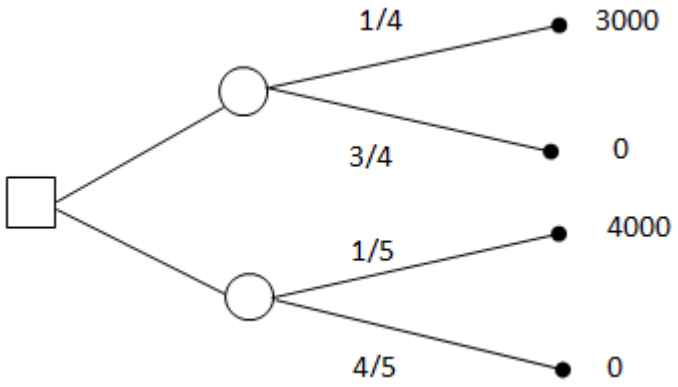
Di seguito sono rappresentati gli alberi decisionali raffiguranti il Problema 5 e il Problema 2. Ciò che differenzia i due prospetti è il posizionamento del nodo decisionale (quadrato). Nella formulazione del Problema 2, il decisore deve decidere tra due prospetti rischiosi, mentre nel Problema 5 la decisione è tra un prospetto rischioso e uno certo.

Figura 5: Albero decisionale Problema 5



Fonte: Elaborazione dell'autore in base a Kahneman & Tversky, 1979

Figura 6: Albero decisionale Problema 2



Fonte: Elaborazione dell'autore in base a Kahneman & Tversky, 1979

Le preferenze diverse dovute alla dipendenza tra gli eventi sono significative perché violano la supposizione che le scelte tra i prospetti sono dettate unicamente dalla probabilità degli stati finali.

Un altro punto in contrasto con la Teoria dell'Utilità Attesa descritto nella Teoria del Prospetto è il fatto che le persone sembrano più attente ai cambiamenti della propria ricchezza invece che all'ammontare finale dei propri attivi. È stato dimostrato infatti che individui con un ammontare iniziale di ricchezza molto alto tollerano maggiormente variazioni del proprio capitale rispetto a persone aventi una ricchezza inferiore. (Kahneman & Tversky, 1979)

8. Teoria del Prospetto

Partendo da queste constatazioni empiriche Kahneman e Tversky plasmano una teoria descrittiva che cerca di catturare il comportamento generale delle persone di fronte al rischio. In questo capitolo viene dunque analizzato il risultato ottenuto.

Questa teoria distingue due fasi del processo decisionale:

1. La fase di editing;
2. La fase di valutazione,

La fase di *editing* consiste in un'analisi preliminare del prospetto, organizzando e riformulando le opzioni a disposizione per semplificarne la valutazione. È possibile suddividere in altri quattro elementi la fase di editing.

La *codifica*: come dimostrato nei precedenti capitoli le persone percepiscono i risultati come guadagni o perdite, invece che come trasformazioni finali di ricchezza. Questi guadagni e perdite vengono definiti in base a un punto di riferimento che normalmente corrisponde alla ricchezza attuale e rappresentano il pagamento o rispettivamente perdita attesi. Tuttavia come già anticipato, il punto di riferimento e quindi la codifica di perdite e vincite, possono essere influenzati dalla presentazione del prospetto e dalle aspettative del decisore.

La *combinazione*: le probabilità di alcuni prospetti possono essere combinate se associate a un risultato identico e quindi valutate come unico risultato.

La *segregazione*: alcuni prospetti contengono una parte senza rischio che viene segregata dalla parte rischiosa. Per esempio in un prospetto che offre 300·0.8 e 200·0.2 si ha una vincita certa di 200 e una rimanente parte rischiosa di 100·0.8.

La *cancellazione*: è una conseguenza dell'effetto isolatorio, vale a dire che l'agente cancella gli elementi in comune tra le scommesse e si concentra sulle alternative rilevanti. Ciò semplifica l'individuazione dei prospetti dominanti e dominati.

Proprio l'individuazione di prospetti dominanti e la semplificazione sembrano essere molto rilevanti. La semplificazione dei prospetti può essere vista come un arrotondamento di essi, per esempio il prospetto "vincere 101 con probabilità 0.49" è spesso arrotondato come possibilità equa di vincere 100, oppure il rigetto di risultati estremamente improbabili. Il decisore trova anche il modo di selezionare i prospetti dominati e di escluderli di primo acchito. (Kahneman & Tversky, 1979)

Generalmente l'ordine delle preferenze può variare nel tempo, in quanto lo stesso prospetto può essere elaborato in maniere differenti a dipendenza del contesto in cui si presenta. (Kahneman & Tversky, 1979) Questo fenomeno è già stato descritto come *framing effect*. Oltretutto questo effetto è in antitesi con la Teoria dell'Utilità Attesa che attesta che presentando i problemi in modo

diverso la scelta non dovrebbe cambiare. L'interpretazione dei prospetti dipende dalla cosiddetta *contabilità mentale*, che denota il modo in cui le persone si prefigurano le loro azioni in termini di guadagno o predita. Questa rappresentazione implica che vantaggi e svantaggi delle azioni vengono considerati in base al valore dei possibili risultati, tuttavia, per effetti che verranno analizzati più avanti, variazioni di valore identiche per importi più grandi sono meno influenti che variazioni di valore per importi più piccoli (Baroni, Pellicano, Borghi, Ruminati, & Nicoletti, 2012).

A seguito della fase di editing, il decisore deve valutare ogni prospetto secondo la propria interpretazione e quindi scegliere quello con valore maggiore. Il valore di un prospetto V, è espresso in due scale: π e υ.

Il simbolo π è associato con probabilità p al peso della decisione $\pi(p)$, che riflette l'influenza di p sul valore del prospetto. Tuttavia π non è una probabilità e dunque $\pi(p) + \pi(1-p) \leq 1$.

Il simbolo υ assegna a ogni risultato x un numero $\upsilon(x)$, il quale rappresenta il valore soggettivo del risultato. In altre parole $\upsilon(x)$ misura la deviazione del risultato (ossia vincite e perdite) dal punto di riferimento.

Questa formulazione vale per prospetti semplici come $(x, p;\ y, q)$; cioè la possibilità di ricevere x con probabilità p e y con probabilità q e niente con probabilità $1 - p - q$.

L'equazione che determina come π e υ sono combinati per determinare il valore di un prospetto è:

$$V(x, p;\ y, q) = \pi(p)\upsilon(x) + \pi(q)\,\upsilon(y)$$

Attenzione particolare è da prestare ai *prospetti strettamente positivi/negativi*, ossia quando i risultati sono tutti positivi/negativi. In questo caso persiste l'effetto di segregazione e quindi l'equazione è leggermente diversa:

$$V(x, p;\ y, q) = \upsilon(y) + \pi(p)\,[\upsilon(x) - \upsilon(y)]$$

che può essere interpretata come il valore di un componente certo addizionato alla differenza di valore tra i risultati, moltiplicati al peso associato al risultato più estremo. (Kahneman & Tversky, 1979)

Dunque, volendo riassumere, le decisioni sono basate su due criteri: il primo in base al valore attribuito dei risultati possibili che è stato rappresentato con il simbolo υ (ossia in base alla funzione di valore) e il secondo è associato alla probabilità soggettiva attribuita a ogni risultato possibile, rappresentato da π (vale a dire in base alla funzione di ponderazione) (Marzo, 2002).
Le funzioni appena citate verranno spiegate nei prossimi capitoli.

8.1. La funzione di valore

Una delle caratteristiche di questa teoria è che i vettori del valore sono i cambiamenti in ricchezza o benessere, invece che la ricchezza o il benessere finali. Quest'assunzione è compatibile con il

principio psicologico di percezione e giudizio. Esso stabilisce che la percezione delle persone è in sintonia con la valutazione dei cambiamenti e delle differenze piuttosto che con la valutazione di stati di natura (ne sono un esempio la temperatura, la ricchezza o la luminosità, le cui differenze sono percepite in base al contesto e all'esperienza).

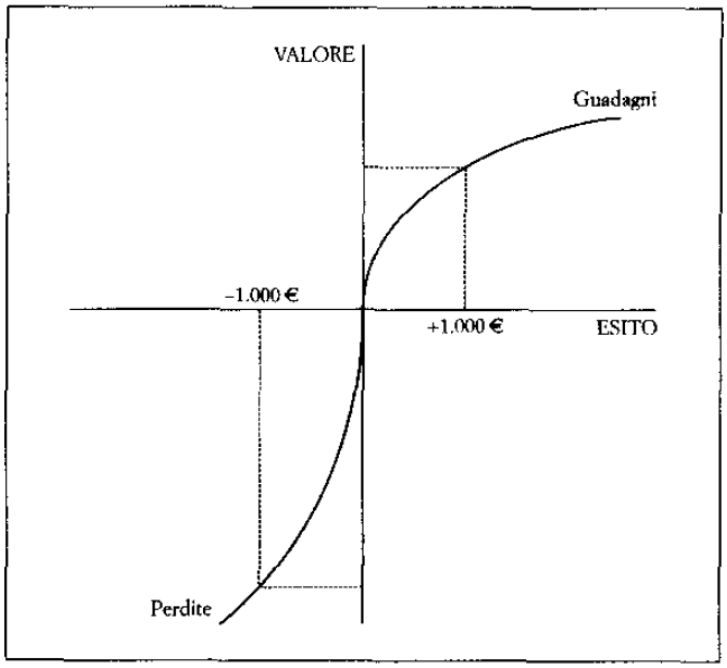
Ciò non significa che il valore finale del prospetto non è da considerare, infatti il valore della funzione è composto da due argomenti: la ricchezza iniziale, che serve da punto di riferimento, e la grandezza del cambiamento da esso. Tuttavia si stima che l'ordine delle preferenze dei prospetti non è generalmente alterato da piccole variazioni della ricchezza.

Sempre in base ai principi psicologici esposti precedentemente, sembra che le persone giudichino piccoli cambiamenti di valore maggiori quando il valore assoluto è minore e viceversa. Detto altrimenti: una differenza di valore attribuita tra una vincita di 100 e una vincita di 200 è spesso maggiore alla differenza attribuita tra una vincita di 1'100 e una di 1'200. Da qui l'ipotesi che la funzione di valore per cambiamenti di ricchezza è normalmente concava sopra il punto di riferimento e convessa al di sotto. (Kahneman & Tversky, 1979)

Un ulteriore evidenza della forma della funzione di valore dell'utilità è data dal fatto che in genere le perdite sono percepite peggio delle vincite, infatti le persone hanno piacere minore a perdere benessere. Per questo motivo la curva della funzione di valore è più ripida nelle perdite. Nell'ambito degli investimenti questa caratteristica è ben visibile, infatti quando si registra una perdita su un investimento che in passato aveva fornito guadagni, il dispiacere provato è maggiore anche se si fosse perso unicamente l'ammontare già guadagnato; questo anche a causa l'effetto dello spostamento del punto di riferimento. In psicologia è noto anche un effetto chiamato *effetto dotazione* o *effetto di possesso*, secondo il quale le persone tendono ad attribuire un valore maggiore allo stesso oggetto quando devono cederlo rispetto a quando l'hanno acquistato (Baroni, Pellicano, Borghi, Ruminati, & Nicoletti, 2012).

Riassumendo: la funzione di valore è definita come deviazioni dal punto di riferimento, essa è generalmente concava per le vincite e convessa e più ripida per le perdite. Nella seguente figura è riportato un esempio di funzione di valore dell'utilità. (Kahneman & Tversky, 1979)

Figura 7: Esempio funzione di valore



Fonte: Baroni, G., Pellicano, A., Borghi, A.M., Rumiati, R., Nicoletti, R. (2012)

8.2. La funzione di ponderazione

Come già anticipato, secondo la Teoria del Prospetto i risultati sono moltiplicati per un fattore di *peso decisionale* ($\pi(p)$), e non per delle probabilità. Quest'idea era già stata ventilata dal matematico neoclassico statunitense Leonard Savage (Savage, 1954), e venne poi ripresa nella presente teoria. I pesi decisionali misurano l'impatto di eventi sulla desiderabilità dei prospetti, e non semplicemente la probabilità di questi. Facendo un esempio, in una scommessa si possono vincere 1'000 o niente a dipendenza del risultato del lancio di una moneta. Da un punto di vista probabilistico il gioco dà le stesse possibilità di vincita a entrambi gli esiti, tuttavia, dal punto di vista della funzione di ponderazione, la probabilità diventa $\pi \cdot (0.5)$ che risulterà essere minore di 50% a causa delle sue caratteristiche di soggettività.

La funzione di ponderazione è crescente in p dove i risultati impossibili vengono ignorati e $\pi(p)$ rappresenta il rapporto tra il peso associato alla probabilità p e il peso associato a un determinato evento. La pendenza di π può essere vista come una misura della sensitività delle preferenze a cambiamenti di probabilità. (Kahneman & Tversky, 1979)

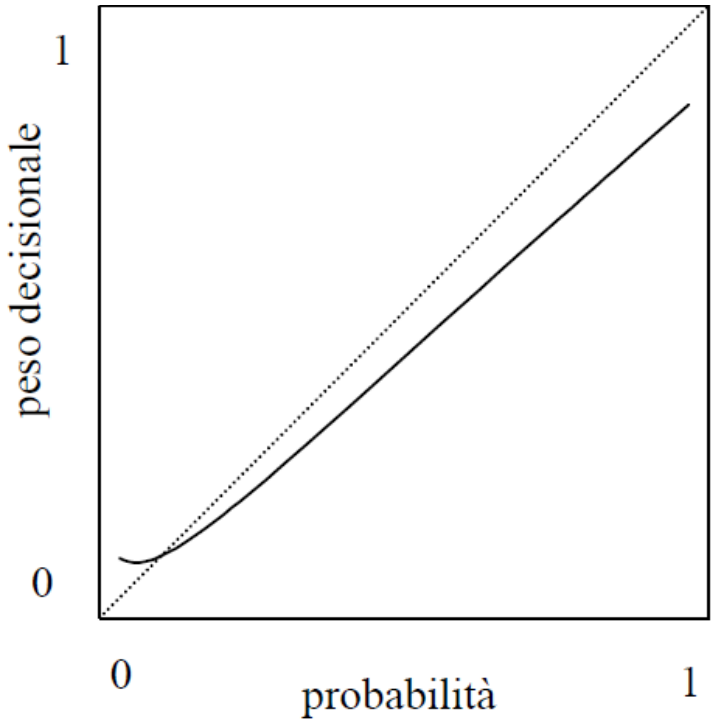
La principale proprietà della funzione di ponderazione è che per piccole probabilità essa è subadditiva, mentre per grosse probabilità non sempre. Questo suggerisce che le persone sovra ponderano le probabilità per eventi rari rispetto alla certezza di non ottenerli. Quindi per piccole probabilità vale $\pi(p) > p$ ma in generale per 0<p<1 vale $\pi(p) + \pi(1-p) < 1$; questa proprietà è chiamata *subcertezza* (Kahneman & Tversky, 1979). La subcertezza descrive in particolar modo il

comportamento delle persone verso eventi incerti, vale a dire che la somma dei pesi associati a due eventi è di solito minore a 1. Non c'è evidenza empirica del punto nel quale avviene il cambiamento tra sovra ponderazione e sotto ponderazione, in quanto questo punto varia in base alle circostanze. Esperimenti condotti da ricercatori hanno però stimato che questo punto cada tra lo 0.1 e lo 0.15. Questo indizio indica che le probabilità sono largamente sottostimate dagli individui (Levy, 1992).

Da ultimo, un ulteriore particolarità di questa funzione è detta *subproporzionalità*: cioè la pendenza è generalmente minore di 1 tranne che alle due estremità, dove essa è discontinua (Kahneman & Tversky, 1979). Essendo la pendenza una misura della sensibilità dei pesi decisionali rispetto ai cambiamenti di probabilità, significa che le preferenze sono generalmente meno sensibili alle variazioni probabilistiche tranne che alle estremità. Per fare un esempio pratico: se ci poniamo sulla funzione di ponderazione con un prospetto che passa dalla certezza al 95%, dal grafico si vede che la preferenza per quella lotteria è diminuita in modo sensibilmente maggiore rispetto al 5% oggettivo. Allo stesso modo se un prospetto passa da una perdita certa a una quasi certa, il salto di preferenza è maggiore a quello probabilistico, la probabilità di perdita ridotta è percepita in modo più positivo perché si passa dalla sicurezza di avere una perdita a una probabilità minore di quella oggettiva di registrare un evento negativo. Ciò implica anche che la somma dei pesi decisionali associati a eventi complementari è generalmente inferiore al peso dato a un evento certo; in accordo con l'effetto certezza descritto precedentemente (Levy, 1992).

Di seguito è illustrata una forma possibile di funzione di ponderazione, la linea punteggiata rappresenta le probabilità effettive, mentre la linea continua è la funzione di ponderazione.

Figura 8: Esempio funzione di ponderazione



Fonte: Marzo, 2002

Si vede bene come alle probabilità nulle viene dato un peso nullo, mentre le probabilità certe vengono considerate come evento certo rispecchiando la subproporzionalità. Anche la subcertezza è rappresentata in quanto il peso delle piccole probabilità è sovrastimato e quello delle grosse probabilità è sotto ponderato.

Gli autori di questa teoria sottolineano come non sia solamente la funzione di valore a determinare l'attitudine al rischio dell'agente, bensì essa sia una combinazione con la funzione di ponderazione. Per dimostrarlo si può notare come, nel dominio dei guadagni, e laddove le probabilità soggettive giacciono sopra il confine tra sopra e sotto ponderazione (tenendo come riferimento la soglia di 0.15); la sottostima delle probabilità sommata alla concavità della funzione di valore, permette di comprendere il fatto di sottovalutare le vincite di prospetti diversi da quelli certi e quindi di alimentare l'avversione al rischio. Per esempio la probabilità di una vincita dell'80% può essere percepita soggettivamente come probabilità del 75%, la quale risulta dunque meno appetibile. Il prospetto certo avrà sempre una considerazione più alta e quello incerto, quindi più rischioso, avrà sempre una considerazione minore di quella oggettiva. Allo stesso modo, nel dominio delle perdite la sottostima delle probabilità dopo il punto di transizione riduce il peso negativo assegnato ai prospetti rischiosi, rendendoli più attrattivi denotando quindi una propensione al rischio. Riprendendo l'esempio, una probabilità di perdita dell'80% può essere percepita soggettivamente come una probabilità del 75% di avere una perdita e per questo motivo sembra più appetibile di una probabilità dell'80% o di una perdita certa.
Succede diversamente nella regione al di sotto della soglia. In questa zona la sovra ponderazione delle probabilità aumenta la preferenza per prospetti positivi e aumenta l'avversione per i valori negativi, denotando sia propensione al rischio per piccole scommesse positive, sia avversione al rischio per quelle negative. In altre parole la vincita sembra più probabile di quello che è oggettivamente e così anche la perdita. (Levy, 1992, p. 183).

Quella appena descritta è la teoria considerata la migliore alternativa a quella dell'Utilità Attesa, che ha aperto le porte a un nuovo corso di questa branca della teoria economica chiamata economia comportamentale o economia cognitiva.

8.3. Applicazioni

La Teoria del Prospetto ha trovato innumerevoli applicazioni a livello pratico. Il principale ambito è quello dell'economia comportamentale, che come è stato già spiegato, apre la porta a una vasta serie di studi scientifici nei quali la psicologia viene applicata all'economia. È in ogni caso possibile estendere la sua applicazione anche nel marketing, in economia politica, nella finanza, nel management o come già visto nel testo, in campo assicurativo, oltre che in molteplici altri campi.

A titolo di esempio, nel marketing è diffuso l'utilizzo di questa teoria per le campagne pubblicitarie, dove viene prestata attenzione al framing nel quale inserire il proprio prodotto e il prezzo viene mostrato in modo da posizionarsi al di sotto del punto di riferimento del consumatore, per fargli percepire un guadagno nell'acquisto del proprio prodotto rispetto alla concorrenza (Liu, 1998).

In altri esempi, nel campo della finanza, la Prospect Theory è in grado di spiegare per quale motivo le persone non diversificano il portafoglio in modo corretto utilizzando la frontiera efficiente, è utilizzata per spiegare come mai si è riluttanti a realizzare le perdite o detenere i titoli con performance positive e offre anche un'alternativa alla spiegazione dell'equity premium puzzle.

La teoria dell'utilità asserisce che l'investitore deve detenere un portafoglio ben diversificato per mezzo del modello della frontiera efficiente della Teoria del Portafoglio (Markowitz, 1959). Dall'altra parte la Teoria del Prospetto afferma che ciò non avviene. In particolare la scelta d'investimento viene fatta in base al proprio punto di riferimento e al potenziale di crescita/decrescita che viene dato al portafoglio. Anche la forma della funzione di utilità indica di selezionare i titoli in modo diverso dalla teoria classica. La concavità della funzione nel dominio dei guadagni implica una più veloce "sazietà" per essi e quindi uno spostamento del punto di riferimento, il quale porterà ad acquistare nuovi titoli. L'avversione alle perdite in questo caso fa in modo che gli investitori detengano nel loro portafoglio anche i titoli che già segnano performance negative, per il timore di realizzarle, e liquidità in eccesso (anche detto *disposition effect*). Per questo motivo il portafoglio non risulta più adeguatamente diversificato.
In aggiunta è stato dimostrato che gli investitori hanno la tendenza a investire in titoli domestici anziché esteri. Questo può essere spiegato con il fatto che i titoli esteri risultano meno familiari agli occhi dell'investitore e quindi percepiti come più rischiosi.

L'equity premium puzzle è un problema riscontrato da alcuni ricercatori, secondo i quali il rendimento reale dell'indice S&P500 in cent'anni è stato del 7% mentre quello dei titoli di stato americani (considerati risk-free) è stato solo dell'1%. Risulta quindi un premio al rischio del 6% che è estremamente elevato per gli standard della teoria economica; per avere un'idea, significa che bisognerebbe avere un coefficiente di avversione al rischio di 30 quando in realtà si stima essere attorno all'1.

Benartzi e Tahler (1993) hanno dato la loro interpretazione di questo fenomeno in base alla Teoria del Prospetto, arrivando ad affermare che ciò è causato da un'avversione alle perdite (quindi più sensibilità alle perdite che ai guadagni) "miope": ossia che anche investimenti a lungo termine sono valutati su performance di regola annuali invece che nel complesso. (Hsu & Han, 2004, p. 8 e sgg)

9. Conclusioni

Le differenze principali tra le due teorie analizzate sono nella concezione delle probabilità degli outcome. Nella Teoria del Prospetto si ragiona in termini relativi, infatti le probabilità sono pesate mediante la funzione di ponderazione, ma devono anche superare il primo stadio del processo decisionale, il quale le può modificare in partenza. Nella Teoria dell'Utilità Attesa le probabilità sono valutate invece in modo oggettivo.

Gli esiti dei prospetti sono valutati come scostamenti da un determinato punto di riferimento e non dallo stadio finale; di norma gli scostamenti sono valutati per mezzo della funzione di valore. Quest'ultima, la funzione di valore, ha una forma concava per i guadagni e convessa per le perdite mentre nella Teoria dell'Utilità Attesa la funzione è sempre concava e la misura da tenere in considerazione per la decisione è lo stato finale.

Infine non esiste più l'agente strettamente avverso, propenso o neutrale al rischio; bensì l'individuo è generalmente avverso alle perdite, avverso al rischio quando è nel dominio dei guadagni e propenso al rischio quando è nel dominio delle perdite. (CONSOB, 2010)

Il paradosso di San Pietroburgo, come già anticipato, è il preludio al concetto di utilità e di funzione di utilità soggettiva. Daniel Bernoulli infatti suggerisce per primo il concetto di utilità soggettiva, secondo la quale nelle decisioni i risultati vengono valutati in base a quanto essi possono giovare a sé stessi e non in base al valore atteso matematico. Inoltre è anche uno dei primi a introdurre la funzione di utilità concava e quindi a introdurre il concetto di utilità marginale decrescente.

Alla luce della Teoria del Prospetto è possibile dare delle spiegazioni sui tre principali paradossi presentati nel lavoro, ossia quello di Allais e di Ellsberg e l'assioma di indipendenza.

Il paradosso di Allais presentava quattro lotterie con esiti diversi e risultava che l'ordinamento delle preferenze dei partecipanti erano inconsistenti con la Teoria dell'Utilità Attesa e in particolare con l'assioma di indipendenza. La scelta tra le prime due lotterie è confacente con l'effetto certezza, secondo il quale le vincite certe sono sovra ponderate rispetto a quelle incerte: infatti le persone hanno preferito l'opzione di $1Mio$ per certi invece di $5Mio \cdot 0.1$ e $1Mio \cdot 0.89$, nonostante il valore atteso fosse maggiore in quest'ultimo caso. Nell'ordinare le altre due lotterie, tuttavia, i calcoli hanno dimostrato che c'era un'incongruenza. Questa può essere spiegata proprio per la mancanza della certezza del risultato, in quel caso le persone optano sul prospetto che permette di ottenere il guadagno migliore anche se più rischioso, massimizzando la propria utilità soggettiva. La differenza di probabilità di 0.01 tra le due lotterie non è significativa, ma il risultato lo è, perciò come nel Problema 4 presentato precedentemente, la scelta ricade sulla vincita maggiore. L'assioma di indipendenza è dunque violato in quanto alcune probabilità vengono sovrastimate, mentre altre sono sottostimate, dunque viene a cadere la linearità delle probabilità. In aggiunta le due lotterie non presentano elementi che le differenziano, viene però tolta la parte che già dovrebbe essere indipendente, per questo la scelta non dovrebbe cambiare.

Passando al paradosso di Ellsberg, il rischio non è più imputato all'incertezza dei risultati, ma all'assenza di informazioni sulle possibilità di riuscita dei risultati, ci si trova quindi in una situazione di ambiguità. Ellsberg dimostra pertanto l'avversione all'ambiguità generalmente presente tra gli agenti, che hanno sempre scelto l'alternativa che apparentemente dava una migliore certezza sui risultati. Il problema di fondo è che la decisione dell'agente viene basata sulla supposizione personale riguardo alla proporzione del numero di palline dai diversi colori, in particolare le persone adottano un procedimento logico diverso per valutare le probabilità in condizioni di ambiguità. L'assioma di indipendenza è violato dal momento in cui le probabilità delle palline nere e gialle sono collegate, a causa della qualità delle informazioni, e non indipendenti. Per risolvere quest'eccezione la Teoria del Prospetto suggerisce che le probabilità sono interpretate soggettivamente secondo una funzione di ponderazione. Ciò sta a significare che ogni persona pondera le probabilità degli eventi in modo del tutto personale e quindi la scelta dell'opzione migliore varia per ognuno. Il grado di avversione all'ambiguità, e dunque anche al rischio, in questo caso gioca un ruolo decisivo nella scelta. Per comprendere ancora più a fondo la soluzione di questo paradosso è utile fare riferimento ad alcuni accenni all'economia comportamentale introdotti nel capitolo 6. Un importante ruolo è dunque ricoperto dall'effetto framing, il quale influisce sulla percezione del gioco; e dalle euristiche e dai bias, che modellano l'approccio alle scommesse per mezzo dell'esperienza, del contesto, della cultura e così via.

Anche la Teoria del Prospetto ha delle lacune che non sono ancora state colmate: in primo luogo essa è molto difficile da testare empiricamente e la mancanza di dati ne limita il campo di applicazione. Inoltre un altro punto debole della teoria è che i risultati degli esperimenti sottostanno a standard diversi a dipendenza del contesto e dell'ambiente. Gli autori hanno sempre utilizzato come riferimento per gli esiti dei questionari il criterio della maggioranza, anche se questa era a volte schiacciante e a volte meno. Interessante sarebbe capire cosa spinge le persone che non sono nella maggioranza ad adottare decisioni o strategie diverse (East, 2003, p. 220).

A conclusione di questo lavoro, è importante sottolineare come entrambe le teorie sono dei modelli che non descrivono in maniera capillare il comportamento umano di fronte all'incertezza, esse costituiscono tuttavia un'approssimazione molto vicina che, se integrata con studi ancora più recenti sull'economia comportamentale, può generare buone previsioni. I principali passi che si sono intrapresi per avanzare in questo campo sono quelli di abbandonare il paradigma dell'agente razionale per lasciare il posto a persone che commettono errori sistematici nelle valutazioni. L'utilità non è più un concetto matematico ma diventa una variabile soggettiva, rendendo il suo calcolo più complicato. Kahneman e Tversky effettivamente non danno una formula matematica esatta per le funzioni di valore e di ponderazione, bensì si limitano a illustrare le variabili in gioco e la forma che esse dovrebbero avere. Per una visione completa dei passi in avanti riguardo a questa materia, è interessante documentarsi sulla teoria dell'economia comportamentale, la quale abbandona in un certo senso i concetti matematici per immergersi nell'intrigato mondo della mente umana, per capirne i meccanismi. Gli stessi Kahneman e Tversky hanno continuato le loro

ricerche in questo campo contribuendo all'avanzamento delle scoperte scientifiche riguardanti la teoria delle decisioni. Non ci sono quindi dubbi che questo tema occuperà l'agenda di molti ricercatori ancora per lungo tempo, poiché si tratta di un processo molto complesso che si è appena iniziato a scoprire nelle sue peculiarità.

Infine, la Teoria del Prospetto non è in contraddizione con la Teoria dell'Utilità Attesa, ma punta a integrarla. Per fare un confronto è possibile affermare che la seconda è un modello teorico che cerca di spiegare il modo in cui le persone dovrebbero comportarsi per prendere decisioni ottimali che massimizzino l'utilità. La Teoria del Prospetto invece fornisce un modello corrispondente ai processi decisionali che inducono le persone a prendere decisioni che non per forza portano sempre alla massimizzazione dell'utilità. In effetti, nel modello di Kahneman e Tversky, la Teoria dell'Utilità Attesa diventa il benchmark rispetto al quale giudicare la bontà delle scelte operate dalle persone. Tuttavia, come nella finanza, il benchmark è difficile da battere. Ci si può quindi chiedere se questo benchmark sia davvero corretto sul lato pratico (Ce.R.D. - Centro di Ricerca sul Rischio e la Decisione, 2010).

Bibliografia

Agnoli, P., & Piccolo , F. (2008). *Probabilità e scelte razionali. Una introduzione alla scienza delle decisioni.* Roma: Armando s.r.l.

Baglioni, A. (2000). *Informazione e incertezza nella teoria finanziaria.* Milano: Ulrico Hoepli Editora S.p.A.

Barberis, N. (2015). *Thirty Years of Prospect Theory Assessment.*

Baroni, G., Pellicano, A., Borghi, A., Ruminati, R., & Nicoletti, R. (2012). Le nostre reazioni di fronte ai guadagni e alle perdite. In G. Belelli, & R. Di Schiena, *Decisioni ed emozioni. Come la psicologia spiega il conflitto tra ragione e sentimento* (p. 64-84). Bologna: Il Mulino.

Benartzi, S., & Thaler, R. H. (1993). Myopic loss aversion and the equity premium puzzle. *NBER working paper series*(4369).

Chiandotto, B., & Bacci , S. (2004). *Decisioni razionali per il governo dell'università, un prerequisito essenziale: la teoria dell'utilità attesa.* Firenze: Università degli Studi di Firenze.

Chiellemi, O., & Comino, S. (2008). *Elementi di economia dell'informazione.* Napoli: Liguori Editore, S.r.l.

East, R. (2003). *Comportamento del consumatore.* (C. Bonan, Trad.) Milano: APOGEO.

Ellsberg, D. (1961, Novermbre). Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms. *The Quarterly Journal of Economics, 75*(4), p. 643-669.

Fennema, H., & Wakker, P. (1997). Original and Cumulative Prospect Theory: A Discussion of Empirical Differences. *Journal of Behavioural Decision Making, 10*, 53-64.

Frank, R. (2010). *Microeconomia* (Quinta Edizione ed.). (R. Piras, Trad.) Milano: The McGraw-Hill Companies, srl.

Garzanti-Petrini. (2002). *Dizionario Italiano.* Milano: Garzanti Linguistica.

Hsu, J., & Han, B. (2004). *Prospect Theory and Its Applications in Finance.* ResearchGate.

Kahneman, D., & Tversky, A. (1979, Marzo). Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. *Econometrica*(47(2)), p. 263-291.

Labinaz, P. (2013). *La razionalità* (1a edizione ed.). Roma: Carocci Editore S.p.A.

Levy, J. S. (1992, Giugno). An Introduction to Prospect Theory. *Political Psychology, 13*(2), 171-186.

Liu, Y. (1998). Prospect Theory: Developments and Applications in Marketing. Department of Marketing Rutgers University.

Loomes, G., & Sudgen, R. (1982). Regret theory: An alternative theory of rational choice under uncertainty. *Economic Journal, 92*(4), p. 805-824.

Machina, M. (1982, Marzo). "Expected Utility" Analysis Without The Independence Axiom. *Econometrica, 50*(2), p. 277-323.

Markowitz, H. (1959). *Portfolio selection, efficient diversification of investments.* New York: John Wiley & Sons, Inc.

Marzo, G. (2002). *La relazione tra rischio e rendimento: proposte teoriche e ricerche empiriche.* Brescia: Università degli Studi di Brescia.

Momigliano, S., & Giovanetti Nuti, F. (2001). *La valutazione dei costi e dei benefici nell'analisi dell'impatto della regolazione.* Soveria Mannelli: Rubbettino Editore Srl.

Peterson, M. (2009). *An Introduction to Decision Theory.* Cambridge: Cambridge University Press.

Quiggin, J. (1982). A theory of anticipated utility. *Journal of Economic Behavior and Organization, 3*(4), p. 234-243.

Savage, L. J. (1954). *The foundations of statistics.* New York: John Wiley & Sons.

Schoemaker, P. (1982, June). The Expected Utility Model: Its Variants, Pruposes, Evidence and Limitations. *Journal of Economic Literature, 20*(2), p. 529-563.

Serafini, G. (2013). *Teorie del rischio e teoria di portafoglio. Un confronto tra concezioni economiche.* Milano: Franco Angeli s.r.l.

Simon, H. A. (1957). *Models of man: social and rational; mathematical essays on rational human behavior in society setting.* New York: Wiley.

Tversky, A., & Kahneman, D. (1992). Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainity. *Jurnal of Risk and Uncertainity*, 297-323.

von Neumann, J., & Morgenstern, O. (1947). *Theory of games and economic behavior.* Princeton: Princeton University Press.

Wakker, P. P. (2010). *Prospect Theory: For Risk and Ambiguity.* Cambridge: Cambridge University Press.

Sitografia

Barbero, C. (2013, novembre 24). *Razionalità a misura d'uomo*. Tratto il giorno agosto 19, 2015 da ilsole24ore.com: http://www.ilsole24ore.com/art/notizie/2013-11-24/razionalita-misura-d-uomo-084744.shtml?uuid=ABRy1Lf&refresh_ce=1

Ce.R.D. - Centro di Ricerca sul Rischio e la Decisione. (2010). Teoria del Prospetto:avversione alle perdita, framing e status quo. Padova. Tratto da http://dpss.psy.unipd.it/cerd/assets/docs/didattica/A2-1-Teoria-del-prospetto-e-avversione-alla%20perdita.pdf

CONSOB. (2010, Gennaio). Errori cognitivi e instabilità delle preferenze nelle scelte d'investimento dei risparmiatori retail. (N. Linciano, A cura di) *Quaderni di Finanza*. Tratto il giorno Agosto 30, 2015 da https://www.google.ch/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&ved=0CCQQFjABahUKEwi25b_LtdDHAhVLvxQKHUtxBhI&url=http%3A%2F%2Fwww.consob.it%2Fdocumenti%2Fquaderni%2Fqdf66.pdf&ei=1cLiVfamJcv-UsvimZAB&usg=AFQjCNFBCdM3s45mSu8CBIb60eFRyIFoiA&cad=rja

Ellsberg, D. (s.d.). *Bio*. Tratto il giorno Luglio 9, 2015 da Daniel Ellsberg's Website: http://www.ellsberg.net/bio

famousscientists.org. (s.d.). *Daniel Bernoulli*. Tratto il giorno Agosto 16, 2015 da famousscientists.org: http://www.famousscientists.org/daniel-bernoulli/

Lanzi, D. (s.d.). *Introduzione alla Teoria della Scelta Razionale.* Tratto il giorno Luglio 1, 2015 da http://vvw.web.cs.unibo.it/wiki/images/a/ae/TeoriaSceltaRazionale.pdf

Lingua, G. (2013). *Economia e relazioni, la difficile uscita dalla logica dell'homo oeconomicus.* Tratto il giorno Luglio 1, 2015 da Spazio filosofico: http://www.spaziofilosofico.error404.it/wp-content/uploads/2013/01/Lingua.pdf

Pressacco, F. (2012). *San Pietroburgo, paradosso di*. Tratto il giorno Agosto 13, 2015 da Treccani.it: http://www.treccani.it/enciclopedia/san-pietroburgo-paradosso-di_%28Dizionario-di-Economia-e-Finanza%29/

Saltari, E. (s.d.). *In ricordo di Maurice Allais, economista matematico, Premio Nobel nel 1988*. Tratto il giorno Luglio 9, 2015 da unibocconi.it: http://matematica.unibocconi.it/articoli/ricordo-di-maurice-allais-economista-matematico-premio-nobel-nel-1988

The Sveriges Riksbank. (2002). *Daniel Kahneman - Facts*. Tratto il giorno Luglio 13, 2015 da Noblelprize.org: http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economic-sciences/laureates/2002/kahneman-facts.html

Treccani. (2012). *economia comportamentale*. Tratto il giorno Luglio 15, 2015 da treccani.it: http://www.treccani.it/enciclopedia/economia-comportamentale_(Dizionario_di_Economia_e_Finanza)/

Allegati

SUPSI

Modulo "Tesi di Bachelor" (Responsabile: D. Lunati), Semestre primaverile 2015/2016

SCHEDA – PROGETTO TESI DI BACHELOR

Generalità e contatti studente e relatore				
	Nome	Cognome	E-mail	indirizzo
Studente	Mattia	Cima	mattia.cima@student.supsi.ch	6717 Dangio
Relatore	Fabiano	Cavadini	fabiano.cavadini@supsi.ch	- - -

La scelta del tema di tesi

Breve descrizione della genesi dell'idea e delle motivazioni che l'hanno sostenuta (es. interessi professionali, problemi da risolvere, motivo per cui si svolge il lavoro, …).

L'interesse per il tema scaturisce dalla curiosità nel capire la natura umana e il suo comportamento; anche dall'esperienza personale spesso mi è capitato di interrogarmi sul perché di alcuni comportamenti delle persone e quando ho sentito parlare di "avversione al rischio" e "utilità attesa", subito si è accesa una lampadina.

La Consulenza

Indicare il/i docenti con il/i quale/i avete discusso la vostra scheda e i suggerimenti/problemi principali emersi dal colloquio. Se lo studente ha discusso solamente con il proprio relatore, lasciare in bianco.

Particolarità

Spazio per esprimere eventuali aspetti da conoscere e da considerare per meglio comprendere il progetto di tesi e la sua fattibilità. Se non ci sono particolari degni di nota, lasciare in bianco.

Titolo provvisorio (ma anche no…)

La formulazione del titolo, anche se suscettibile di continue modifiche, richiede uno sforzo di chiarezza, di sintesi e di capacità di generare interesse.

Confronto tra Teoria dell'Utilità Attesa e Teoria del Prospetto

La focalizzazione del tema

Prima di giungere alla formulazione della domanda di ricerca (obiettivi) è necessario inquadrare bene la situazione iniziale dalla quale nasce il lavoro. In questa sezione deve trasparire una chiara visione del contesto generale e delle problematiche che si vogliono affrontare. A prescindere dal tema di tesi è molto importante fare riferimento alla letteratura esistente in materia o ai concetti teorici rilevanti per la tesi.

Quando un agente ha a disposizione un capitale da investire sui mercati finanziari si trova davanti ad una scelta basilare: in quali titoli investo? In aiuto a questa domanda è arrivato Markowitz con la "Teoria del Portafoglio". All'interno di questa teoria, che relaziona il rendimento atteso e la varianza di un portafoglio di titoli con la funzione di utilità per la scelta del portafoglio ottimale, è presente un concetto molto interessante: il "coefficiente di avversione al rischio". (Markowitz, 1959)
L'incertezza e il rischio sono dei fattori che condizionano profondamente il comportamento degli individui, i quali vengono spinti dalla mente a comportamenti singolari ad alcune condizioni.
L'avversione al rischio nella funzione di utilità markowitziana ne determina la curvatura, ma è difficilmente quantificabile.
In aiuto a questo problema arrivano le "Teorie dell'Utilità Attesa" (von Neumann & Morgenstern, 1944) e in seguito la "Teoria del Prospetto" (Kahneman & Tversky, 1979).
Grazie a queste teorie, che analizzano le scelte degli agenti in condizioni di incertezza, vengono descritti i comportamenti e alcune anomalie delle persone confrontate con decisioni in cui il risultato non è certo, che quindi possono aiutare a stimare questa avversione al rischio.
Queste due teorie hanno delle parti in comune e delle parti che sono discordanti, bisognerà quindi capire ed analizzare i loro fondamenti e discuterne le differenze e le implicazioni. (Wakker, 2010)
Il tema in questione è molto ampio, e sconfina anche dall'economia. Esistono inoltre svariate altre teorie che si propongono di spiegare questi fenomeni.

Obiettivi (la domanda di ricerca)

Formulare in modo chiaro la domanda di ricerca che si vuole indagare.
Indicare quindi l'obiettivo generale del lavoro seguito da una serie di obiettivi specifici (e verificabili) che il lavoro intende raggiungere

Domanda di ricerca: Quali comportamenti assumono gli investitori di fronte all'incertezza e quali sono le teorie che li descrivono?

L'obiettivo generale del lavoro è quello di comprendere quali sono i collegamenti e le differenze tra la Teoria dell'Utilità Attesa di von Neumann e Morgenstern e la Teoria del Prospetto di Kahneman e Tversky.

Obiettivi specifici:
1. Comprendere il meccanismo di decisione dell'agente
2. Descrivere la Teoria dell'Utilità Attesa
3. Comprendere gli assiomi al suo interno
4. Comprenderne le anomalie e i paradossi
5. Descrivere la Teoria del Prospetto
6. Comprendere i legami tra le due teorie

Metodologia

In questa sezione lo studente deve sforzarsi di spiegare COME intende raggiungere il proprio scopo. Occorre quindi descrivere quali strumenti si utilizzeranno e perché si ritiene siano adeguati per raggiungere gli obiettivi prefissati.

Le semplici dichiarazioni di seguire un approccio quantitativo o qualitativo non sono sufficienti, perché non aiutano a comprendere attraverso quali fasi e passaggi si riuscirà ad indagare la domanda di ricerca.

La ricerca sarà puramente qualitativa, si tratterà di analizzare i principali testi in questione, vale a dire i documenti di von Neumann & Morgenstern e di Kahneman & Tversky.
In una prima fase bisognerà capire la Teoria dell'Utilità Attesa e in una seconda la Teoria del Prospetto, utilizzando, oltre ai testi originali, la letteratura sull'argomento. Una volta comprese queste teorie bisognerà comprenderne i collegamenti, le analogie e le differenze.
In aiuto alla comprensione di queste teorie e soprattutto dei collegamenti verranno utilizzati vari testi divulgativi e scientifici sull'argomento.

Analisi delle risorse bibliografiche iniziali

In questa sezione occorre riportare un elenco ragionato di fonti, debitamente commentate in funzione del contributo atteso rispetto alla propria tesi.

Von Neumann, J., & Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press.

Si tratta del testo originale nel quale è descritta la Teoria dell'Utilità Attesa, con questo elaborato si intende comprendere questa teoria.

Schoemaker, P. J. H. (1982). *The Expected Utility Model: Its Variants, Purposes, Evidence and Limitations*. Journal of Economic Literature. Vol. XX, p. 529-563.

Si tratta di un articolo scientifico che tratta il tema della Teoria dell'Utilità Attesa a tutto campo, partendo dal concetto di utilità e quello di probabilità. Tratta l'aspetto degli assiomi e gli aspetti psicologici.

Kahneman, Daniel; Tversky, Amos. (1979). *Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk*. Econometrica 2(47). p. 263-291.

Si tratta del testo originale nel quale è descritta la Teoria del Prospetto, utile alla comprensione di questa corrente di pensiero

Wakker, P. P. (2010). *Prospect Theory: for risk and ambiguity*. Cambridge University Press.

Questo libro tratta l'argomento della Teoria del Prospetto partendo dalla Teoria dell'Utilità, definendo degli scenari specifici, spiegando: i fondamenti statistici, le differenze tra le teorie e il concetto di ambiguità.

Peterson, M. (2009). *An Introduction to Decision Theory*. Cambridge University Press.

Questo libro spiega i fondamentali della teoria delle decisioni e sarà quindi utile per comprendere a fondo il comportamento delle persone di fronte a una decisione, che sia rischiosa o no.

Serafini G. (2013). *Teorie del rischio e teoria del portafoglio: un confronto fra concezioni economiche*. Franco Angeli.
Questo libro offre una panoramica sulle principali teorie e definizioni in questo campo.

Fattibilità

In questa sezione si deve discutere la disponibilità delle risorse necessarie alla buona riuscita (ex-ante) della tesi. In particolare bisogna riflettere: sulla disponibilità di dati e/o informazioni sufficiente e sulla concreta possibilità di accesso alla documentazione, sul livello di complessità e/o di ampiezza del tema in rapporto al tempo a disposizione. Individuare gli ostacoli è il primo passo, necessario, ma non sufficiente.

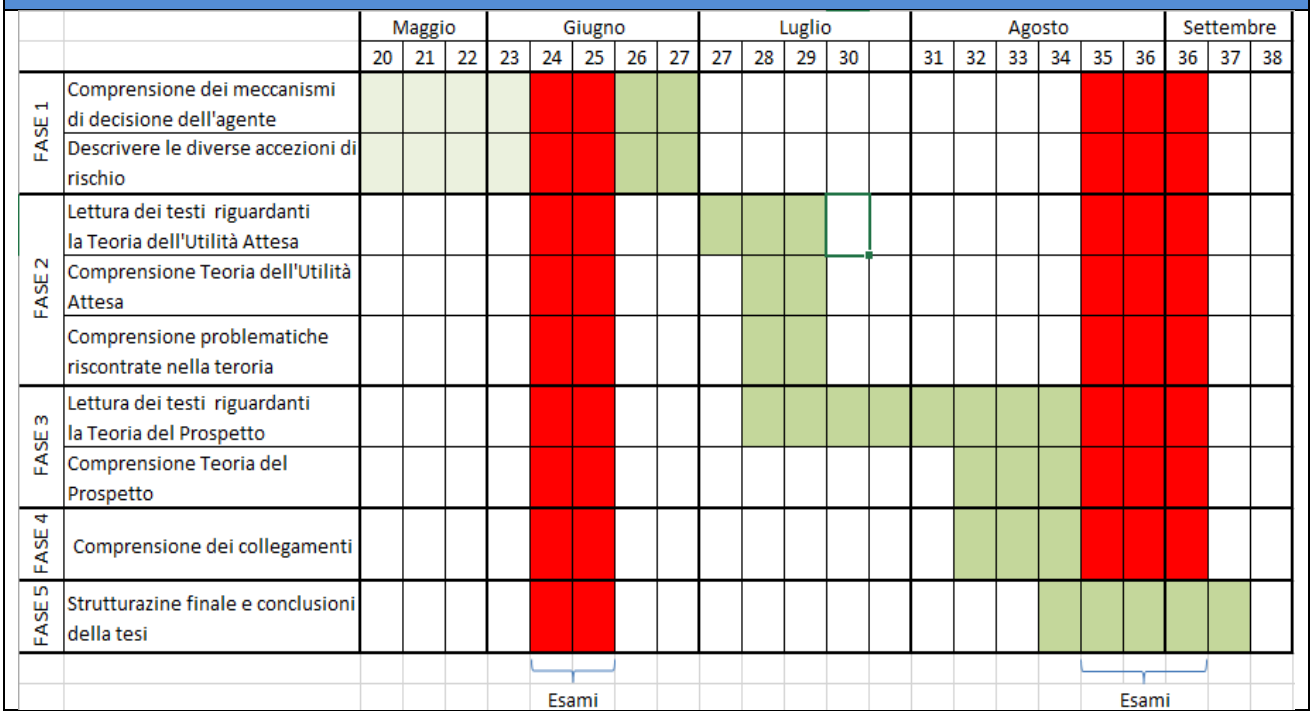
Discutere la fattibilità significa infatti individuare anche le strategie per affrontare gli ostacoli in modo da potersi ragionevolmente attendere il raggiungimento di tutti gli obiettivi prefissati.

La fattibilità del lavoro è buona, esiste un'ampia documentazione a riguardo, sia in italiano che in inglese, ma anche in altre lingue. Questo non dovrebbe essere un ostacolo complesso in quanto come studenti SUPSI disponiamo di una buona preparazione in inglese e tedesco, oltretutto con le tecnologie informatiche si può riuscire a comprendere un testo in quasi tutte le lingue.
Un ostacolo evidente è il fatto che il tema contiene molte nozioni matematiche e statistiche complesse che andranno capite. Per affrontare questo ostacolo si necessiterà di una stretta collaborazione con i professori di matematica e statistica della SUPSI.
Bisogna comunque ammettere che il tema è molto vasto ed esistono molte teorie e visioni alternative differenti, sarà dunque importante rimanere focalizzati sugli obiettivi.

Pianificazione delle attività

Si richiede una breve descrizione del piano di lavoro. Si tratta di spiegare a grandi linee le fasi che caratterizzeranno lo svolgimento della tesi: quali attività, in quale ordine e con quale metodo.

In aggiunta alla pianificazione "concettuale" delle attività è necessario definire una linea del tempo e riflettere accuratamente sulla tempistica e le interconnessioni delle singole attività (es. diagramma di Gantt).



Struttura della tesi

Prima ancora che nasca la tesi, deve esserci un'idea preliminare di come organizzare gli argomenti e i contenuti per raggiungere gli obiettivi, secondo un piano di comunicazione efficace. Concretamente si tratta di pensare ad un indice, NECESSARIAMENTE provvisorio, che permetta di capire la sequenza logica degli argomenti (capitoli) e dei contenuti (paragrafi).

L'indice è uno strumento dinamico (lavorare continuamente sull'indice mentre la tesi avanza) che ci permette di riflettere, PRIMA di scrivere, su quali contenuti inserire nella tesi e su come organizzarli.

ABSTRACT
INDICE
ABBREVIAZIONI
INDICE DELLE ILLUSTRAZIONI
INDICE DELLE TABELLE
1. INTRODUZIONE
   1.1. Obiettivi
   1.2. Metodologia
   1.3. Delimitazione del contesto
2. INTRODUZIONE ALLA TEORIA DELLE DECISIONI
3. DIVERSE INTERPRETAZIONI DEL RISCHIO
4. TEORIA DELL'UTILITÀ ATTESA
   4.1. Razionalità
   4.2. Premio al rischio
   4.3. Paradosso di Allais
5. TEORIA DEL PROSPETTO
   5.1. Concetto di rank dependent utility
   5.2. La funzione di valore
   5.3. La funzione di peso
6. COLLEGAMENTI TRA LE TEORIE
7. CONCLUSIONI
BIBLIOGRAFIA
ALLEGATI

Luogo, data: _____

firma dello studente: _____

firma del relatore: _____

Entro il termine stabilito dal piano delle attività del modulo tesi di bachelor lo studente deve:

- Consegnare la copia cartacea della scheda di tesi FIRMATA in segreteria;
- Inviare una copia della scheda in formato elettronico (.docx) all'indirizzo seguente bacheloreconomia@supsi.ch

Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana
Dipartimento economia aziendale, sanità e sociale

SUPSI

Mattia Cima

Confronto tra Teoria dell'Utilità Attesa e Teoria del Prospetto

L'evoluzione della Teoria delle Decisioni in condizioni di rischio può essere suddivisa fondamentalmente in due grossi capitoli: la Teoria dell'Utilità Attesa (von Neumann & Morgenstern, 1947) e la Teoria del Prospetto (Kahneman & Tversky, 1979). Mentre la prima è una teoria normativa che intende fornire un modello di comportamento statico e ideale, la seconda vuole invece fornire una teoria descrittiva ed esplicativa dei processi decisionali nelle persone. La Teoria dell'Utilità Attesa ha dunque bisogno di essere regolata da alcuni paletti che sono quelli del comportamento razionale e degli assiomi. Si è voluto comprendere in che modo questi paletti ostacolano la comprensione del naturale comportamento delle persone e si è tentato, tramite la Teoria del Prospetto, di dare un'alternativa all'interpretazione di questi fenomeni. In particolare l'utilità attesa è stata criticata in alcuni paradossi; tre di quali sono approfonditi in questa tesi, ossia quelli di San Pietroburgo, di Allais e di Ellsberg. Oltre a questi paradossi, nell'articolo di Kahneman e Tversky vengono dimostrate altre incongruenze tra le scelte individuali e quelle previste dalla Teoria dell'Utilità Attesa che sono: l'effetto certezza, l'effetto riflesso, l'assicurazione probabilistica e l'effetto isolamento. La Teoria del Prospetto fornisce quindi un nuovo metro di valutazione dell'utilità attesa mediante una nuova funzione di valore degli outcome e una nuova funzione di ponderazione delle probabilità associate a essi. Rianalizzando quindi i paradossi presentati, alla luce della Teoria del Prospetto, è possibile spiegarne le anomalie. Il lavoro è stato svolto utilizzando i testi originali delle teorie, accompagnati da vari testi scientifici e libri sull'argomento.

Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana
Dipartimento scienze aziendali e sociali

SUPSI

Impegno di condivisione dei diritti d'autore

La sottoscritta / Il sottoscritto:

Nome:

Cognome:

1. riconosce che i diritti d'autore della tesi di bachelor sono di proprietà condivisa tra lei/lui ed il Dipartimento scienze aziendali e sociali della SUPSI;
2. ogni co-detentore dei diritti ha la facoltà di utilizzare i risultati in maniera autonoma e indipendente senza nessun obbligo degli altri detentori.

Luogo e data _____ Firma _____