Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana
Dipartimento formazione e apprendimento

SUPSI

TESI DI BACHELOR DI

JACOPO GIOVANNANGELO

BACHELOR OF ARTS IN PRIMARY EDUCATION

ANNO ACCADEMICO 2019/2020

ARTEFATTI COMPLEMENTARI PER LA DIDATTICA DELLA GEOMETRIA

LA SCOPERTA DEI QUADRILATERI CON ARTEFATTI CONCRETI E TECNOLOGICI

RELATRICE

ROSSANA FALCADE

Desidero ringraziare la mia relatrice, Rossana Falcade, per la sua grande disponibilità, per i suoi arricchenti consigli, per il prezioso aiuto e il sostegno datimi nel corso del lavoro di ricerca.

Ringrazio gli allievi della quarta e quinta elementare di Iragna, che sono stati i protagonisti delle attività di sperimentazione e mi hanno permesso di crescere come docente.

Ringrazio la collega Deborah per il supporto e lo spazio forniti per svolgere questo importante lavoro.

Ringrazio la mia famiglia e i miei amici per avermi ascoltato e sostenuto durante la realizzazione di questa tesi.

Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana
Dipartimento formazione e apprendimento

SUPSI

Abstract

Jacopo Giovannangelo

Bachelor of arts in primary education

Artefatti complementari per la didattica della geometria

Rossana Falcade

La ricerca, svolta con una pluriclasse di quarta e quinta elementare, aveva l'obiettivo di indagare in che modo l'uso combinato di artefatti complementari permettesse agli allievi di costruire dei significati inizialmente personali e poi socialmente condivisi sulle proprietà dei quadrilateri e la loro classificazione. Gli artefatti primari utilizzati erano sia di tipo concreto, come delle figure geometriche sovrapponibili in cartoncino e in plastica o come la tavolozza geometrica ideata da Ivo Dellagana, ma anche di tipo tecnologico, come il software di geometria dinamica *GeoGebra*. Gli allievi hanno interagito con questi artefatti, secondo il paradigma della mediazione semiotica, sia durante l'insegnamento in aula, sia in didattica a distanza durante la chiusura degli edifici scolastici a causa del Covid-19.

Le evidenze raccolte dalla ricerca hanno mostrato un'evoluzione positiva delle competenze geometriche degli allievi, sia per quel che concerne la concettualizzazione delle proprietà distintive di alcuni quadrilateri, come il trapezio (che possiede almeno una coppia di lati paralleli) o il quadrato (come trapezio "più ricco" di proprietà) sia in relazione all'elaborazione di una classificazione inclusiva dei quadrilateri. Lo studio di casi utilizzato nella ricerca ha mostrato come l'evoluzione dei significati degli allievi sia legata all'interazione con tali artefatti e ha messo in luce la natura *embodied* dell'apprendimento in matematica.

1 Sommario

1 Introduzione 4
2 Quadro teorico e interrogativo di ricerca 6
2.1 I quadrilateri 6
2.2 Gli artefatti e la costruzione della conoscenza 6
2.2.1 L'artefatto cognitivo 7
2.2.2 Artefatti primari, secondari e terziari 7
2.3 L'approccio strumentale di Rabardel 8
2.4 La mediazione semiotica 8
2.4.1 Struttura di un ciclo didattico 10
2.5 *Embodiment* e *multimodalità* nell'apprendimento 11
2.6 Gli artefatti concreti e l'apporto di Emma Castelnuovo 12
2.7 Gli artefatti tecnologici 14
2.8 Dal Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese 14
2.9 Interrogativi di ricerca 15
2.9.1 Ipotesi 15
3 Quadro metodologico 16
3.1 Metodologia di ricerca e strumenti per l'analisi degli interventi 16
3.1.1 Campione di riferimento 16
3.1.2 Strumenti e modalità di raccolta dati 17
3.1.3 Strumenti e modalità di analisi dei dati 18
4 Parte applicativa 19
4.1 Obiettivi del percorso 19
4.2 Descrizione interventi pedagogico-didattici 19
5 Analisi dei dati e risultati 21

5.1 Prima parte della sperimentazione 21
5.2 Seconda parte: studio dei casi 23
5.2.1 Lucia 24
5.2.2 Valentina 25
6 Conclusioni 28
6.1 Risposta interrogativi di ricerca e confronto con il quadro teorico 28
6.2 Limiti della ricerca 30
6.3 Prospettive di ricerca future 31
6.4 Ricadute professionali 31
7 Bibliografia e sitografia 33
7.1 Bibliografia 33
7.2 Sitografia 34
8 Allegati 35
1. Allegato: riferimenti al Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese 35
2. Allegato: descrizione degli interventi pedagogico-didattici 36
3. Allegato: articolazione operativa del percorso originale 43
4. Allegato: articolazione operativa del percorso nel periodo di insegnamento a distanza 52
5. Allegato: raccolta concezioni 55
6. Allegato: presentazione dello sfondo motivazionale 57
7. Allegato: la famiglia dei quadrilateri 58
8. Allegato: la somma degli angoli interni dei quadrilateri 59
9. Allegato: la scoperta della tavolozza geometrica 60
10. Allegato: prova in entrata sul parallelismo dei lati dei quadrilateri 63
11. Allegato: costruzione dei trapezi mediante artefatto e riflessione sulla loro proprietà distintiva 65
12. Allegato: ricerca delle coppie di lati paralleli. 69

13. Allegato: GeoGebra: costruire dei quadrilateri per scoprire l'inclusività della loro classificazione 72

14. Allegato: quali proprietà possiedono questi quadrilateri? 78

15. Allegato: la verifica sommativa. Quiz con il software Kahoot! 81

16. Allegato: analisi Giada 81

17. Allegato: analisi Sofia 83

18. Allegato: analisi Sandra 85

19. Allegato: schede vuote proposte durante la didattica a distanza 88

1 Introduzione

Durante questo anno accademico ho svolto la mia pratica professionale in una pluriclasse composta da quattordici allievi: otto di quarta e sei di quinta elementare.
A settembre, dopo alcune prove d'ingresso ed essermi confrontato con la docente titolare, ho riscontrato il bisogno formativo della classe di approfondire il tema dei quadrilateri. Le figure geometriche piane, infatti, non erano ancora state trattate, se non solo a livello di denominazione.

Data questa necessità, ho colto l'opportunità per svolgere il mio lavoro di diploma sull'argomento, in quanto nelle pratiche precedenti non ho mai avuto modo di trattare la classificazione dei quadrilateri. Inoltre, per un mio sviluppo professionale, volevo trovare un approccio accattivante, interessante agli occhi degli allievi e soprattutto efficace dal punto di vista del processo di insegnamento-apprendimento.

Confrontandomi con la relatrice ho deciso di lavorare sul ruolo degli artefatti per favorire la concettualizzazione e la classificazione dei quadrilateri. Nel quadro teorico spiegherò poi in dettaglio come mai l'uso degli artefatti risulta una strategia didattica valida. Nelle pratiche precedenti avevo già avuto modo di lavorare con degli artefatti affrontando altri temi, come le situazioni matematiche. In quell'occasione avevo già apprezzato l'utilità di un tale impiego. Utilizzando gli artefatti proposti, infatti, per gli allievi era stato più semplice e intuitivo comprendere che alcune situazioni problematiche non potevano essere risolte a causa di dati mancanti oppure di più soluzioni accettabili.

Un altro aspetto che mi ha portato a scegliere questa direzione per il mio lavoro di diploma è stato il fatto di scoprire o addirittura riscoprire alcuni artefatti utilizzabili nella didattica della geometria piana in Canton Ticino. Un esempio è sicuramente la "Tavolozza geometrica" ideata da Ivo Dellagana, che non ho mai visto impiegare nelle classi in cui ho svolto le pratiche professionali. Personalmente trovo che questo patrimonio di conoscenze e strumenti non debba andare perso, ma che debba anzi essere tramandato ed eventualmente anche aggiornato e adattato alle pratiche didattiche più attuali.

Vista la situazione sanitaria presentatasi a fine inverno, con la relativa chiusura degli edifici scolastici, ho dovuto adattare la mia sperimentazione pratica in itinere per rispondere alle nuove esigenze.
L'uso della tavolozza geometrica non è più stato possibile, in quanto questo artefatto richiedeva in modo particolare uno scambio e un'interazione diretta tra gli allievi.
Data la presenza di questa situazione negativa, io ho però cercato di trarne gli aspetti positivi e per questo motivo ho ripreso una delle prime proposte discusse con la relatrice; ovvero l'uso di artefatti tecnologici di geometria dinamica come GeoGebra.

Se in classe questi artefatti erano inutilizzabili a causa della mancanza di PC, a casa propria ogni allievo aveva a disposizione un allacciamento ad internet ed un PC o un tablet/smartphone con cui lavorare.

L'obiettivo della mia ricerca consisteva dunque nel comprendere che ruolo avesse l'articolazione di artefatti tra loro complementari nella costruzione dei significati matematici in una classe di secondo ciclo; in particolare nella costruzione e classificazione delle proprietà dei differenti quadrilateri.

2 Quadro teorico e interrogativo di ricerca

2.1 I quadrilateri

Ciò che trovo molto affascinante di questi poligoni è la loro gerarchia, in quanto i quadrilateri più celebri, come il quadrato o il rettangolo, non sono altro che trapezi con delle proprietà in più. Le caratteristiche che distinguono i quadrilateri rispetto ad altri poligoni sono la presenza di quattro lati e rispettivamente quattro vertici (Fandiño Pinilla & Sbaragli, 2011). La caratteristica successiva, che caratterizza i trapezi rispetto a tutti i quadrilateri generici, è la presenza di *almeno* una coppia di lati paralleli. È importante evidenziare la parola *almeno*, in quanto tutti i quadrilateri che seguono in questo paragrafo sono, come detto, dei trapezi, ma con delle caratteristiche supplementari (Fandiño Pinilla & Sbaragli, 2011). Il caso particolare di trapezio che ha due coppie di lati paralleli è chiamato parallelogramma. Quest'ultimo ha le coppie di lati non consecutivi congruenti. Se al parallelogramma aggiungiamo la proprietà di avere quattro angoli retti, otteniamo un nuovo caso particolare: il rettangolo. Il parallelogramma cela in sé anche un secondo caso particolare: il rombo. Quest'ultimo è un parallelogramma con tutti e quattro i lati congruenti. Ecco infine il momento di parlare del quadrilatero più "famoso" di tutti: il quadrato, definito da Fandiño Pinilla & Sbaragli (2011) come una sorta di "rombo rettangolo" (p. 100). Il quadrato possiede infatti delle proprietà che provengono da entrambi i quadrilateri. Del rombo, il quadrato ha i quattro lati congruenti e del rettangolo ha i quattro angoli retti. Inoltre, il quadrato possiede tutte le proprietà del parallelogramma, come le coppie di lati paralleli.
Anche se nel percorso che ho sviluppato ho considerato solo la classificazione citata sopra, in funzione dei lati e degli angoli, è possibile classificare i quadrilateri anche assumendo criteri differenti, come ad esempio le proprietà delle loro diagonali.

2.2 Gli artefatti e la costruzione della conoscenza

Che relazione intercorre tra l'utilizzo di artefatti nella didattica della matematica e la costruzione delle conoscenze? Per poter rispondere a questa domanda è bene partire iniziando a spiegare che cos'è un artefatto cognitivo.

2.2.1 *L'artefatto cognitivo*

Parlando di artefatti cognitivi si fa riferimento a "diversi tipi di oggetti prodotti dagli esseri umani nel corso dei secoli: suoni; gesti; utensili e strumenti; forme orali e scritte del linguaggio naturale; testi e libri; strumenti musicali; strumenti scientifici; strumenti informatici, ecc." (Bartolini Bussi & Mariotti, 2009, p. 271). Le stesse autrici, riprendendo la distinzione introdotta da Vygotskj (1978), descrivono una doppia natura degli "artefatti cognitivi:

- l'aspetto pragmatico o esperienziale (cioè l'orientamento verso l'esterno che consente di modificare l'ambiente circostante);
- l'aspetto riflessivo (cioè l'orientamento verso l'interno che permette ai soggetti di sviluppare l'intelligenza)" (Bartolini Bussi & Mariotti, 2009, p. 270).

Questa doppia valenza degli artefatti testimonia la relazione che c'è tra il funzionamento del cervello e l'esperienza corporea. Il passaggio dalla sfera pratica a quella dell'intelletto e viceversa è ciò che alimenta il progresso e l'evoluzione (Bartolini Bussi & Mariotti, 2009).

Il ricorso ad artefatti in ambito educativo non è un'invenzione recente, in quanto vi esistono esempi già in uso da molti anni nelle scuole, come i libri, la lavagna o il compasso. Certo è che lo sviluppo di artefatti è continuo e quindi, anche in aula, con il trascorrere del tempo ne compaiono di nuovi, come le lavagne multimediali o i software di geometria dinamica (Banfi, 2011).

2.2.2 *Artefatti primari, secondari e terziari*

Bartolini Bussi & Mariotti (2009) riportano il modello di Wartofsky (1979). Quest'ultimo identifica tre tipologie di artefatto:

- *artefatto primario*, strumento tecnico orientato verso l'esterno, direttamente usato per scopi intenzionali (ad esempio compasso, …);
- *artefatto secondario*, strumento psicologico orientato verso l'interno, usato nel mantenimento e nella trasmissione di specifiche competenze tecniche acquisite (ad esempio scrittura, schemi, tecniche di calcolo, …);
- *artefatto terziario*, sistema di regole formali che hanno perso l'aspetto pratico legato allo strumento (ad esempio le teorie matematiche). (p. 283)

In Banfi (2011) si legge anche che:

> l'utilizzo di artefatti appartenenti a queste tre categorie può essere fatto simultaneamente perseguendo un obiettivo comune. La condizione necessaria è che essi siano articolati tra loro, cosa che consente a "ognuna delle componenti del sistema" di "evocare le altre e dialogare con esse" (Ferri *et al*., 2005, p. 165). (p. 3)

2.3 L'approccio strumentale di Rabardel

Rabardel (1995) ha cercato di fare chiarezza riguardo al termine *artefatto,* evidenziando la differenza fra quest'ultimo e la parola *strumento*. Secondo lui l'artefatto è "l'oggetto materiale o simbolico di per sé", mentre lo strumento è "un'entità mista composta sia da componenti legate alle caratteristiche dell'artefatto sia da componenti soggettive (schemi d'uso)" (Bartolini Bussi & Mariotti, 2009, pp. 272-273). Riassumendo, lo strumento è dunque un ibrido che tiene conto dell'oggetto (l'artefatto) e del soggetto con i relativi schemi d'uso che vi ha costruito attorno. La costruzione dell'individuo, che impregna di carattere psicologico la definizione di strumento, è legata al contesto in cui ha origine e sviluppo (Bartolini Bussi & Mariotti, 2009). Grazie al processo detto di *genesi strumentale* l'individuo costruisce gli schemi e/o si appropria di schemi socialmente pre-esistenti che gli permettono di utilizzare l'artefatto. Gli schemi d'uso costruiti a livello individuale sono dunque in relazione con gli schemi sociali in modo reciproco e possono essere confrontati e condivisi con altri soggetti.

Questa interazione tra realtà esterna e interna al soggetto trova fondamento anche nel processo di "*interiorizzazione* definito da Vygotskij (1978)" (Bartolini Bussi & Mariotti, 2009, p. 276) come ricostruzione interna di una operazione esterna generata a partire da esperienze e interazioni sociali condivise.

2.4 La mediazione semiotica

In Bartolini Bussi & Mariotti (2009) viene citata Hasan (2002).

> Quest'ultima sostiene che il processo di mediazione include i seguenti partecipanti e circostanze:
>
> - *qualcuno che media,* il mediatore;
> - *qualcosa che viene mediato,* il contenuto/forza/energia rilasciato dalla mediazione;
> - *qualcuno/qualcosa soggetto della mediazione,* il ricevente a cui la mediazione apporta qualche differenza;

- *la circostanza della mediazione,* dunque i mezzi, le modalità e il luogo. (p. 280)

Nella prospettiva della mediazione semiotica, durante lo svolgimento di un compito che richiede l'uso di un artefatto, vengono prodotti segni che, all'inizio sono personali ma, man mano, grazie all'interazione sociale (in particolare le discussioni collettive) evolvono, cambiando di significato e acquisendo un carattere socialmente condiviso. (Bartolini Bussi & Mariotti, 2009).

L'artefatto, come già spiegato ha una doppia valenza: è esteriormente orientato, in quanto permette di risolvere un dato compito, ma incorpora anche una precisa conoscenza matematica ed è quindi interiormente orientato (Bartolini Bussi & Mariotti 2009). Un docente, in quanto esperto, conosce questa polisemia e utilizza l'artefatto più adatto nella sua didattica per mettere in relazione l'allievo con il compito e la conoscenza matematica da costruire. In sintesi l'artefatto funge dunque da ponte tra l'allievo e il sapere matematico: permette a l'uno di avvicinarsi all'altro.

Per concludere, il concetto di mediazione semiotica è importante, in quanto permette di comprendere che l'uso dell'artefatto non debba "essere lasciato al caso". Non basta portare uno strumento in classe per far sì che la conoscenza incorporata sia accessibile all'allievo. Al contrario, senza una presa a carico del processo di mediazione semiotica, il sapere "incorporato" può restare "opaco e inaccessibile" (Meira & Carraher, 1995, citato da Falcade, 2018, p. 5). Le potenzialità dello strumento dipendono dunque dal tipo di interazione realizzata in classe con gli allievi (*soggetti della mediazione*), sotto la guida del docente (*mediatore*), per mezzo di particolari consegne (*circostanze*) e all'interno di pratiche sociali (discussioni collettive) (Falcade 2018).

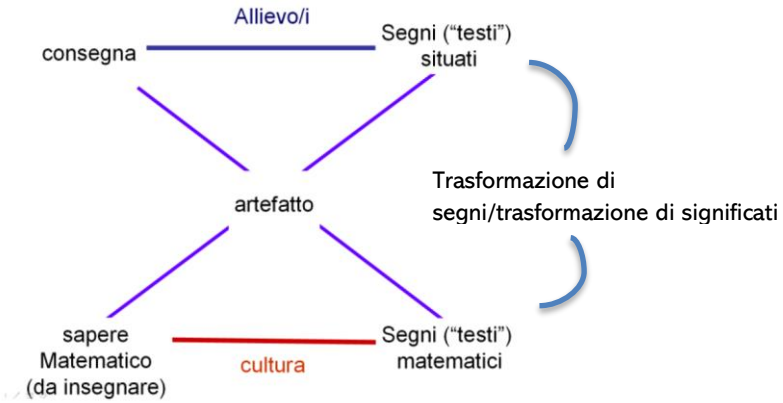


Figura 1 - Processo di mediazione semiotica.

2.4.1 *Struttura di un ciclo didattico*

Come spiegato nel capitolo precedente, il docente usa l'artefatto come uno strumento di mediazione semiotica, poiché media un contenuto matematico attraverso un'azione didattica pianificata intenzionalmente (Bartolini Bussi & Mariotti, 2009). In questo paragrafo spiego come sono pianificati questi interventi.

Banfi (2011, p. 6) spiega che:

> […] il processo di insegnamento-apprendimento ha inizio con delle attività che permettono al singolo individuo di far emergere dei segni personali inerenti all'argomento trattato. Questi segni non sono ancora matematici, ma idee e concetti legati al vissuto del singolo e in corso di elaborazione.

L'obiettivo è che al termine del ciclo l'allievo abbia trasformato i segni personali in segni matematici condivisibili socialmente (Banfi, 2011).

L'impianto didattico è impostato come un'interazione di cicli, dove differenti tipologie di attività si alternano. Gli elementi minimi del ciclo sono tre:

- *attività con artefatti*: gli allievi svolgono della attività con l'utilizzo di artefatti, in modo da favorire la produzione di segni specifici legata al loro uso.
- *produzione individuale di segni*: gli studenti sono invitati a creare delle produzioni scritte, anche sottoforma di disegni per cercare di esplicitare e di riflettere su quanto emerso nella fase precedente. Queste tracce hanno la caratteristica di essere permanenti e dunque richiamabili in seguito per le discussioni a carattere collettivo.
- *produzione collettiva di segni*: scambio collettivo atto a produrre ad esempio discussioni, disegni e testi relativi alle due fasi precedenti. Le discussioni collettive costituiscono una parte essenziale nel processo di insegnamento-apprendimento e sono il cuore del processo semiotico, in quanto il docente, che formula esplicitamente l'argomento di discussione, crea in questa fase la situazione per permettere agli allievi di trasformare i segni individuali in segni matematici condivisibili (Bartolini Bussi & Mariotti, 2009).

Figura 2 - Il ciclo didattico

2.5 *Embodiment* e *multimodalità* nell'apprendimento

Riprendiamo la domanda di apertura: *che relazione c'è tra l'uso di artefatti e la costruzione delle conoscenze?* Oltre all'aspetto spiegato in precedenza, ovvero che l'artefatto custodisce in sé un insieme di saperi matematici, possiamo collegarci "alla teoria di Lakoff e Núñez (2000/2006)", che propone di pensare "mente e corpo non distinti, ma integrati nelle loro funzioni e evoluzioni" (Arzarello & Robutti, 2009, p. 244). I processi cognitivi sono *multimodali*; dunque il nostro corpo è in grado di svolgere più attività contemporaneamente, come vedere, sentire e compiere un'azione. Questa visione trova fondamento nel fatto che "il nostro modo di agire, percepire, immaginare, rielaborare ciò che vediamo fare, è radicato nella zona del cervello responsabile dell'attività senso motoria, e il linguaggio stesso fa parte di questa attività." (Arzarello & Robutti 2009, p. 245).
Arzarello (2006) ha introdotto il concetto di *spazio APC*, ovvero "Spazio di azione, produzione e comunicazione" con il quale considera "l'insieme di segni usati dagli studenti quando interagiscono in modo sociale per fare matematica." (Arzarello & Robutti, 2009, p. 248) Gli allievi lavorano in una modalità laboratoriale, potendo apprendere in modo percettivo-motorio, senza comunque dimenticare l'uso di simboli, i quali restano sempre importanti nelle attività matematiche (Arzarello & Robutti, 2009). Nello *spazio APC* anche il docente ha un ruolo, in quanto agisce come *coordinatore* e *moderatore* durante le discussioni o le attività a piccolo e grande gruppo (Arzarello & Robutti, 2009). Il docente arricchisce le produzioni degli allievi rilanciando la problematica, ponendo una domanda chiave o aggiungendo un termine tecnico, ma senza dare risposte già confezionate (Arzarello & Robutti, 2009). Come detto in precedenza, lo scopo finale del docente è quello di aiutare gli studenti a mettere in relazione i significati individuali con i significati della cultura scientifica. In questo caso

il passaggio è favorito grazie a delle attività di tipo pratico, che permettono un approccio *multimodale* in cui mente e corpo non sono disgiunti ma *embodied* (Arzarello & Robutti, 2009).

Per concludere, dalle ricerche Arzarello & Robutti (2009) affermano che "tutti i segni (parole, gesti, azioni su strumenti, ecc.) presenti nell'attività di classe […] sono importanti per la costruzione di significati" (p. 259). L'artefatto permette dunque agli allievi di manipolare, di generare dei gesti, da abbinare anche al linguaggio e all'interazione con compagni e con il docente per costruire dei significati matematici, garantendo un apprendimento *multimodale*.

2.6 Gli artefatti concreti e l'apporto di Emma Castelnuovo

Dopo aver definito meglio che cosa si intende con artefatto cognitivo e aver spiegato come deve essere introdotto in classe, è il momento di spiegare quali sono i vantaggi che possono spingere un docente a preferire un *artefatto primario* piuttosto che un *artefatto secondario*.

A complemento degli approcci didattici esposti in precedenza, desidero riportare una frase scritta da Castelnuovo (1963) nella quale si legge "Pestalozzi aveva detto che le descrizioni devono precedere le definizioni […]" (p. 66). Anche da questa frase emerge chiaramente il bisogno che ha l'allievo di produrre anzitutto dei significati individuali prima di passare a quelli matematici. In aggiunta a ciò, Emma Castelnuovo (1963) scrive che "se un concetto è chiaro per me, ciò non significa che, con le parole, io lo possa rendere chiaro a te" (p. 66). Per cui anche la definizione esposta nel più chiaro dei modi può non essere accessibile all'allievo. Va inoltre tenuto presente che un bambino possiede già delle preconoscenze rispetto agli argomenti matematici trattati in classe, magari legate ad esperienze personali o ai significati del linguaggio comune. Queste non possono essere semplicemente *sovrascritte* da una definizione fornita, ma vanno riprese, messe in discussione e completate (Castelnuovo, 1963).

Se dunque è chiaro che un docente, per essere didatticamente efficace, non può portare subito delle definizioni matematiche in classe, ora si tratta di capire quali artefatti fornire agli allievi per permettere loro di iniziare a produrre delle descrizioni.

A questo proposito Castelnuovo (1963) dice che:

> è opportuno, anche, ricorrere a una base concreta, materiale, che è molto più espressiva di un disegno perché ad essa si può dare un carattere di mobilità. È noto infatti che un oggetto mobile attira l'attenzione del bambino molto di più di un oggetto fisso, statico. (p. 70)

L'autrice sostiene che i ragazzi solo dagli undici ai quattordici anni iniziano ad avere la mente pronta per astrarre, perciò, per gli allievi più piccoli parla di *geometria intuitiva* il cui scopo è quello di "dare

radici naturali agli assiomi", ovvero "sviluppare […] a partire dal concreto, concetti e proprietà geometriche" (Castelnuovo, 1963, p. 83). Nella sua opera, Emma Castelnuovo riporta vari esempi concreti, come l'uso di pezzi del *Meccano* per scoprire le proprietà dei quadrilateri. Per individuare tali proprietà l'osservazione non è efficace quanto la manipolazione, poiché l'allievo, potendo muovere le componenti dell'artefatto ha la possibilità di trasformare ad esempio quello che in origine era un quadrato in un'infinita varietà di rombi. Così scopre non solo che il quadrato è un caso particolare di rombo, ma anche che a parità di perimetro, le diagonali e l'area della figura possono mutare (Castelnuovo, 1963). Seguendo questo approccio, in cui l'allievo "caratterizza la figura geometrica all'interno di una classe di altre", egli la arriva a definire "senza che nessun concetto gli venga imposto dall'alto" (Castelnuovo, 1963, p. 84). Riassumendo, questa operazione di *sintesi induttiva* permette di riunire, attraverso "un certo numero di esperienze, […] una o alcune proprietà comuni, […] che non variano, e altri elementi che invece variano secondo una data legge" (Castelnuovo, 1963, p. 85).

In conclusione elenco i validi riferimenti che Castelnuovo (1963) ci lascia rispetto all'utilizzo e alla scelta degli artefatti nella didattica della matematica:

- l'allievo deve poter *operare* con l'artefatto,
- per permettere ciò l'artefatto deve *avere un carattere mobile,*
- l'artefatto deve essere *trasformabile per continuità* (in modo da generare infiniti casi, tra cui quelli limite),
- l'artefatto dovrebbe essere *costruito*, in modo da poter "arrivare al complesso attraverso l'elemento" e cogliere le varie parti che lo compongono (p. 87),
- l'artefatto deve permettere all'allievo di fare dei *tentativi*.

Da queste linee guida risulta dunque chiaro come gli artefatti primari siano quelli più adatti ad essere portati in classe per poter iniziare a costruire dei significati che traghetteranno l'allievo verso il sapere matematico.

2.7 Gli artefatti tecnologici

Data la chiusura degli edifici scolastici a causa della situazione sanitaria creatasi, ho deciso di implementare un artefatto tecnologico da utilizzare in modo complementare agli altri. Come per gli altri artefatti, la sua importanza sta nell'avvicinare l'allievo ad un sistema teorico. Nel caso di un artefatto tecnologico, Balbo (2017) spiega che:

> le immagini visualizzate sul computer fanno parte di un *micromondo* (Balacheff & Kaput, 1996) che simula le leggi del mondo teorico e logico. Per *micromondo* si intende un dominio fenomenologico in cui una persona può entrare in relazione con degli oggetti e manipolarli seguendo un sistema formale specifico. (p. 13)

Grazie al *dragging* e alle retroazioni del software, per tentativi ed errori, il bambino può mettere in gioco quello che ha appreso e concettualizzato sui quadrilateri (coppie di lati paralleli, lati congruenti, ecc.). Nel caso specifico dell'artefatto utilizzato, *GeoGebra*, quando il bambino ottiene un quadrilatero particolare, sullo schermo compaiono le caratteristiche di quest'ultimo. In questo modo l'allievo può autoregolarsi e riflettere su come muovere i vertici della figura per ottenere un *caso particolare*. Procedendo in questo modo, il bambino è proprio confrontato con i significati matematici insiti nell'artefatto.
Per concludere, negli artefatti tecnologici si ritrovano, talvolta amplificate, tutte le caratteristiche evidenziate da Emma Castelnuovo come produttive per gli artefatti concreti (cfr. par. 2.6).

2.8 Dal Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese

Quanto descritto nei paragrafi precedenti trova conferma e applicazione anche nel Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese. In allegato sono presentati i relativi riferimenti (cfr. allegato 1).

2.9 Interrogativi di ricerca

La domanda di ricerca principale a cui il presente lavoro intende rispondere è:

> *in che modo artefatti complementari, combinati assieme in un percorso di insegnamento-apprendimento, contribuiscono alla costruzione di significati geometrici e, in particolare, a concettualizzare una classificazione inclusiva dei quadrilateri in una pluriclasse di secondo ciclo?*

A questa domanda è associata una sotto-domanda più specifica, ovvero:

> *quali significati personali, inerenti la geometria del piano e legati ai diversi artefatti proposti, sono elaborati dagli allievi durante il percorso?*

Questi interrogativi di ricerca mirano a evidenziare l'utilità di un uso combinato di più artefatti complementari tra loro, rispetto la scoperta, la comprensione e la conoscenza di alcuni significati geometrici e nel caso specifico sulla classificazione dei quadrilateri.

2.9.1 *Ipotesi*

La mia ipotesi di risposta agli interrogativi di ricerca è che l'uso complementare di vari artefatti nell'apprendimento della classificazione dei quadrilateri permetta una costruzione dei saperi più solida e flessibile, sia nel breve, sia nel medio termine, la quale tenga conto dei casi particolari delle varie figure. Posso ipotizzare ciò, in quanto alcuni tra gli artefatti che intendo proporre durante il percorso hanno un carattere mobile e dinamico. È proprio l'importanza di questa caratteristica, evidenziata anche da Castelnuovo (1963) (cfr. par. 2.6), che permetterà ai bambini di scoprire i casi particolari delle figure, come ad esempio il rettangolo.

3 Quadro metodologico

3.1 Metodologia di ricerca e strumenti per l'analisi degli interventi

Per rispondere alla domanda di ricerca ho progettato e proposto un percorso in cui i bambini potessero avere un ruolo attivo all'interno di attività di tipo laboratoriale. L'analisi dei dati raccolti è stata principalmente di tipo qualitativo. In alcuni casi ho svolto anche un'indagine di tipo quantitativo, in particolare quando ho considerato il numero di allievi (sul totale della classe o, nella seconda fase del lavoro, sul totale delle cinque allieve del campione di riferimento) che manifestava un dato comportamento o che risolveva correttamente un esercizio.

3.1.1 *Campione di riferimento*

Come detto in precedenza la classe si compone di 14 allievi, 8 di quarta e 6 di quinta. All'interno della classe vi sono bambini che presentano alcune difficoltà di comprensione della lingua. Tra questi vi è un'alunna che è arrivata a gennaio dalla Spagna. Di questi allievi va tenuto in considerazione il loro lessico un po' limitato, il quale influisce sulle loro capacità di esprimersi in modo preciso. Il ritmo della classe generalmente è piuttosto lento, tuttavia gli alunni sono motivati e lavorano volentieri, in particolare in attività di tipo laboratoriale.

Nella prima fase dell'indagine ho osservato l'intera classe. Per un'osservazione più mirata sull'uso degli artefatti e la costruzione dei significati che questi permettono, durante le attività svolte a distanza ho scelto come campione cinque allieve di quinta. Con il gruppo di quarta ho invece proposto delle attività di consolidamento su quanto svolto in classe fino a quel momento, rinunciando dunque, per ora, alla classificazione dei quadrilateri e alla scoperta delle loro proprietà.

Evidentemente, dato il campione statisticamente non significativo scelto per questo lavoro di diploma, non è possibile generalizzare i risultati.

3.1.2 *Strumenti e modalità di raccolta dati*

1. Le videoregistrazioni

Per poter osservare come la classe interagiva con gli artefatti, avevo deciso di registrare le attività più significative del percorso.
Data la situazione sanitaria presentatasi, al momento della chiusura degli edifici scolastici sono riuscito a videoregistrare una sola lezione. Dal filmato ho potuto cogliere i dialoghi degli allievi e la manipolazione degli artefatti. Questi mi hanno permesso di identificare ed evidenziare i significati elaborati partendo dall'interazione con gli artefatti stessi. Per le attività successive ho creato dei gruppi *WhatsApp*, con i quali ho potuto raccogliere i materiali e alcune registrazioni significative contenenti le domande delle allieve e le loro spiegazioni legate all'uso degli artefatti proposti.

2. L'osservazione

Durante il percorso ho utilizzato l'osservazione sistematica della classe e nel periodo in insegnamento a distanza ho monitorato l'evoluzione delle cinque allieve di quinta. Attraverso degli indicatori ho potuto comprendere come, grazie all'uso degli artefatti, al termine dell'attività gli allievi avessero costruito dei nuovi significati. Lo stesso procedimento è stato attuato anche nei momenti di scambio (sia a gruppo, sia individuali), per monitorare come i significati personali fossero evoluti e diventati sempre più matematici e condivisi. Per raccogliere i dati ho usato delle griglie osservative da me completate al termine delle attività. Per ognuna delle lezioni osservate ho ideato degli indicatori più o meno differenti a seconda dei compiti richiesti agli allievi. Qui di seguito, a titolo di esempio, riporto gli indicatori individuati per la seconda attività sui trapezi, durante la quale gli allievi hanno utilizzato un artefatto concreto per realizzare i quadrilateri. Gli altri indicatori utilizzati per analizzare i dati raccolti sono presenti negli allegati (cfr. allegati 9,12,13,14).

Indicatori	Sì	No	Parzialmente
L'allievo colloca correttamente alle varie figure le proprietà proposte in griglia.	3		2
L'allievo riconosce che i triangoli a disposizione hanno delle caratteristiche differenti.	5		
L'allievo riconosce che il quadrilatero di carta ha dei lati paralleli.	5		
L'allievo ha richiesto l'aiuto del docente per costruire i trapezi con i materiali forniti.	5		
L'allievo è in grado di costruire dei quadrilateri con i materiali a disposizione.	5		
L'allievo è in grado di spiegare con parole proprie come ha fatto a realizzare il quadrilatero (o come non ci è riuscito).	2		3
Nella fase di confronto, l'allievo individua che la caratteristica che accomuna tutti i quadrilateri creati non sono solo i quattro lati e quattro vertici, ma anche una coppia di lati paralleli.	5		
L'allievo utilizza già termini geometricamente corretti.	4	1	
Tra l'inizio e la fine dell'attività c'è stata un'evoluzione delle conoscenze del bambino sul trapezio? (confronto domande)	5		

Figura 3 -Esempio di indicatori utilizzati per la prima attività legata ai trapezi

3. Le produzioni degli allievi

Anche attraverso le produzioni degli allievi, come le schede con le domande di riflessione, ho potuto osservare l'evoluzione delle conoscenze e abilità dei bambini.
Con una verifica conclusiva, gli allievi sono stati chiamati a giocare ad un quiz sui quadrilateri con il programma *Kahoot!* Ho potuto così verificare se i significati costruiti durante il percorso fossero stati acquisiti dai bambini. In questo caso ho osservato il loro lavoro attraverso la percentuale di correttezza delle risposte alle domande del quiz e tramite i riscontri forniti con *WhatsApp*. (cfr allegato 15).

3.1.3 *Strumenti e modalità di analisi dei dati*

I dati raccolti sono stati analizzati attraverso delle griglie osservative, come quella esposta qualche riga sopra (cfr. par. 2). Gli interventi più interessanti e significativi delle attività che sono riuscito a raccogliere sono stati riportati all'interno dell'analisi (cfr. 5). Questi segni prodotti dagli allievi mi hanno permesso di raccogliere evidenze circa l'elaborazione di nuovi significati e l'evoluzione degli stessi.

Tengo a precisare che nella prima parte del percorso (fino alla caccia al tesoro) ho fatto un'analisi più generale con l'intero gruppo classe. Dall'attività successiva (cfr. allegato 10), invece, ho condotto uno studio di casi, considerando non più la performance della classe nelle diverse attività (secondo indicatori più macroscopici), ma allievo per allievo, in modo da cogliere l'evoluzione fatta con l'intero percorso proposto con l'insegnamento a distanza (cfr. allegato 4).

4 Parte applicativa

4.1 Obiettivi del percorso

L'obiettivo del percorso proposto era quello di accompagnare gli allievi alla scoperta delle principali proprietà dei quadrilateri e alla relativa classificazione secondo una logica inclusiva e relazionale. L'itinerario prevedeva un carattere fortemente laboratoriale[1]. Gli allievi hanno avuto l'occasione di costruire, tramite la manipolazione dell'artefatto più adatto, i vari significati geometrici prefissati. Per permettere loro di cogliere le proprietà comuni tra i vari quadrilateri è stato importante trattare le figure in modo congiunto, creando delle situazioni che portassero gli allievi a generare dei conflitti cognitivi, anche attraverso il procedimento per tentativi ed errori.
Prima di iniziare con la classificazione dei quadrilateri, è stato trattato il concetto di angolo, scoprendone sia il significato statico, sia il significato dinamico e sono stati ripresi alcuni elementi di base della geometria piana, come i concetti di rette parallele e incidenti e i vari tipi di linee. Questi argomenti, insieme ad una riflessione sulla lingua italiana in relazione ai quantificatori (tutti, alcuni, ecc.) e ad alcuni avverbi (almeno, ecc.), hanno costituito dei prerequisiti *necessari* per affrontare il percorso. Come già segnalato in precedenza ho scelto di basare la classificazione dei quadrilateri sulle proprietà dei lati e degli angoli e non sulle diagonali delle figure. Tale diversa classificazione sarà introdotta in seguito con gli allievi di quinta.

4.2 Descrizione interventi pedagogico-didattici

Il percorso si è svolto a partire dal mese di febbraio e si è concluso ad inizio aprile. Generalmente l'itinerario ha occupato la griglia settimanale con attività dalle due alle quattro unità didattiche. Complessivamente, per il lavoro di ricerca, sono state considerate dodici attività. Esse hanno coinvolto in modo complementare sia artefatti concreti che tecnologici.

[1] Vista la situazione presentatasi a causa del COVID-19, la dimensione laboratoriale è venuta inevitabilmente a ridursi, soprattutto per quel che concerne le interazioni sociali (cfr. par. 2.4.1).

Per ragioni di limitazione dei caratteri si rimanda alla lettura in allegato della tabella che riassume gli interventi proposti agli allievi. Essa mostra anche la loro rilevanza dal punto di vista della ricerca (cfr. allegato 2). Sempre in allegato sono presenti l'articolazione operativa completa del percorso originale (cfr. allegato 3) e quella del percorso svolto in modalità a distanza (cfr. allegato 4).

5 Analisi dei dati e risultati

5.1 Prima parte della sperimentazione

La prova in entrata aveva lo scopo di raccogliere le concezioni e le preconoscenze degli allievi sul tema. Da essa emerge che tutti gli alunni concordano con il fatto che tutte le figure proposte possiedano quattro lati. Tutti hanno anche riconosciuto sia i quadrati sia i rettangoli. Nel caso dei quadrati hanno anche riconosciuto che la figura è composta da quattro angoli retti. Sette allievi hanno nominato correttamente i trapezi, i quali, da altri compagni, sono stati chiamati "pentagoni" o "parallelepipedi rettangoli". Tutti hanno individuato i quattro lati e i quattro vertici, ma nessuno ha menzionato i lati paralleli. Nessun bambino ha riconosciuto i parallelogrammi, che sono stati chiamati "rettangoli deformati", "trapezi" o addirittura "triangoli". Diversi alunni hanno riconosciuto i rombi, ma poi nella messa in comune conclusiva non è stato trovato il pieno accordo della classe sul nome.
Per alcune figure, come i rettangoli, è interessante notare che alcuni bambini abbiano già effettuato dei confronti con altri quadrilateri; infatti in un paio di biglietti si legge che "i rettangoli sono come i quadrati, ma hanno i lati più lunghi" (cfr. allegato 5).
Nel corso della prova in entrata molti allievi si sono soffermati sui vertici delle figure. Probabilmente ciò è dovuto anche al fatto che avevamo terminato di recente il percorso sugli angoli.

Durante l'attività introduttiva della seconda lezione, in cui abbiamo svolto il gioco di abbinare i nomi alle rispettive immagini delle figure piane, ho potuto cogliere delle osservazioni interessanti da parte di due allievi di quarta. La prima ha detto "ma il rombo e il parallelogramma si assomigliano", mentre il secondo allievo ha notato che "anche il rettangolo ha i lati paralleli come il parallelogramma, però nel suo nome non c'è la parola *parallelo*".

Nella terza lezione ci siamo occupati di separare i quadrilateri dalle altre figure piane. Analizzando il filmato della lezione, durante la messa in comune conclusiva è stato interessante osservare un'allieva di quarta che utilizzava le mani per raffigurare nell'aria un quadrato e un rombo. Questo mi permette di collegarmi con la teoria *dell'embodiment*, in cui si afferma l'importanza dell'uso del corpo nella costruzione del sapere (cfr. par. 2.5). La stessa alunna ha detto "il quadrato ha quattro lati, come il rombo, quella figura che assomiglia un po' ad un diamante." Da questa sua frase si può notare come la stessa abbia utilizzato sia termini matematici precisi come *lati*, *quadrato*, *rombo*, ma anche termini personali come il paragone con il diamante. Riprendendo E. Castelnuovo, e prima di lei, J. H.

Pestalozzi, si può affermare che nel suo caso è molto calzante l'esortazione secondo cui "le descrizioni devono precedere le definizioni" (cfr. par. 2.6).
Dalla videoregistrazione ho potuto cogliere anche un altro aspetto interessante da parte dell'allieva di quinta arrivata dalla Spagna: lei ha richiamato l'artefatto, indicandolo, per mostrarci quale figura fosse il pentagono. L'artefatto è servito dunque anche come strumento per comunicare alla classe una caratteristica della figura.

Nella quarta attività gli artefatti hanno permesso agli allievi di raggiungere l'obiettivo della lezione. Attraverso le indicazioni fornite sulle schede di lavoro (cfr. allegato 8) gli allievi si sono appropriati degli schemi d'uso per usare i rispettivi artefatti.

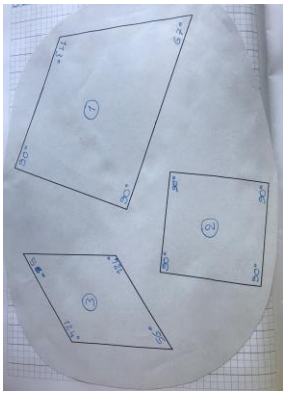


Figura 5 - Prodotti degli allievi di 5a

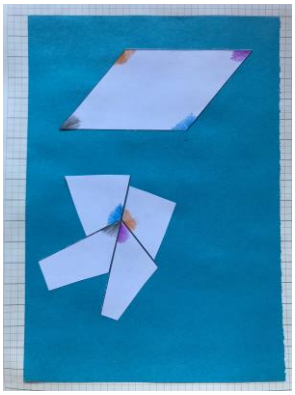


Figura 4 - Prodotti degli allievi di 4a

A questo punto, lo strumento (cfr. par. 2.3) ha permesso agli allievi di quinta di misurare l'ampiezza degli angoli dei quadrilateri forniti. Seguendo le fasi del ciclo didattico (cfr. 2.4.1), siamo passati dalla produzione di segni individuali all'elaborazione di segni condivisi, grazie alle due messe in comune fatte. Se inizialmente, mentre mi spostavo tra i vari banchi, due allievi di quarta mi hanno detto "abbiamo ottenuto un cerchio", riferendosi ai vertici colorati (cfr. Figura 4), al termine dell'attività, con la collaborazione di tutti siamo riusciti ad istituzionalizzare una frase utilizzando i termini corretti. Per arrivare a questo risultato è stato essenziale l'uso combinato dei due artefatti: quello usato dalla quarta ha permesso alla quinta di generalizzare il risultato come "angolo giro", in quanto con le misure alcuni risultati ottenuti non erano esattamente 360°. Al contrario, l'artefatto degli alunni di quinta è servito ai compagni di quarta per precisare il lessico e comprendere che "il cerchio" descritto inizialmente era "un angolo giro". Dalle situazioni risolte successivamente con successo dai bambini (cfr. allegato 8) ho potuto constatare che i due artefatti gli hanno permesso di costruire il sapere matematico da me preventivato; dunque si è manifestato il significato matematico *incorporato* (cfr. par. 2.2.1).

Infine, con la quinta attività, dopo la caccia al tesoro, 7 allievi su un totale di 10, attraverso la manipolazione della tavolozza geometrica (cfr. Figura 6), hanno sperimentato dei possibili schemi d'uso per la costruzione di quadrilateri (cfr. allegato 9 e par. 2.3). Interessante notare che in questo caso l'allievo ha individuato e rappresentato una diagonale del quadrilatero verbalizzandomi "questa linea divide il trapezio in due triangoli".

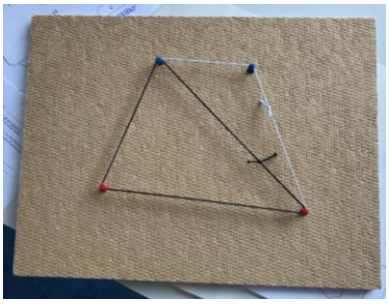


Figura 6 - Esempio di tavolozza con un trapezio costruito da un allievo di quarta

5.2 Seconda parte: studio dei casi

Per ragioni di spazio, di seguito riporto l'analisi delle produzioni di due allieve con un profilo eterogeneo tra loro. Attraverso l'analisi delle produzioni delle altre tre allieve del campione (cfr. allegati 16, 17, 18) ho osservato che anche nel loro caso, pur con delle differenze personali, è possibile riscontrare un'evoluzione positiva analoga a quella delle prime due compagne.

5.2.1 *Lucia*[2]

Come si può notare (cfr. allegato 10), già nella prova in entrata l'allieva dimostra di riconoscere la proprietà che accomuna tutti i quadrilateri della raccolta di sinistra ed usa dei termini già condivisibili socialmente. Se si osserva con più attenzione, si intravvedono però delle cancellature sotto la frase scritta. Mosso dal dubbio, ho chiesto alla bambina se avesse modificato la frase al termine del percorso, ma lei mi ha risposto che ha fatto la modifica prima di iniziare l'attività successiva, dicendo che inizialmente non aveva colto la proprietà, ma che poi se ne era accorta.

Con la seconda attività si nota (cfr. allegato 11) che l'allieva utilizza dei termini geometricamente coerenti per descrivere la proprietà che accomuna tutti i trapezi, ma in modo improprio. Essi, infatti, possiedono due lati paralleli e non sempre "hanno due lati uguali". Questa produzione testimonia che le sue conoscenze sono ancora in costruzione e può essere interpretata in due modi differenti: "uguali" inteso come congruenti, oppure "uguali" come termine meno preciso per intendere paralleli. Personalmente propendo per la seconda ipotesi, in quanto sia nell'attività precedente, sia nell'ultima risposta di questa attività, la bambina usa il termine corretto.
Come nel caso di Giada (cfr. allegato 16), la bambina ha avuto bisogno dell'interazione con il docente per acquisire gli schemi d'uso per utilizzare l'artefatto. L'allieva, tramite *WhatsApp,* mi ha detto che non riusciva a costruire dei quadrilateri. Allora, attraverso un filmato, le ho fornito un esempio, proponendole di sovrapporre i due pezzi dell'artefatto. In questo caso, quindi, l'interazione con il docente le ha permesso di acquisire gli adeguati schemi d'uso dell'artefatto e risolvere l'attività con successo, riconoscendo la differenza tra il quadrilatero generico e i tre trapezi da lei costruiti.
Al termine dell'attività, l'allieva utilizza nuovamente termini geometricamente corretti, socialmente condivisibili; interessante inoltre notare come utilizzi spontaneamente già in questa attività l'avverbio *almeno*.

Nella terza attività, anch'essa risolta con successo dall'alunna, si osserva che, come nel caso della compagna (cfr. allegato 16), non focalizzi la sua attenzione sulla parola *almeno*. Trovo però rilevante il paragone fatto dalla bambina per spiegare il concetto di parallelismo, scegliendo di richiamare gli sci (che sono una sua passione). Anche in questo caso riecheggia l'indicazione secondo cui "la descrizione debba precedere la definizione" (cfr. par. 2.6). Questa spiegazione sarà sicuramente

[2] I nomi utilizzati nel documento sono di fantasia.

funzionale per l'allieva e dimostra che lei ha ricostruito internamente il concetto di parallelismo (Vygotskij) (cfr. par. 2.3).

A partire dalla quarta attività, Lucia inizia a cogliere l'inclusività della classificazione dei quadrilateri. Ciò lo si può comprendere da due risposte: quando scrive che il rettangolo "è un trapezio rettangolo e anche un parallelogramma" e quando afferma che rettangolo e parallelogramma possono essere chiamati trapezi perché "hanno *almeno* due lati paralleli" (cfr. allegato 13).

Nell'ultima attività (cfr. allegato 14) si nota ancora meglio che l'allieva ha compreso la logica inclusiva sottesa alla classificazione dei quadrilateri, perché ha risposto in modo corretto a tutte le consegne. Inoltre ha anche precisato accanto alle risposte del quiz che "il rettangolo è un po' più ricco di proprietà del trapezio, ma non del quadrato", oppure che "il rettangolo è un parallelogramma più ricco di proprietà, ma non è il più ricco". Infine, nell'ultima domanda afferma con termini geometricamente corretti e socialmente condivisibili che i quadrilateri della prova d'entrata (cfr. allegato 10) "hanno tutti *almeno* una coppia di lati paralleli".

Infine, nel quiz svolto al rientro dalle vacanze pasquali, l'allieva ha risposto alle domande con un'accuratezza del 93% (cfr. Figura 56). Questo dato conferma l'evoluzione avuta dall'allieva con il percorso svolto.

5.2.2 *Valentina*

In questo caso, si nota dalla prova d'entrata che l'allieva non ha concentrato la sua osservazione sulla proprietà dei lati, ma si è concentrata ad analizzare gli angoli (cfr. allegato 10). Inoltre si può leggere che secondo lei la proprietà misteriosa della raccolta di sinistra è che "si formano due triangoli se divido il quadrilatero lungo la sua diagonale". Questa proprietà è però valida anche per la raccolta di destra.

Passando all'attività successiva (cfr. allegato 11), si può notare che l'allieva descrive in prima battuta tutti i trapezi come figure con "due lati paralleli tra loro e uno perpendicolare ad essi", come se tutti avessero sempre almeno due angoli retti. Essa riesce a collocare correttamente le proprietà alle figure geometriche che compongono l'artefatto, anche se, paradossalmente, non coglie l'angolo retto nel triangolo rosso. Dalla sua produzione si può notare che non ha utilizzato gli schemi d'uso dell'artefatto da me preventivati, ovvero sovrapporre il triangolo e il rettangolo forniti, ma ha dato

spazio alla creatività, ad esempio ritagliando alcune delle figure assegnate per affiancarle e crearne di nuove.

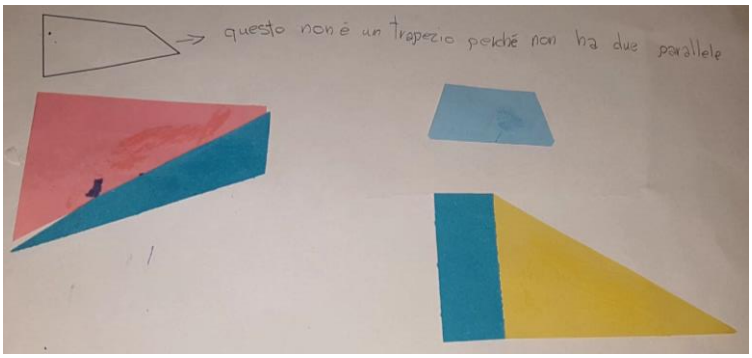


Figura 7 - Trapezi realizzati dall'allieva 3 con i propri schemi d'uso

La bambina è riuscita comunque a costruire dei trapezi e a cogliere la differenza con il quadrilatero generico. A tal proposito ho già rilevato un'evoluzione rispetto all'attività precedente, perché se prima richiamava molte proprietà, ora ha concentrato la sua attenzione sui lati paralleli, tralasciando il resto. Ciò può essere attribuito alla mia scelta di proporre un artefatto adeguato a evidenziare questa caratteristica distintiva dei trapezi, rispetto ad un artefatto meno vincolante (cfr. par. 2.4). Per esprimersi, l'alunna utilizza un lessico ancora personale, definendo la coppia di lati paralleli "le parallele". Interessante notare che la bambina utilizza già il quantificatore *almeno*.

Con la terza attività (cfr. allegato 12), si nota che l'allieva utilizza ancora dei segni personali per descrivere la caratteristica del trapezio. Nel compito le coppie di lati paralleli sono state individuate correttamente, tuttavia l'allieva risponde negativamente alla domanda di poter chiamare trapezi anche i parallelogrammi, dato che questi ultimi "hanno i lati paralleli a due a due" a differenza dei primi. La risposta successiva è risultata piuttosto contraddittoria con quanto espresso fino a quel momento, ma tuttavia in linea con l'obiettivo del percorso. L'alunna afferma che tutte le figure vistate si possono chiamare trapezi, "perché hanno almeno due parallele".

Nell'attività con l'artefatto tecnologico ho osservato un ulteriore progresso nell'allieva. Essa riconosce le caratteristiche delle figure che costruisce con l'artefatto e le descrive con termini ancora propri, ma via via più corretti dal punto di vista geometrico (cfr. allegato 13). Con l'ultima risposta posso dedurre che l'allieva ha iniziato a cogliere l'inclusività delle proprietà dei quadrilateri, in quanto afferma che i rettangoli e i parallelogrammi si possono chiamare trapezi "perché hanno *almeno due lati paralleli*". La bambina aggiunge anche che i lati "sono della stessa lunghezza", ma questa proprietà non è sempre valida per tutti i trapezi.

Nell'ultima attività, sebbene con alcune difficoltà in più rispetto a Lucia, l'allieva coglie l'inclusività delle proprietà dei quadrilateri, perché individua le figure più ricche e più povere di proprietà (cfr. allegato 14). Per stimolare la sua riflessione sulle domande a cui non ha risposto correttamente, le ho inviato dei messaggi vocali, dandole delle indicazioni come "prova a misurare i lati del rettangolo e a controllare se sono tutti della stessa lunghezza come quelli del quadrato", oppure "controlla se il trapezio e il quadrato hanno esattamente gli stessi cerchietti colorati, perché se così non fosse noi non possiamo dire che il trapezio è anche un quadrato".
Rispetto alla compagna, in questo caso emerge in modo ancora più rilevante l'importanza delle fasi di confronto presenti nel ciclo didattico, di modo che gli allievi siano stimolati a riflettere sui segni prodotti individualmente (cfr. par. 2.4.1).

Infine, con il quiz svolto online in versione semplificata, l'allieva ha risposto alle domande con un'accuratezza del 91%, testimoniando la sua grande evoluzione con il percorso svolto (cfr. Figura 57.)

6 Conclusioni

6.1 Risposta interrogativi di ricerca e confronto con il quadro teorico

Di seguito riporto la mia domanda di ricerca principale:

in che modo artefatti complementari, combinati assieme in un percorso di insegnamento-apprendimento, contribuiscono alla costruzione di significati geometrici e, in particolare, a concettualizzare una classificazione inclusiva dei quadrilateri in una pluriclasse di secondo ciclo?

Per rispondere a questa domanda, richiamo il secondo interrogativo di ricerca posto: *quali significati personali, inerenti la geometria del piano e legati ai diversi artefatti proposti, sono elaborati dagli allievi durante il percorso?*

Con il mio lavoro di ricerca ho potuto osservare un'evoluzione nella produzione di segni personali da parte degli allievi per le diverse tematiche affrontate. In tale evoluzione è riscontrabile il ruolo giocato dai diversi artefatti utilizzati e la loro rispettiva complementarietà.

i. Denominare i vari quadrilateri

Osservando la prima prova in entrata con raccolta concezioni (cfr. allegato 5) si nota che gli allievi chiamavano alcuni quadrilateri con nomi inventati da loro, come "rettangolo deformato" per i trapezi o "quadrati girati" per i rombi. Queste denominazioni spontanee sono interessanti perché mi permettono di notare che i bambini riconoscono già delle relazioni tra i vari quadrilateri. Osservando le produzioni successive, si nota poi come gli allievi denominino correttamente le differenti figure geometriche, come ad esempio nella verifica formativa fatta prima della caccia al tesoro (cfr. allegato 9).

ii. Riconoscere il parallelismo dei lati dei trapezi

Come esposto nel capitolo precedente (cfr. par. 5.2), ho notato che nella seconda prova in entrata e nell'attività subito successiva le allieve di quinta hanno utilizzato termini geometricamente coerenti, ma poco precisi, come "hanno due lati uguali", oppure non sono riuscite ad individuare la proprietà distintiva dei trapezi. I significati sono evoluti grazie alla scelta degli artefatti utilizzati nelle attività successive, i quali rispettavano le caratteristiche di dinamicità evidenziate da Castelnuovo (cfr. par. 2.6). Per costruire i trapezi ho scelto un artefatto concreto e manipolabile che aveva però i lati paralleli fissi, in modo che gli allievi li vedessero più facilmente come *costante* dei loro prodotti. Con l'uso di questo artefatto ho anche riscontrato l'importanza dell'approccio strumentale di Rabardel (cfr. par. 2.3). È fondamentale concordare insieme agli allievi o fornire loro gli schemi d'uso per poter operare

con gli artefatti, perché altrimenti questi restano inaccessibili e non permettono la mediazione semiotica (cfr. par. 2.4). A differenza dell'artefatto tecnologico, non ho spiegato ai bambini come utilizzare i materiali ricevuti per costruire dei trapezi. Se fossimo stati in classe, attraverso l'interazione, gli allievi si sarebbero potuti appropriare di tali schemi; in questo caso, ho interagito con loro attraverso il gruppo *WhatsApp*. Per portare i bambini alla costruzione di segni matematicamente coerenti e socialmente condivisi non è stato sufficiente l'uso degli artefatti, ma a questi sono state abbinate delle domande di riflessione, come nel caso del confronto con il quadrilatero generico dopo la costruzione dei trapezi (cfr. allegato 11). Vista la situazione che ha imposto l'insegnamento a distanza, queste domande di riflessione, insieme all'uso dei gruppi *WhatsApp* per *interagire* con gli allievi, hanno preso il ruolo delle fasi successive alla manipolazione dell'artefatto nel ciclo didattico (cfr. par. 2.4.1).

iii. Cogliere l'inclusività della classificazione dei quadrilateri e dunque comprendere che parallelogramma, rettangolo, rombo e quadrato sono dei trapezi con proprietà supplementari.

Anche per la costruzione di queste conoscenze sono stati centrali gli artefatti utilizzati e le successive fasi di riflessione. In particolare, *GeoGebra*, come esposto nel quadro teorico (cfr. par. 2.7), riprende tutte le caratteristiche evidenziate come produttive da Castelnuovo (cfr. par. 2.6). Attraverso la manipolazione dell'artefatto tecnologico, con il *dragging* i bambini hanno potuto costruire i vari casi particolari di quadrilateri. Una volta creata la figura, sullo schermo apparivano le sue proprietà in modo inclusivo. Dunque, la proprietà che caratterizza il trapezio, la si ritrova anche nel parallelogramma (cfr. Figura 50). Questa inclusività è stata messa poi in evidenza con la quarta attività, dove le allieve hanno usato i cerchietti colorati per identificare e "conteggiare" le relative proprietà delle figure: si poteva notare che il rettangolo, il rombo, ecc. possedevano *anche* lo stesso cerchietto colorato del trapezio.
Al termine del percorso ho osservato in modo più evidente che le allieve di quinta hanno iniziato a cogliere la logica inclusiva che contraddistingue la classificazione dei quadrilateri (cfr. allegato 14). Ad esempio, tutte hanno risposto che "il rettangolo è un parallelogramma un po' più ricco di proprietà", oppure, nel caso di due allieve, che tutte le figure della raccolta della prova in entrata "sono dei trapezi, perché hanno *almeno* due lati paralleli" (cfr. allegato 10).

In conclusione, come osservato in scala ridotta anche con l'attività sulla somma degli angoli interni, dove ho utilizzato due ulteriori artefatti complementari (cfr. Figura 4 – un quadrilatero tagliato in quattro parti e Figura 5 – gli angoli dei quadrilateri misurati con il goniometro), emerge il contributo

di ogni artefatto, usato in modo combinato all'interno di un ciclo didattico (cfr. allegato 8). Le caratteristiche specifiche di ciascuno hanno aiutato gli allievi a elaborare particolari segni personali e, grazie all'interazione tra pari e con l'insegnante, tali significati sono evoluti in segni socialmente condivisi e matematicamente coerenti.

L'ipotesi di ricerca avanzata (cfr. par. 2.9.1), preconizzava anche una costruzione solida e flessibile delle conoscenze sui quadrilateri non solo a breve, ma anche a medio termine. A tal proposito la presente ricerca non ha potuto raccogliere dati sufficienti a suffragare tale ipotesi. Infatti, per attestare e "misurare" ciò, sarebbe stato necessario riprendere quanto scoperto con gli allievi a distanza di qualche tempo e magari in un contesto nuovo, come ad esempio in situazioni matematiche legate al calcolo della superfice di vari quadrilateri. Purtroppo, i tempi limitati a cui sono stato confrontato a causa dell'improvvisa chiusura delle scuole e la riorganizzazione della ricerca che ne è conseguita non lo hanno reso possibile. Tuttavia, attraverso il quiz con *Kahoot!*, svolto subito dopo le vacanze pasquali, ho potuto verificare, attraverso la percentuale di correttezza delle risposte, l'evoluzione fatta dagli allievi con il percorso svolto (cfr. allegato 15).

6.2 Limiti della ricerca

Il limite principale che ho riscontrato nel lavoro di ricerca è stata la mancanza, da un certo punto in poi, dell'interazione e del confronto collettivo con gli allievi a causa della situazione generata dal Covid-19. Come si è potuto osservare dall'analisi di Valentina (cfr. par. 5.2.2**Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.**), è emerso in modo più evidente il bisogno di confrontarsi e riflettere sui segni individuali prodotti. Per stimolare la bambina a fare ciò è stato utile utilizzare il gruppo *WhatsApp*. Questo strumento è stato sfruttato con successo con tutte le allieve del campione, ma non ha comunque potuto sostituire la ricchezza delle discussioni collettive che altrimenti avrebbero contraddistinto il percorso.
Va inoltre detto che con l'insegnamento a distanza gli allievi hanno potuto interagire con i familiari e ciò può aver influito sulla loro evoluzione e sulla produzione di segni geometricamente corretti, falsando così in parte la raccolta dati.

L'insegnamento a distanza ha anche influito sulle modalità di raccolta dei dati. Purtroppo non ho potuto ad esempio videoregistrare gli allievi durante le loro interazioni con gli artefatti. Questo strumento sarebbe stato interessante e più preciso per poi analizzare i processi attivati e i segni artefatto prodotti.
Durante la raccolta dati, ho chiesto ad un'allieva di spiegarmi come avesse fatto per costruire le figure con l'artefatto tecnologico e lei ha verbalizzato che "alcune volte ho fatto a caso, invece altre volte

ho messo i vertici in un modo preciso, ad esempio per formare gli angoli retti e costruire un rettangolo". Attraverso una videoregistrazione avrei potuto dunque raccogliere anche questi dati per rispondere alla mia domanda di ricerca in modo ancora più completo.

Il tempo è stato il terzo limite di questo lavoro di ricerca. Dato che la classe con cui ho svolto il lavoro di diploma all'inizio ha manifestato molte lacune in ambito geometrico, prima di poter iniziare con la classificazione dei quadrilateri, ho dovuto dedicare molto tempo alla costruzione dei prerequisiti necessari per affrontare il tema; ad esempio il concetto di angolo e le sue caratteristiche. Questo, assieme alle altre condizioni temporali dettate dal Covid-19, ha influenzato negativamente nella possibilità di portare a compimento la ricerca secondo quanto preventivato in origine.

6.3 Prospettive di ricerca future

Sicuramente la ricerca potrebbe essere ripresa in futuro al fine di sperimentare in modo integrale il percorso originale pensato per lo svolgimento in classe (cfr. allegato 3). In questo modo si potrebbe analizzare in modo più preciso la produzione dei segni da parte dei bambini durante la loro interazione con gli artefatti e nella fase successiva di discussione collettiva.

Inoltre si potrebbe valutare il potenziale semiotico della *tavolozza geometrica* come artefatto, poiché io purtroppo non ho potuto utilizzarla con gli allievi. Dall'attività di caccia al tesoro, visto che al termine gli allievi erano riusciti ad individuare in modo completamente spontaneo alcuni degli schemi d'uso dello strumento (cfr. allegato 9), sono nate in me aspettative promettenti verso quest'ultimo e mi sarebbe piaciuto molto scoprire come i bambini vi avrebbero interagito. A proposito di tale strumento riprendo anche ciò che avevo esposto nell'introduzione (cfr. capitolo. 1), ovvero l'importanza di non perdere questo patrimonio costruito negli anni, ma piuttosto di recuperarlo e adattarlo alle esigenze e alla didattica attuali.

6.4 Ricadute professionali

Personalmente questo lavoro di tesi mi ha arricchito molto a livello professionale su più aspetti. In primo luogo, ho potuto approfondire l'uso degli artefatti nella didattica della matematica e in particolare della geometria. Ho trovato questo approccio molto efficace, perché ha permesso a tutti gli allievi, dai più competenti ai più fragili, di costruire gli apprendimenti partendo dai propri segni

individuali. "*La descrizione prima della definizione"* (cfr. par. 2.6) è una frase chiave che porterò in classe con me, tenendola seriamente in considerazione nella progettazione dei vari itinerari.
Oltre a ciò, l'uso dei diversi artefatti primari, non solo degli strumenti concreti che gli allievi hanno potuto manipolare, ma anche di quello tecnologico, è stato molto motivante e attraente per loro. In generale, ritengo che questi contribuiscano in maniera significativa a generare gli apprendimenti nei bambini, in quanto, grazie alla loro dimensione *embodied*, permettono anche il coinvolgimento di tutto il corpo durante il processo di costruzione dei significati e sono più stimolanti ai loro occhi. Essi ricorderanno sicuramente con più facilità la tavolozza geometrica che hanno trovato con la caccia al tesoro o quella volta che hanno utilizzato il pc o il tablet per costruire i quadrilateri, piuttosto che una scheda, seppur anch'essa essenziale, tra le tante che già ricevono in classe.
Sicuramente nei prossimi anni, oltre a riproporre questo percorso, utilizzerò gli artefatti in ambito matematico e grazie a questo lavoro ne farò un utilizzo più accorto e consapevole per raggiungere gli obiettivi che mi porrò con le relative classi.

Il lavoro di ricerca mi ha inoltre permesso di crescere rispetto all'osservazione degli allievi e dei loro comportamenti, per monitorare gli apprendimenti e le attività che propongo. In particolare mi sono reso conto dell'importanza e dell'efficacia di far verbalizzare agli alunni ciò che fanno durante il loro lavoro: i segni individuali prodotti dai bambini sono molto importanti per comprendere se essi stanno *ricostruendo internamente* i significati che il docente si è prefissato di sviluppare con la classe. Le loro descrizioni sono poi la base di partenza per poter passare, attraverso il confronto e l'iterazione del ciclo didattico, verso saperi socialmente condivisi e disciplinarmente corretti.

Autocertificazione: 58'661 battute (spazi inclusi).

7 Bibliografia e sitografia

7.1 Bibliografia

Arzarello, F. (2006). Paesaggi matematici e i loro abitanti: percezioni, linguaggi, teorie. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*. vol. 29 A-B, 415-454.

Arzarello, F. & Robutti, O. (2009). Embodiment e multimodalità dell'apprendimento della matematica. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate,* vol. 32 A-B, n°3, 243-268.

Balacheff, N. & Kaput, J. J. (1996). Computer-Based Learing Environments in Mathematics. Bishop, A. J. et al., *International Handbook of mathematics education*. Dordrecht. Netherland: Kluwer Accademic Publishers, 469 – 501.

Balbo, E. (2017). *Dal solido all'infinito, la tassellazione di Jin Akiyama nella scuola elementare* (Tesi di bachelor). Scuola universitaria professionale della Svizzera Italiana (SUPSI), DFA, Locarno, Svizzera.

Banfi, M. (2011). *Gli artefatti cognitivi in geometria, aspetti affettivi e cognitivi in prima media* (Tesi di master). Scuola universitaria professionale della Svizzera Italiana (SUPSI), DFA, Locarno, Svizzera.

Bartolini Bussi, M. G., & Mariotti, M. A. (2009). Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskj. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*. vol. 32 A-B n. 3, 269-294.

Castelnuovo, E. (1963). *Didattica della matematica*. Firenze: La Nuova Italia Editrice.

DECS. (2015). *Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese*. Bellinzona, Svizzera. Disponibile in: http://www.pianodistudio.ch/

Falcade, R. (2017-2018). *Matematica IV: aspetti di apprendimento della matematica*. Documento del corso, SUPSI-DFA, Locarno, Svizzera.

Fandiño Pinilla, M. I., & Sbaragli S. (2011). *Matematica di base per insegnare nella scuola primaria*. Bologna, Italia: Pitagora Editrice.

Ferri, F., Mariotti, M. A., & Bartolini Bussi, M. G. (2005). L'educazione geometrica attraverso l'uso di strumenti: un esperimento didattico. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate, vol. 28*, 161-189.

Hasan, R. (2002). *Semiotic mediation, language and society: three exotropic theories – Vygotsky, Halliday and Bernstein*. Disponibile in: http://www.education.miami.edu/blantonw/mainsite/Componentsfromclmer/Component13/Mediation/SemioticMediation.html Adesso disponibile in: Webster, J. (2005) *Language, Society and Consciousness: The Collected Works of Ruqaiya Hasan* Vol 1, Londra: Equinox.

Lakoff, G., & Núñez, R. (2006). *Da dove viene la matematica: come la mente embodied dà origine alla matematica*. Torino, Italia: Bollati Bornighieri. (Original work published 2000).

Meira, L. & Carraher, D. (1995). *Proceedings of the Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Volume 1*. Recife, Brasile: Atual Editora Ltda.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies – Une approche cognitive des instruments contemporains*. Parigi, Francia: A. Colin.

Vygotskij, L. S. (1978). *Mind in society. The development of higher psychological processes*. Cambridge, Regno Unito: Harvard University Press.

Wartofsky, M. W. (1979). Perception, Representation, and Forms of Action: Towards an Historical Epistemology. In *Models: Representation and the Scientific Understanding* (p. 188-209). Dordrecht: Holland/Boston: MA/London: England: D Reidel Publishing Company.

7.2 Sitografia

Clément, N., Mathamort, Kokorec & Michel (2015). *Quadrilateri*. Disponibile in: http://splashscuola.altervista.org/esercizi/geogebra/5-quadrilaterifrancia01.shtml

8 Allegati

1. Allegato: riferimenti al Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese

Il Piano di studio indica che il bagaglio disciplinare deve essere costruito attraverso l'attività personale e condivisa con gli allievi (DECS, 2015). Possiamo infatti leggere che "il docente deve mediare tra il sapere ingenuo, spontaneo, fatto proprio da ogni singolo allievo e il sapere disciplinare matematico atteso dalla società." (DECS, 2015, p. 139).

In esso si può leggere che va privilegiato l'approccio laboratoriale per favorire uno stretto collegamento tra "il pensare e il fare" (DECS, 2015, p. 140). A proposito di ciò viene ribadita l'importanza di "proporre significativi artefatti utili per l'apprendimento degli allievi." (DECS, 2015, p. 141).

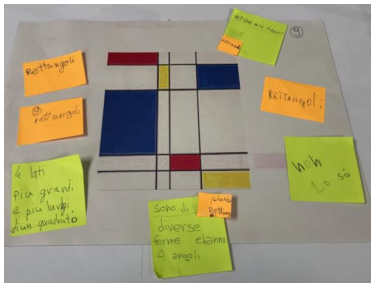
Il traguardo di competenza focus del percorso proposto è: l'allievo "classifica le principali figure in base a caratteristiche geometriche e ne determina misure significative." (DECS, 2015, pag. 148).

Con il percorso l'allievo ha poi l'occasione di sviluppare alcune competenze trasversali, come la comunicazione, il pensiero creativo, la collaborazione e il pensiero critico e riflessivo.

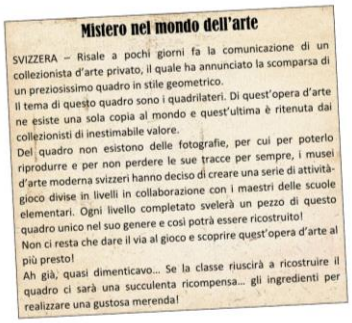
2. Allegato: descrizione degli interventi pedagogico-didattici

i. Prima parte del percorso svolta in classe

Tabella 1 - Descrizione delle attività proposte

Fasi, tempi e allegati	**Descrizione dell'attività**	**Dal punto di vista della domanda di ricerca**
Fase 1 Prova in entrata con raccolta concezioni (2 UD) Cfr allegato 5	In aula sono state appese dodici foto di diversi quadrilateri. I bambini, muniti di post-it di due colori, si sono spostati nell'aula con il compito di scrivere sui foglietti i nomi delle figure che conoscevano ed eventualmente alcune delle loro caratteristiche. Successivamente, i post-it sono stati ripresi nella messa in comune e appesi su di un cartellone diviso in tre colonne in base alle conoscenze dei bambini. Ad esempio se tutta la classe concordava che la figura cinque si chiama quadrato, il post-it veniva collocato nella colonna "tutti d'accordo".	Questa raccolta concezioni è stata fondamentale per comprendere il grado di competenza degli allievi rispetto al tema delle proprietà dei quadrilateri.  Figura 8 - Esempio di cartellone della RC completato con i Post-it scritti dagli allievi

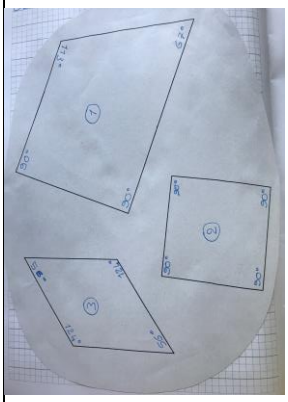
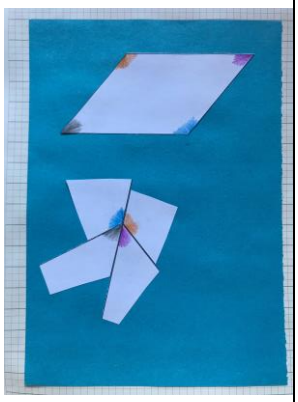
<table>
<tr>
<td>Fase 2
Presentazione dello sfondo motivazionale (1 UD)

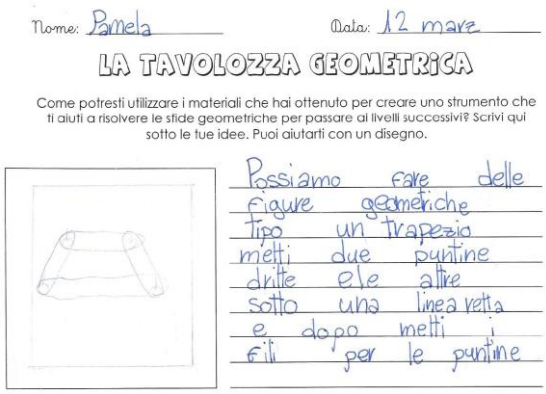
Cfr allegato 6</td>
<td>L'attività è iniziata con un gioco in cui gli allievi dovevano abbinare il nome della figura piana ricevuta alla relativa immagine, scegliendo tra quelle sparse sul pavimento.
Terminata la fase iniziale, ho consegnato ai bambini una scheda con un articolo di giornale, il quale narrava della scomparsa di un quadro e che i musei avevano indetto un concorso per le SE, al fine di riuscire a ricreare una copia del quadro. Per riuscire a ricostruire la copia, gli allievi avrebbero dovuto affrontare delle sfide all'interno di diversi livelli. Una volta ricostruito il quadro, essi avrebbero ottenuto gli ingredienti per realizzare una merenda di classe[3].
Una volta letto l'articolo, gli allievi hanno dovuto risolvere un cruciverba, il quale rivelava un indizio per scoprire il nascondiglio della cornice del quadro.
L'attività si è poi conclusa con il ritrovamento e l'istituzionalizzazione su quaderno dei nomi dei differenti quadrilateri.</td>
<td>Questa attività ha permesso di introdurre il percorso relativo alla ricerca e ha creato la motivazione e l'interesse nei bambini per le attività successive.
 
Mistero nel mondo dell'arte
SVIZZERA – Risale a pochi giorni fa la comunicazione di un collezionista d'arte privato, il quale ha annunciato la scomparsa di un preziosissimo quadro in stile geometrico.
Il tema di questo quadro sono i quadrilateri. Di quest'opera d'arte ne esiste una sola copia al mondo e quest'ultima è ritenuta dai collezionisti di inestimabile valore.
Del quadro non esistono delle fotografie, per cui per poterlo riprodurre e per non perdere le sue tracce per sempre, i musei d'arte moderna svizzeri hanno deciso di creare una serie di attività-gioco divise in livelli in collaborazione con i maestri delle scuole elementari. Ogni livello completato svelerà un pezzo di questo quadro unico nel suo genere e così potrà essere ricostruito!
Non ci resta che dare il via al gioco e scoprire quest'opera d'arte al più presto!
Ah già, quasi dimenticavo... Se la classe riuscirà a ricostruire il quadro ci sarà una succulenta ricompensa... gli ingredienti per realizzare una gustosa merenda!
Figura 9 - Articolo letto insieme per la presentazione dello sfondo motivazionale</td>
</tr>
<tr>
<td>Fase 3
Definire la grande famiglia dei quadrilateri (2UD)

Cfr allegato 7</td>
<td>Questa attività è stata introdotta con una partita al gioco dell'impiccato. Una volta calati i bambini nello sfondo motivazionale dell'attività, ho presentato loro la consegna da svolgere.
La sfida, da risolvere a gruppi eterogenei, consisteva nel ritagliare e dividere in famiglie tutte le figure geometriche piane ricevute. La famiglia da creare era quella dei quadrilateri.
Nella fase conclusiva dell'attività abbiamo discusso su come avessero fatto per decidere quali figure appartenessero alla famiglia dei quadrilateri e quali no. A partire dalle loro osservazioni abbiamo istituzionalizzato su quaderno che cosa sono i quadrilateri.</td>
<td>In questa attività sono state utilizzate come artefatto delle figure geometriche di vario tipo in carta, per permettere ai bambini, attraverso la manipolazione, di comprendere che i quadrilateri possiedono tutti quattro lati e quattro vertici.

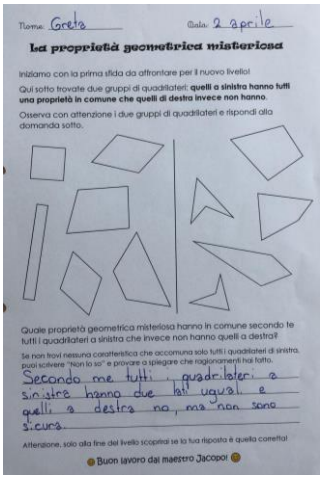
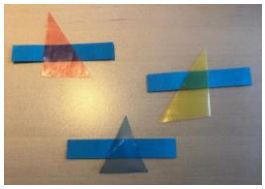
Figura 10 - Gruppo al lavoro per formare le due famiglie di fig. geometriche</td>
</tr>
</table>

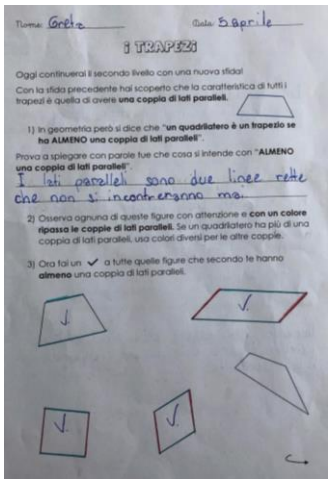
[3] Al momento della scrittura di questo testo, a causa della situazione sanitaria, la conclusione del percorso con la merenda collettiva e la scoperta del quadro completato non è ancora stata realizzata.

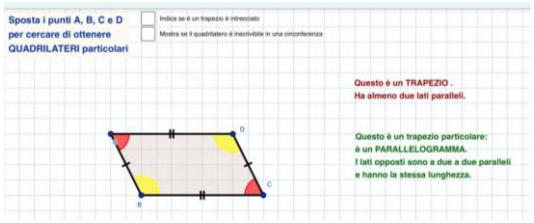
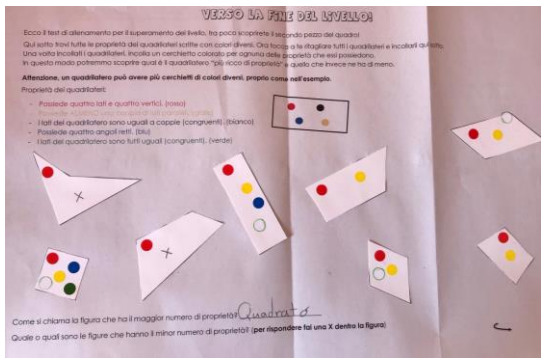
Fase 4 Un segreto da scoprire: la somma degli angoli interni dei quadrilateri (2 UD) Cfr allegato 8	L'attività si è aperta con un gioco alla lavagna per richiamare la scoperta dell'attività precedente. I bambini dovevano separare le "figure intruse" dai quadrilateri. Terminata la parte introduttiva, il gruppo di quarta e il gruppo di quinta hanno lavorato sullo stesso tema, ma seguendo due piste differenti a seconda delle loro competenze. La quinta ha scoperto la somma degli angoli interni dei quadrilateri attraverso la misurazione delle ampiezze degli angoli delle figure, mentre la quarta ha realizzato un artefatto; seguendo le indicazioni fornite su una scheda. Una volta eseguite tutte le consegne e fatta una prima riflessione con i compagni di lavoro, i bambini hanno formato dei gruppi misti e le due classi hanno raccontato il lavoro svolto e la scoperta fatta. Attraverso una messa in comune conclusiva, utilizzando un artefatto più grande, abbiamo poi istituzionalizzato la scoperta fatta dai due gruppi e abbiamo ideato una frase da scrivere sul quaderno insieme ai prodotti dell'attività incollati.  Figura 12 - Prodotto degli allievi di 5a  Figura 11 - Prodotto degli allievi di 4a	In questa attività, il gruppo di quarta ha realizzato un artefatto primario che ha permesso loro di scoprire che la somma degli angoli interni dei quadrilateri è sempre pari a 360°. La quinta, per perseguire lo stesso obiettivo ha utilizzato un altro artefatto primario: il goniometro. Il ciclo didattico è poi proseguito con la produzione di segni individuali sulla scheda di lavoro, con un primo scambio tra il gruppo di quarta e il gruppo di quinta e si è concluso con una discussione collettiva che ha permesso di istituzionalizzare la scoperta, richiamando l'artefatto utilizzato dalla quarta durante il lavoro individuale. Interessante notare come con due piste differenti e dunque con due artefatti complementari, gli allievi sono giunti allo stesso risultato. Inoltre, grazie allo scambio, le allieve di quinta hanno potuto confermare la loro ipotesi, dato che le misure con il goniometro non sempre davano come risultato esattamente 360°.

Fase 5 Caccia al tesoro: alla scoperta delle tavolozze geometriche (2 UD) Cfr allegato 9	Come introduzione all'attività ho proposto agli allievi una breve scheda. Ogni bambino doveva vistare le figure che appartenevano alla famiglia dei quadrilateri e se ne conoscevano il nome lo dovevano scrivere. Nel frattempo, io ho allestito tutte le tappe della caccia al tesoro. Il gioco si è svolto nel cortile della scuola, a gruppi eterogenei; al termine ognuno di loro ha scoperto un pezzo che sarebbe andato a comporre la tavolozza geometrica. Per arrivare a scoprire i pacchetti nascosti, i bambini hanno dovuto rispondere a delle domande legate agli argomenti trattati finora in geometria. Una volta riuniti in un unico gruppo, abbiamo scartato i pacchetti e alcuni allievi hanno formulato oralmente delle ipotesi sull'uso che avremmo potuto fare degli oggetti trovati. Terminata la discussione siamo saliti in classe e ogni allievo ha completato un foglio sul quale spiegava, a parole e con un disegno, come secondo lui avremmo utilizzato i materiali scoperti durante la caccia al tesoro.  Nome: Pamela Data: 12 marz LA TAVOLOZZA GEOMETRICA Come potresti utilizzare i materiali che hai ottenuto per creare uno strumento che ti aiuti a risolvere le sfide geometriche per passare ai livelli successivi? Scrivi qui sotto le tue idee. Puoi aiutarti con un disegno. Possiamo fare delle figure geometriche tipo un trapezio metti due puntine dritte e le altre sotto una linea retta e dopo metti i fili per le puntine Figura 13 - Esempio di scheda con formulazione di ipotesi sul possibile uso della tavolozza	Con quest'attività ho potuto verificare le conoscenze degli allievi rispetto al lavoro fatto finora. Dal punto di vista della ricerca, questo intervento è stato interessante perché ho potuto raccogliere le ipotesi degli allievi rispetto all'uso della tavolozza geometrica. Attraverso la sua manipolazione gli allievi sono riusciti spontaneamente a scoprire uno degli usi che avremmo fatto della tavolozza: costruire dei quadrilateri usando le puntine come vertici.

ii. Seconda parte del percorso svolto a distanza

Fase 6 Inizio del secondo livello. Prova in entrata 30 min. Cfr. allegato 10	Per questa nuova prova in entrata ho proposto agli allievi due gruppi di figure: dei trapezi e dei quadrilateri generici. La consegna chiedeva di formulare un'ipotesi su quale potrebbe essere la proprietà misteriosa che possiede il primo gruppo di quadrilateri che invece il secondo non ha.  Nome: Greta Data: 2 aprile **La proprietà geometrica misteriosa** Iniziamo con la prima sfida da affrontare per il nuovo livello! Qui sotto trovate due gruppi di quadrilateri: **quelli a sinistra hanno tutti una proprietà in comune che quelli di destra invece non hanno.** Osserva con attenzione i due gruppi di quadrilateri e rispondi alla domanda sotto. Quale proprietà geometrica misteriosa hanno in comune secondo te tutti i quadrilateri a sinistra che invece non hanno quelli a destra? Se non trovi nessuna caratteristica che accomuna solo tutti i quadrilateri di sinistra, puoi scrivere "Non lo so" e provare a spiegare che ragionamenti hai fatto. Secondo me tutti i quadrilateri a sinistra hanno due lati uguali e quelli a destra no, ma non sono sicura. Attenzione, solo alla fine del livello scoprirai se la tua risposta è quella corretta! Buon lavoro dal maestro Jacopo! Figura 14 - Esempio di scheda completata da un'allieva	Dal punto di vista de lavoro di ricerca, quest'attività è stata importante per verificare se tra gli allievi ci fosse qualcuno che riconoscesse già la proprietà di avere (almeno) una coppia di lati paralleli. Ciò mi ha permesso di misurare l'evoluzione delle conoscenze e abilità degli allievi con le attività successive.
Fase 7 Comprendere che il trapezio possiede (almeno) una coppia di lati paralleli 1 UD Cfr. allegato 11	In questa attività gli allievi avevano a disposizione tre rettangoli e tre triangoli, di cui uno scaleno, uno isoscele e uno rettangolo. Dopo aver provato ad ipotizzare quale fosse la proprietà che hanno in comune tutti i trapezi, gli allievi hanno analizzato gli artefatti ricevuti, scegliendo le caratteristiche che vi appartenevano scegliendo tra le proposte scritte in un riquadro. Successivamente, con i pezzi hanno dovuto creare tre trapezi. Una volta costruiti, gli allievi hanno dovuto spiegare brevemente ciò che hanno fatto per riuscire a realizzarli o perché non ci sono riusciti. Infine, dopo aver incollato i tre trapezi accanto ad un quadrilatero generico prestampato, gli allievi li hanno messi a confronto e hanno dovuto provare ad individuare quale caratteristica avessero in comune i tre costruiti da loro che invece il quadrilatero generico non possedeva.	In quest'occasione il ruolo dell'artefatto emerge in modo importante, in quanto l'intera attività ruota intorno ad esso. Per permettere agli allievi di scoprire la proprietà che accomuna tutti i trapezi ho scelto un artefatto con delle parti mobili, ma non completamente "libero" come la tavolozza geometrica; infatti il rettangolo offriva già agli allievi la coppia di lati paralleli.  Figura 15- Esempio di trapezi realizzati a casa da un'allieva.

Fase 8 Comprendere che altri quadrilateri sono anch'essi dei trapezi perché possiedono la stessa proprietà 1UD Cfr. allegato 12	L'attività proposta è iniziata con la ripresa della proprietà del trapezio scoperta con l'attività precedente. Dal momento però che con la fase 7 gli allievi potevano vedere solo una coppia di lati paralleli, ho fornito loro la giusta definizione di trapezio e ho chiesto di provare a spiegare che cosa si intendesse con *almeno una coppia di lati paralleli*. Fatto ciò, gli allievi hanno ripassato con dei colori le coppie di lati paralleli che riuscivano ad individuare nei quadrilateri stampati sulla scheda. Infine, gli allievi hanno risposto a tre domande di riflessione legate alla possibilità di chiamare trapezi anche i quadrilateri che possiedono almeno una coppia di lati paralleli più ulteriori proprietà.  Nome: Greta Data: 5 aprile I TRAPEZI Oggi continuerai il secondo livello con una nuova sfida! Con la sfida precedente hai scoperto che la caratteristica di tutti i trapezi è quella di avere **una coppia di lati paralleli**. 1) In geometria però si dice che "**un quadrilatero è un trapezio se ha ALMENO una coppia di lati paralleli**". Prova a spiegare con parole tue che cosa si intende con "**ALMENO una coppia di lati paralleli**": I lati paralleli sono due linee rette che non si incontreranno mai. 2) Osserva ognuna di queste figure con attenzione e **con un colore ripassa le coppie di lati paralleli.** Se un quadrilatero ha più di una coppia di lati paralleli, usa colori diversi per le altre coppie. 3) Ora fai un ✓ a tutte quelle figure che secondo te hanno **almeno** una coppia di lati paralleli. Figura 16 - Esempio di scheda completata da un'allieva	Questa attività ha permesso agli allievi di scoprire che la proprietà di possedere almeno una coppia di lati paralleli è comune anche ad altri quadrilateri. Per questo motivo come artefatto ho scelto delle figure stampate che permettessero agli allievi di osservare chiaramente la differenza tra lati paralleli e lati non paralleli. Inoltre questa attività voleva essere da stimolo per rompere la concezione che ad esempio il parallelogramma non si chiama solo così, ma può essere chiamato anche trapezio, poiché possiede anche la proprietà di quest'ultimo (è un trapezio particolare).

Fase 9 Comprendere che gli altri quadrilateri non sono chiamati semplicemente trapezi, perché hanno delle caratteristiche supplementari 40 min. Cfr. allegato 13	Con questa attività gli allievi hanno avuto l'occasione di lavorare con un artefatto multimediale: il software GeoGebra. Quest'ultimo, riprendendo l'interrogativo esposto con l'attività precedente, ha permesso agli allievi di comprendere che i quadrilateri come i parallelogrammi, i rettangoli ecc. non sono altro che dei trapezi ma con delle proprietà in più. Per questo motivo, al termine dell'attività gli allievi hanno provato a rispondere nuovamente alla domanda di riflessione "Posso chiamare trapezi anche i rettangoli e i parallelogrammi?".  Figura 17 - Esempio di schermata dell'artefatto multimediale	Questa attività è stata molto interessante dal punto di vista della ricerca, perché ho sfruttato un artefatto multimediale che rispettava molte delle caratteristiche esposte da E. Castelnuovo (cfr. par. 2.6). Gli allievi, spostando i vertici del quadrilatero potevano realizzare qualsiasi figura di questa famiglia. Nel caso in cui poi realizzavano un caso particolare, come un rettangolo, sullo schermo apparivano le sue proprietà. Queste sono espresse in modo "cumulativo" dunque il rettangolo possedeva la stessa proprietà del trapezio più quella del parallelogrammo e quella che lo distingue (quattro angoli retti). Ciò ha permesso agli allievi, guidati dalle domande di riflessione, di comprendere che un rettangolo è un caso particolare di trapezio e per questo motivo può essere chiamato appunto anche trapezio.
Fase 10 Fare una prima classificazione dei quadrilateri in base alle loro proprietà. 40 min. Cfr. allegato 14	Con questa attività gli allievi hanno potuto iniziare a costruire una prima classificazione dei quadrilateri mediante l'uso di cerchietti adesivi colorati. Ad ogni colore corrispondeva una differente proprietà dei quadrilateri. Dopo aver classificato le figure in base alle loro proprietà, gli allievi hanno risposto a delle domande di riflessione e a un quiz per riflettere ancora sulle proprietà di queste figure e la loro inclusività.  Figura 18 - Esempio di scheda completata	Questo momento di valutazione formativa mi ha permesso di riflettere sull'evoluzione degli allievi raggiunta fino a questo punto del percorso. La scelta di usare i colori per la classificazione riprende l'attività precedente e mette in evidenza l'inclusività di queste figure geometriche, in quanto la proprietà che caratterizza i trapezi e presente anche nei parallelogrammi, rettangoli, rombi e quadrati.
Fase 12 Quiz conclusivo su Kahoot! 10 min. Cfr. allegato 15	Come momento di valutazione sommativa ho proposto un quiz sul programma Kahoot! che gli allievi hanno svolto a casa. Il quiz era composto da 15 domande nella sua versione integrale e da 11 nella versione semplificata per le allieve più in difficoltà. Le indicazioni per svolgere il quiz le ho rese disponibili tramite un video da me registrato e reso visibile sulla piattaforma YouTube.	Attraverso i punti totalizzati dagli allievi e dalle loro osservazioni ricevute tramite WhatsApp, ho potuto valutare l'apprendimento maturato e le difficoltà ancora presenti.

3. Allegato: articolazione operativa del percorso originale

Raccolta concezioni e prima messa in comune	- In aula sono appese molte raffigurazioni di vari quadrilateri (es. quadri -Klee - Mondrian, oggetti, luoghi, ecc.) - I bambini si spostano tranquillamente in aula ad osservare le varie figure. - Ogni allievo, munito di post-it di due colori diversi, vi scrive il nome o le caratteristiche di una eventuale figura che riconosce. Una volta scritto sul post-it, lo va a posizionare sotto la relativa immagine nella quale ha riconosciuto la figura. - La stessa operazione la può ripetere per tutte le figure piane che riconosce. - Conclusione: cartellone alla lavagna “Ecco che cosa conosce la nostra classe sui quadrilateri”. Ci sono tre colonne (Siamo tutti d’accordo/ci dovremo lavorare/ non tutti siamo d’accordo) dove attraverso una messa in comune collochiamo i Post-it.	SPAZI: - Aula. MODALITÀ: - Collettiva. - Individuale. MATERIALI: - Immagini quadrilateri. - Foglii A3. - Post-it di due colori.	2 UD
Introduzione sfondo motivazionale	- Intro: quiz riconoscimento figure piane. - Svolgimento: lettura di un articolo di giornale che racconta della scomparsa di un preziosissimo quadro in stile geometrico, a tema quadrilateri. → ho deciso di iscrivere la classe a questo gioco e se riusciremo a risolverlo correttamente ci sarà un premio finale: gli ingredienti per realizzare una merenda tutti insieme. Per riuscire a ricostruirlo bisognerà riuscire ad affrontare e risolvere con successo dei livelli ognuno dei quali composto da delle sfide. Ogni livello risolto dà accesso ad un indizio per ricostruire il quadro.	SPAZI: - Aula. MODALITÀ: - Individuale. MATERIALI: - Immagini figure piane. - Articolo di giornale. - Cruciverba. - Cornice quadro.	1 UD

	- Cruciverba: la parola che si scopre rivela il nascondiglio della cornice del quadro. (nomi dei quadrilateri). - Trovare la cornice e posizionarla in aula.		
QUADRILATERI GENERICI I quadrilateri sono delle figure piane composte da una parte di piano delimitata da una spezzata chiusa semplice formata da quattro segmenti.	- Impiccato: primo livello. - Oggi siamo nel primo livello del gioco di ritrovamento del quadro. Dobbiamo scoprire e capire cosa sono i quadrilateri. - Ogni gruppo riceve delle figure geometriche da ritagliare. - Con queste figure dovete prima di tutto riconoscere e dividere i quadrilateri da tutte le altre figure. - Successivamente, una volta divise le due famiglie, potete provare a creare delle famiglie più piccole all'interno dei quadrilateri. - Una volta fatte le famiglie appoggiate le varie figure su di un foglio colorato. (20 min.) - Qual è la caratteristica principale che ci permette di riunire tutte queste figure nella famiglia dei quadrilateri? - Perché possiamo chiamarli quadrilateri? □ poligono con quattro lati e quattro angoli. - Conclusione: istituzionalizzazione su quaderno della definizione di quadrilatero. - Incollare definitivamente le figure sui fogli colorati in modo da creare dei cartelloni. - + Allenamento misurazione ampiezze angoli figure geometriche piane.	SPAZI: - Aula. MODALITÀ: - A gruppi eterogenei. - Collettiva. MATERIALI: - Immagini figure piane. - Fogli colorati. - Quaderni geometria. - Forbici e colla.	2 UD
QUADRILATERI GENERICI La somma degli angoli interni dei quadrilateri è sempre 360°.	- Ripresa: alcuni quadrilateri sono disegnati alla lavagna. I nomi delle figure sono su una finestra della lavagna. I bambini prendono la parola per denominare i quadrilateri raffigurati. - 4a: i bambini ricevono delle figure da ritagliare seguendo le indicazioni. Una volta ritagliate lungo il contorno, segnano gli angoli con le matite colorate. Fatto ciò gli allievi devono tagliare la figura dividendo ogni lato in due parti, senza dividere gli angoli in più parti. Fatto ciò devono riunire gli angoli della figura facendo in modo che essi abbiano il vertice in comune.	SPAZI: - Aula. MODALITÀ: - A coppie. - A piccoli gruppi. - Collettiva. MATERIALI: - Scheda con quadrilateri differenti. - Goniometri.	2 UD

	- 5a: riceve anche lei dei quadrilateri, ai quali deve misurare le ampiezze degli angoli interni e sommarli. - Conclusione: si formano dei gruppi misti di allievi di quarta e quinta dove condividono ciò che hanno scoperto. (i gruppi si formano con delle immagini di quadri geometrici). - Messa in comune: condivisione a gruppo classe di quanto scoperto. - Istituzionalizzazione su quaderno con testo bucato e quadrilatero tagliato da incollare.	- Forbici. - Fogli colorati. - Quaderni geometria. - Immagini quadri. - Gettoni domande. - Testo bucato per istituzionalizzazione. - Quadrilateri per lavagna e relativi nomi.	
Caccia al tesoro per trovare le parti che compongono la tavolozza geometrica.	- Breve quiz scritto per il superamento del primo livello. → avete ottenuto il primo pezzo che compone il quadro. Mostrare il quadro con il primo pezzo incorniciato. - Per affrontare le varie sfide che compongono ogni livello, le quali ci permetteranno di ricostruire il famoso quadro, avremo a disposizione degli strumenti che ci potranno aiutare. Il primo lo scoprirete oggi con una caccia al tesoro. - La caccia al tesoro prevede delle domande sia legate agli angoli, sia alle prime scoperte fatte sui quadrilateri. Ogni domanda prevede la scelta tra più risposte. Ad ogni risposta corrisponde un'indicazione sulla via verso il tesoro. Se il gruppo di allievi sceglie la risposta sbagliata, raggiungerà il luogo sbagliato. - Discussione collettiva a gruppo classe per rivedere le varie domande dei gruppi: se un gruppo aveva sbagliato durante la risoluzione, lo reindirizziamo in modo da poter trovare le parti del primo strumento.	SPAZI: - Aula. MODALITÀ: - A gruppi (3). MATERIALI: - Domande con scelta multipla. - Componenti tavolozze. - Mappe. - Fogli per ipotesi uso tavolozza.	2 UD

	- Conclusione: Formulare delle ipotesi su come potrebbe funzionare la tavolozza e come potrebbe esserci utile. (su foglio → tenere traccia).		
TRAPEZI Attività 1 Comprendere che il trapezio possiede almeno una coppia di lati paralleli.	- Benvenuti nel secondo livello. Ora si inizia a fare sul serio! All'interno della valigia ci sono tutti i materiali per svolgere l'attività. - Consegnare a ogni coppia un ritaglio di plastica colorata trasparente (da mappetta) e una striscia di carta colorata. - Osservare i materiali ricevuti e discuterne collettivamente le proprietà (i pezzi di mappetta sono dei triangoli e le strisce hanno i lati paralleli, sono come dei rettangoli). Sono tutti uguali questi triangoli? Che caratteristiche hanno? → annotare alla lavagna le osservazioni dei bambini. - Insieme al vostro vicino di banco, con il solo materiale che vi ho distribuito dovete costruire dei quadrilateri. 1 - Su di un foglio scrivete come avete fatto a costruirlo (o che non siete riusciti) e quali caratteristiche ha. - Riunirsi in cerchio e mettere al centro i vari quadrilateri che sono stati costruiti. - Chi riesce a trovare qual è la caratteristica che hanno in comune tutti questi quadrilateri. → almeno una coppia di lati paralleli. 3 - Impiccato con nome figura e indizio. Il numero di gettoni che hanno ottenuto durante l'attività corrisponde al numero di lettere che possono chiamare. - Istituzionalizzare la scoperta fatta su quaderno.	SPAZI: - Aula. MODALITÀ: - A coppie. - Collettiva. MATERIALI: - Ritagli di mappetta. - Ritagli carta colorata. - Quaderno geometria.	1.5 UD
TRAPEZI Attività 2 Trovare delle famiglie con i trapezi costruiti.	- Ripresa scoperta attività precedente. - Apertura della valigia per le consegne di oggi (foglio con numero 3 e con immagine famiglia). - Con i trapezi che avete costruito la volta scorsa dovrete provare a dividerli in tre famiglie differenti in base alle loro caratteristiche. (lati, angoli, ecc.) - Discutere collettivamente delle idee che sono sorte e annotarle alla lavagna.	SPAZI: - Aula. MODALITÀ: - A coppie. - Collettiva. MATERIALI: - Ritagli di mappetta.	1 UD

	- In aula sono state nascoste le soluzioni. Ricevete un foglio con tre spazi per scrivere i nomi delle famiglie e incollare l'immagine corretta. Spostavi nell'aula in cerca delle soluzioni, senza far capire ai compagni dove si nascondono. - Istituzionalizzazione: incollare su quaderno la piccola scheda con le tre famiglie di trapezi e annotare le relative caratteristiche.	- Ritagli carta colorata. - Quaderno geometria. - Indizi per aula. - Scheda istituzionalizzazione. - Lavagna.	
TRAPEZI Attività 2 Costruzione di trapezi di diverso tipo con la tavolozza.	- Ripresa: qual è la caratteristica che abbiamo scoperto sul trapezio? → almeno una coppia di lati paralleli e tre famiglie diverse. - Apertura della valigia con i materiali per l'attività. - Oggi dovrete realizzare con la vostra tavolozza geometrica dei trapezi. - Ogni gruppo riceve delle indicazioni per realizzare vari trapezi (scaleno, isoscele o rettangolo) → attraverso immagini, caratteristiche ecc. - Una volta realizzati i trapezi, i gruppi si spostano a rotazione e con una check-list controllano il lavoro fatto dai compagni. In base ai visti ottenuti, i gruppi ricevono dei gettoni che serviranno per le prossime attività. - Gioco finale: compito di seguire le richieste scritte su di un foglio. Solo uno tra quelli distribuiti alla classe sarà corretto. → è il secondo pezzo di quadro che permette di concludere il secondo livello.	SPAZI: - Aula. MODALITÀ: - A gruppi (2 di 3 allievi e 2 di 4). MATERIALI: - Valigia. - Indicazioni. - Tavolozze geometriche. - Check-list. - Gettoni. - Quaderno geometria. - Fogli con soluzione trapezio.	2 UD
ALLENAMENTO Misurazione delle ampiezze degli angoli di un trapezio.	- Scheda in cui gli allievi misurano le ampiezze di vari trapezi e infine scrivono un'osservazione personale su quanto hanno scoperto. (le ampiezze cambiano a seconda del tipo di trapezio, possono essere tutte e quattro differenti, due angoli retti consecutivi oppure della stessa ampiezza a coppie.	SPAZI: - Aula. MODALITÀ: - Individuale. MATERIALI: - Scheda allenamento.	1 UD

PARALLELOGRAMMI Attività 1 Costruzione di parallelogrammi con cannucce.	- Gioco iniziale: impiccato. Ogni tentativo costa una moneta. Parola: caso particolare. - Apertura della valigia. All'interno vi sono cannucce ritagliate in varie lunghezze e dei rotoli di filo. - Agli allievi viene richiesto di scegliere solo due colori (dunque due lunghezze differenti) e realizzare dei trapezi. - Scrivere sul foglio se sono riusciti a realizzare dei trapezi (sì/no, perché e come hanno fatto). - Gli allievi probabilmente risponderanno che non hanno potuto perché gli sono usciti dei rettangoli o dei parallelogrammi. - Come mai? Che differenze ci sono con un trapezio di quelli che abbiamo visto finora? - Provate allora a completare la check-list delle caratteristiche del trapezio. Per ogni visto otterrete dei gettoni. - Scrivere su quaderno ciò che abbiamo scoperto: con delle cannucce di due lunghezze diverse abbiamo costruito dei trapezi particolari, perché hanno due coppie di lati paralleli e i lati sono anche a coppie della stessa lunghezza.	SPAZI: - Aula. MODALITÀ: - Collettiva. - A coppie. MATERIALI: - Valigia. - Cannucce di diverse dimensioni. - Rotoli di filo. - Fogli per riflessioni. - Check-list. - Quaderni geometria.	2 UD
PARALLELOGRAMMI Attività 2 I parallelogrammi hanno gli angoli opposti della stessa ampiezza.	- Ripresa scoperte lezione precedente: le figure costruite avevano coppie di lati paralleli congruenti. - Gioco iniziale: impiccato con la parola: parallelogramma. - Ogni allievo ricrea con la sua tavolozza almeno uno dei quadrilateri dell'attività precedente e ne misura l'ampiezza di ogni angolo. - Annota le risposte su di un foglio e scrive eventuali osservazioni. - Tabella riassuntiva a PC dove gli allievi dettano le ampiezze dei quattro angoli. - C'è qualcosa di ricorrente in tutte le figure che abbiamo misurato? ➔ Gli angoli opposti sono della stessa ampiezza.	SPAZI: - Aula. MODALITÀ: - Collettiva. - Individuale. MATERIALI: - Tavolozze. - Immagini parallelogrammi oppure modelli realizzati la settimana precedente. - PC e beamer. - Goniometri.	2 UD

	- Istituzionalizzare su quaderno che le figure trovate sono dei parallelogrammi e hanno gli angoli opposti della stessa ampiezza.	- Scheda osservazioni. - Quaderni geometria.	
RETTANGOLO Attività 1 Il rettangolo ha quattro angoli retti.	- Ripresa tabella attività precedente con scoperte. - Lettera: ragazzi, avete raggiunto il livello quattro. Un solo numero vi permetterà di aprire la valigia oggi. Indizio: è l'unico a ripetersi quattro volte. Quattro sono anche i tentativi a disposizione (altrimenti si continua come nel gioco "sto pensando ad un numero"). - Aprire la valigia. - Tavolozze con due elastici già predisposti: senza modificare gli elastici già posizionati, costruisci un rettangolo. (solo alcune tavolozze permetteranno di realizzare dei rettangoli, proprio perché sono posizionate in modo da formare degli angoli retti). - Perché siamo riusciti a realizzare i rettangoli solo con alcune tavolozze? → scrivere su foglio le proprie ipotesi.	SPAZI: - Aula. MODALITÀ: - Collettiva. - Individuale. MATERIALI: - Lettera. - Valigia. - Tavolozze. - Foglio ipotesi.	2 UD
RETTANGOLO Attività 2 Il rettangolo ha quattro angoli retti verifica.	- Ripresa attività precedente: come mai non siamo riusciti a costruire con tutte le tavolozze dei rettangoli? - Riprendere le cannucce costruite e chiedere agli allievi di costruire dei rettangoli. - Come avete fatto? → fogli ipotesi. - Istituzionalizzare su quaderno: il rettangolo è un parallelogramma con quattro angoli retti.	SPAZI: - Aula. MODALITÀ: - Individuale. MATERIALI: - Cannucce. - Fogli ipotesi. - Quaderno geometria.	2 UD

ROMBO	- Ripresa scoperta attività precedente: rettangolo è un parallelogramma con quattro angoli retti. - Il pezzo del quadro è chiuso con lucchetto e la chiave è appesa sul numero 90 del castello dei numeri. Risoluzione stile rebus. - Valigia con cannucce: dovrete realizzare dei parallelogrammi: ogni gruppo ha indicazioni diverse: con cannucce di un solo colore, con angoli retti, ecc. - Che cosa avete trovato? → annotare le risposte sul foglio. - Messa in comune: ogni gruppo ha trovato qualcosa di diverso: rombo, parallelogrammo, rettangolo e quadrato. - Check-list per individuare le caratteristiche di ogni figura. - Istituzionalizzazione: sono tutti dei parallelogrammi, ma in più hanno delle caratteristiche.	SPAZI: - Aula. MODALITÀ: - A gruppi. MATERIALI: - Pezzo di quadro. - Lucchetto, chiavi e contenitore. - Valigia. - Cannucce e filo. - Foglio ipotesi. - Quaderno geometria.	2 UD
QUADRATO	- Ripresa scoperte attività precedente. - Valigia con tavolozze. Ogni allievo costruisce una figura differente, seguendo le indicazioni fornite. - Gli allievi si spostano tra un banco e l'altro completando una check-list. - Riassumiamo la check-list a PC e per ogni figura riassumiamo le sue caratteristiche. - Che cosa notiamo per il quadrato. Il quadrato è il quadrilatero più ricco di caratteristiche. - Istituzionalizzazione. Il quadrato ha alcune caratteristiche del rombo e alcune del rettangolo. - Scoprire l'ultimo pezzo del quadro che completa la classificazione dei quadrilateri.	SPAZI: - Aula. MODALITÀ: - Individuale. - Collettiva. MATERIALI: - Valigia. - Tavolozze. - Check-list. - PC e beamer. - Quaderno geometria. - Parte del quadro.	2 UD

ALLENAMENTO	- Molti quadrilateri da ritagliare e collocarli correttamente nei diagrammi di Eulero-Venn, aggiungendo le rispettive proprietà.	SPAZI: - Aula. MODALITÀ: - Individuale. MATERIALI: - Immagini quadrilateri. - Scheda diagrammi A3. - Colla e forbici.	1 UD
MOMENTO DI VALUTAZIONE	- Giochi di realizzazione dei quadrilateri con le tavolozze geometriche. Ad es. a coppie, seguendo le indicazioni che dà il compagno.	SPAZI: - Aula. MODALITÀ: - A gruppi. - Collettiva. MATERIALI: Tavolozze geometriche. Ev. fogli con richieste/indicazioni.	1 UD
-	- Possibile continuazione e realizzazione del percorso con merenda → aggancio con misure decimali.	-	-

4. Allegato: articolazione operativa del percorso nel periodo di insegnamento a distanza

	Descrizione attività		
TRAPEZI Attività 0 Raccolta concezioni in entrata sulla caratteristica che contraddistingue i trapezi dai quadrilateri generici. Lunedì 30.03	- Benvenuti nel secondo livello. Ora si inizia a fare sul serio! - Ecco la foto del primo pezzo del quadro che siete riusciti ad ottenere risolvendo il primo livello! - Iniziamo con una prima sfida da affrontare per il nuovo livello! - In questa scheda trovate due gruppi di figure geometriche: nel primo ci sono figure che hanno tutte una proprietà in comune che quelle del secondo gruppo non hanno. - Quale caratteristica geometrica hanno in comune secondo te tutte le figure del primo gruppo? (se non sai come rispondere, scrivi “non lo so”.	SPAZI: - Casa. MODALITÀ: - Individuale. MATERIALI: - Scheda raccolta concezioni.	20 min.
TRAPEZI Attività 1 Comprendere che il trapezio possiede (almeno) una coppia di lati paralleli. A partire dal 2.04 (per via del ritiro materiale)	- Benvenuti nella seconda sfida! All’interno della busta trovate tutti i materiali per svolgere l’attività. - Il bambino osserva e manipola i materiali ricevuti in modo da poterne descrivere le loro proprietà (lati paralleli, angoli retti, ecc.) - Costruire dei trapezi utilizzando solamente un pezzo di mappetta e il rettangolo di carta. - Su di un foglio scrivere come hai fatto a costruirlo (o come mai non sei riuscito). - Scattare delle foto ai quadrilateri costruiti e inviarli al docente. - Fissare su di un foglio con dello scotch o della colla i quadrilateri costruiti. - Sulla scheda è stampato un quadrilatero generico che il bambino utilizzerà per il confronto con le figure da lui costruite. Il bambino scrive le caratteristiche che hanno in comune i tre trapezi da lui costruiti.	SPAZI: - Casa. MODALITÀ: - Individuale. MATERIALI: - Ritagli di mappetta. - Ritagli carta colorata. - Foglio con consegne e spazi per risposte.	40 min.

TRAPEZI Attività 2 Comprendere che gli altri quadrilateri, come i parallelogrammi, i rombi, i rettangoli e i quadrati sono anch'essi dei trapezi. Dal 6.04	- Oggi continuerai il secondo livello con una nuova sfida. - Con la sfida precedente hai scoperto che la caratteristica di tutti i trapezi è quella di essere dei quadrilateri con ALMENO una coppia di lati paralleli. - Osserva ognuna di queste figure con attenzione e fai un visto a tutte quelle che secondo te hanno ALMENO una coppia di lati paralleli. - A questo punto chiameresti trapezio anche un parallelogramma? - Le figure a cui hai messo il visto tu le chiami tutte trapezi? - Conosci altre cose che si possono chiamare con nomi diversi (fare esempio).	SPAZI: - Casa. MODALITÀ: - Individuale. MATERIALI: - Scheda riflessione con i quadrilateri.	40 min.
TRAPEZI Attività 3 Comprendere che gli altri quadrilateri non sono chiamati semplicemente trapezi, perché hanno delle caratteristiche supplementari. Dal 6.04	- Ecco un'altra sfida da affrontare per avanzare nel livello! - Con l'ultima sfida ci siamo chiesti se possiamo chiamare trapezi anche altri quadrilateri che hanno in comune la stessa proprietà. - Per scoprirlo schiaccia il tasto CTRL e fai contemporaneamente un click sul seguente link: http://splashscuola.altervista.org/esercizi/geogebra/5-quadrilaterifrancia01.shtml - Ecco che ti appare un quadrilatero generico. - Muovendo i vertici del quadrilatero prova a costruire altri quadrilateri. - Ora prova a costruire un parallelogramma. Come sono diventati i lati e gli angoli del quadrilatero? Che informazioni ottieni? Riportale qui sotto. - Ora prova a costruire un rettangolo. Come sono diventati i lati e gli angoli del quadrilatero? - Che informazioni ottieni? Riportale qui sotto. - Possiamo chiamare trapezio anche un parallelogramma? Spiega perché risponderesti così.	SPAZI: - Casa. MODALITÀ: - Individuale. MATERIALI: - Scheda riflessione. - PC per aprire il link.	30 min.

TRAPEZI Attività 4 Fare una prima classificazione dei quadrilateri in base alle loro proprietà. Dal 6.04	- Ecco il test di prova prima del superamento del livello. - Il bambino riceve un foglio A3 con tutte le proprietà dei quadrilateri OGNUNA SCRITTA CON UN COLORE DIVERSO. Oltre a ciò riceve molti quadrilateri da ritagliare. - Ogni quadrilatero deve essere completato con i cerchietti colorati delle proprietà che possiede. (es. quadrilatero generico colorato solo con cerchietto verde. Trapezio con cerchietti verde e giallo perché ha una proprietà supplementare). - Quiz con domande a risposta vero/falso da rispondere attraverso l'osservazione dei colori utilizzati. - Domanda di riflessione sulla proprietà dei quadrilateri della RC iniziale.	SPAZI: - Casa. MODALITÀ: - Individuale. MATERIALI: - Scheda A3 con proprietà e quiz. - Quadrilateri da ritagliare, incollare e colorare.	40 min.
TRAPEZI Attività 5 Quiz conclusivo - sommativo	- Quiz online su Kahoot! - Svelare il secondo pezzo del quadro.	SPAZI: - Casa. MODALITÀ: - Individuale. MATERIALI: - Pc/tablet o smartphone con cui è possibile accedere al quiz. - Immagine del quadro con il secondo pezzo.	10 min.

5. Allegato: raccolta concezioni

Nel mese di febbraio, a causa di una mia assenza per malattia, la collega titolare ha proposto alla classe la prova in entrata con raccolta delle concezioni e conoscenze sui quadrilateri. I bambini, muniti di post-it, si sono spostati nell'aula ad osservare le immagini; sui foglietti arancioni dovevano scrivere i nomi delle figure che riconoscevano, mentre sui foglietti gialli dovevano scrivere le caratteristiche che riuscivano a trovare di questi quadrilateri.

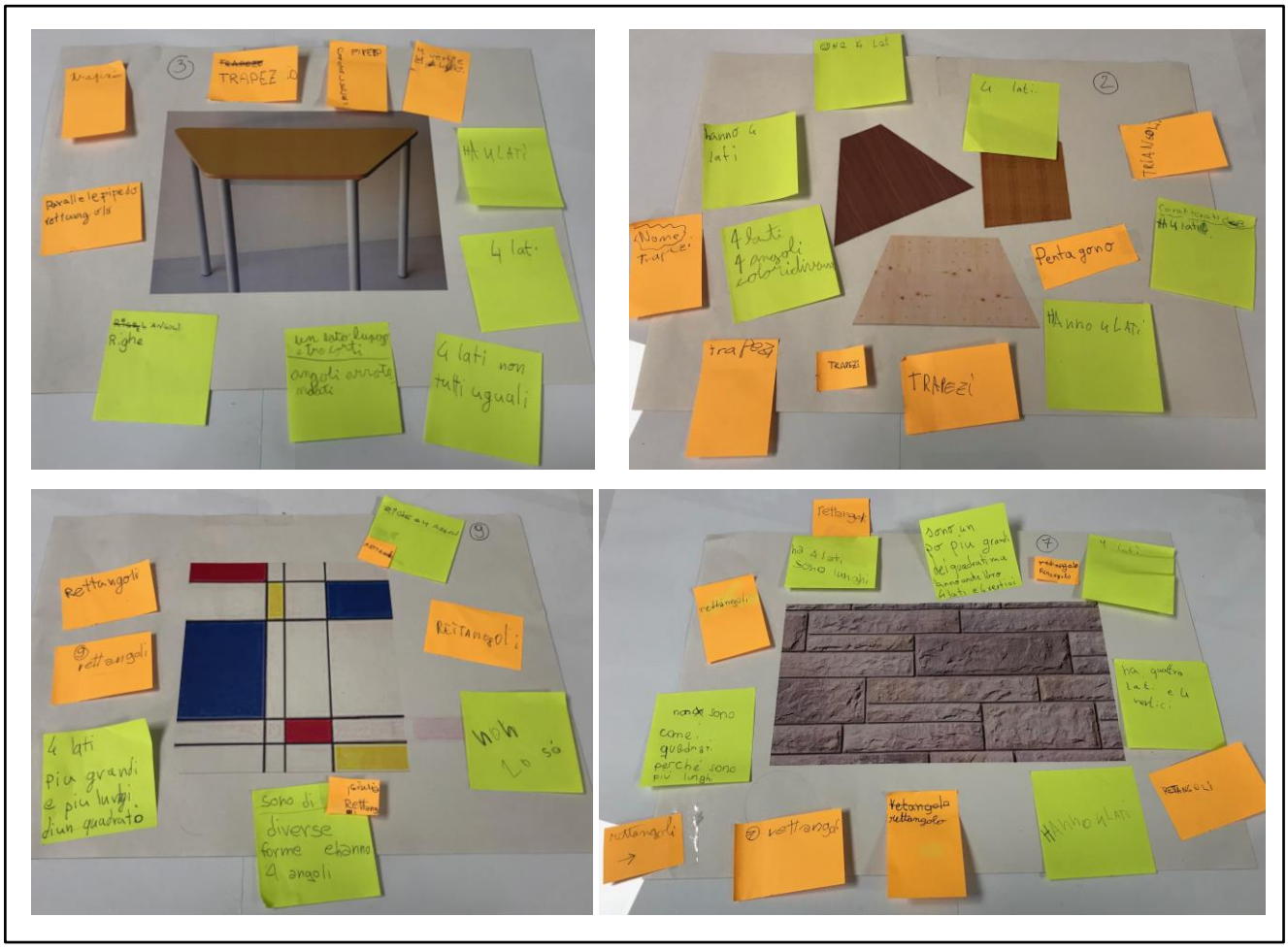


Figura 19 - immagini analizzate con Post-it

Le osservazioni degli allievi sono poi state riprese e discusse a gruppo classe. Le affermazioni che trovavano l'accordo del gruppo classe sono state collocate nella colonna "siamo tutti d'accordo". Le affermazioni che invece non trovavano l'unanimità sono state invece collocate nella colonna "ci dovremo lavorare".

Dall'immagine si può leggere che il gruppo classe conosce diversi nomi di quadrilateri, tranne il quadrilatero generico, il trapezio rettangolo, e il parallelogramma.

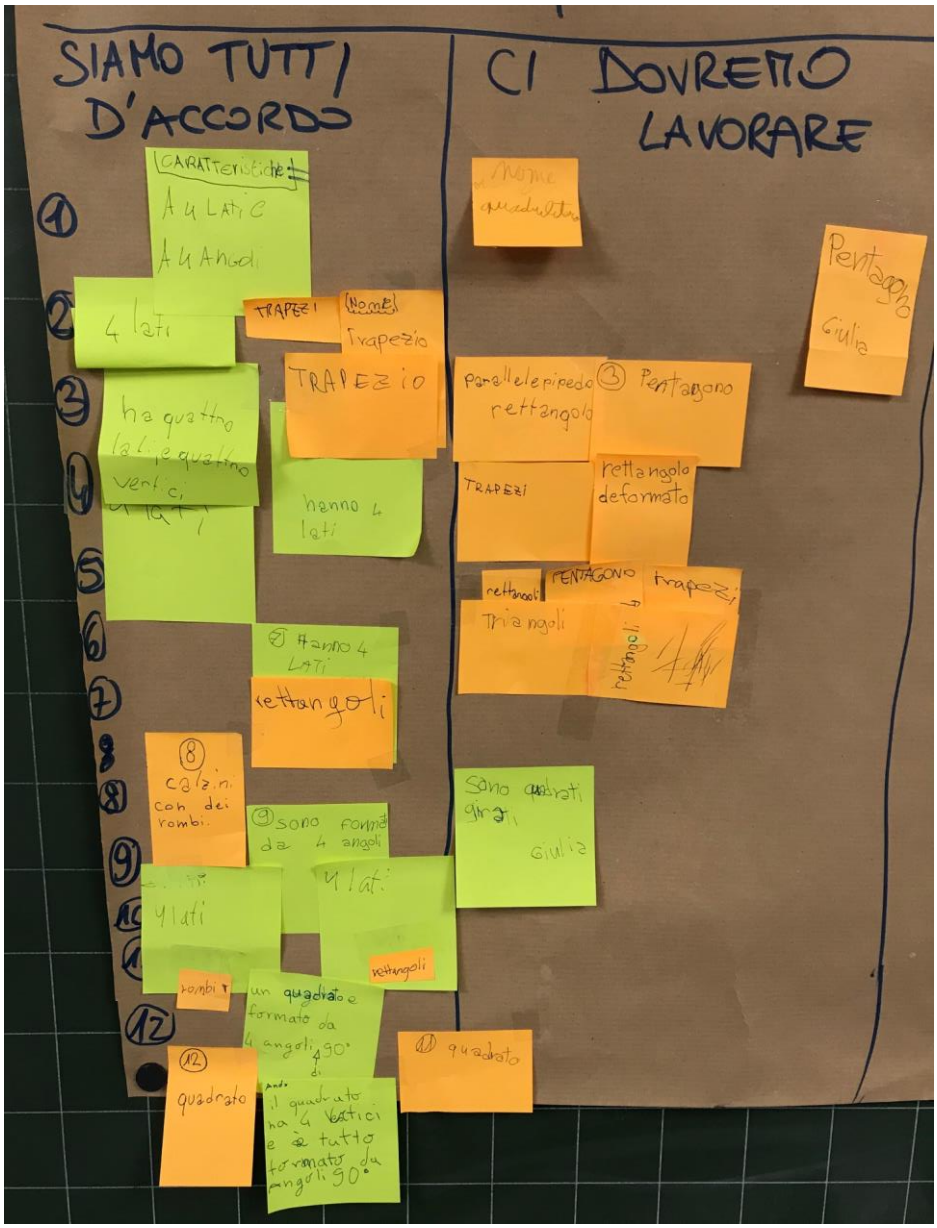
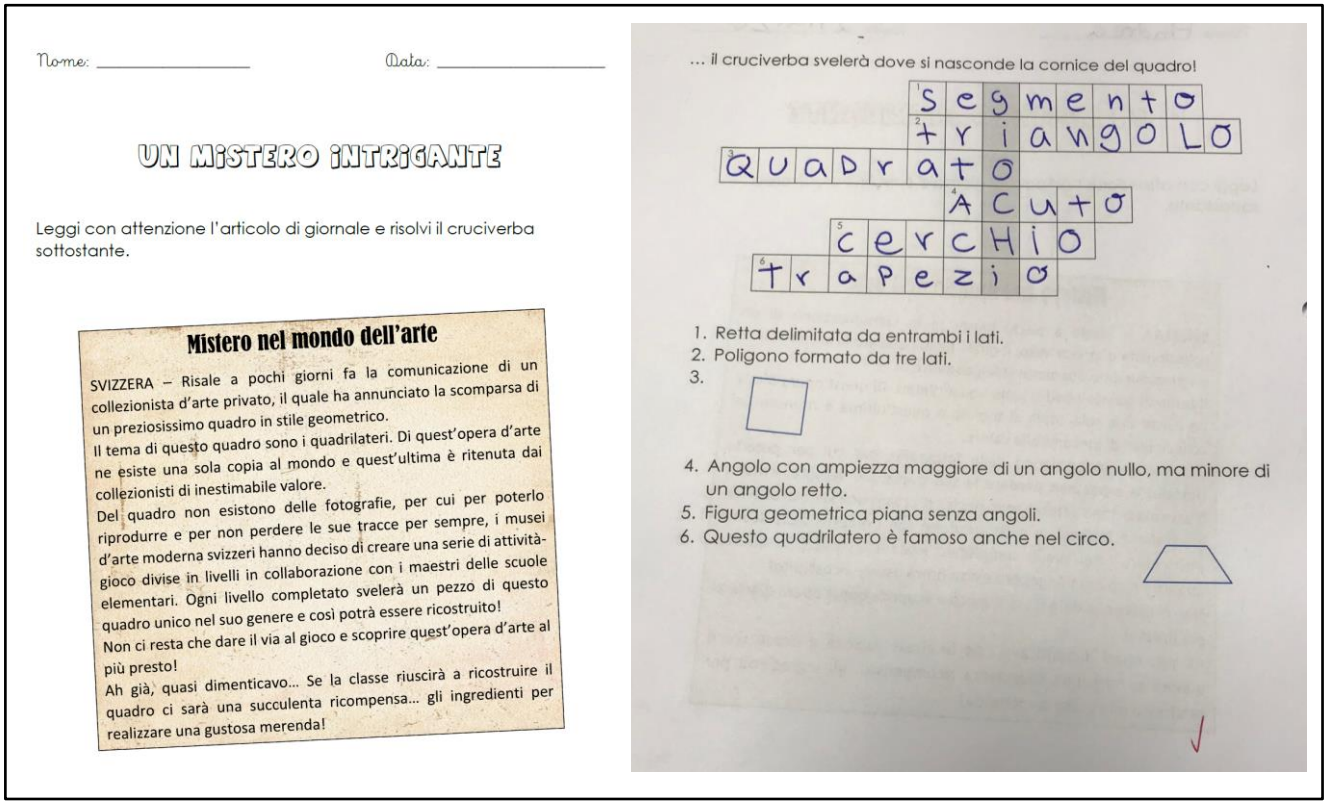


Figura 20 - messa in comune della raccolta concezioni

6. Allegato: presentazione dello sfondo motivazionale

Attraverso questa scheda ho introdotto lo sfondo motivazionale del percorso agli allievi. Grazie all'indizio emerso con il cruciverba i bambini hanno individuato il nascondiglio della cornice del quadro, la quale verrà poi completata al termine di ogni livello con un nuovo pezzo dell'opera d'arte.

Gli alunni si sono mostrati entusiasti dello sfondo proposto e l'obiettivo finale di ottenere una merenda al momento del completamento del quadro li ha motivati molto!


Nome: _____ Data: _____

UN MISTERO INTRIGANTE

Leggi con attenzione l'articolo di giornale e risolvi il cruciverba sottostante.

Mistero nel mondo dell'arte

SVIZZERA – Risale a pochi giorni fa la comunicazione di un collezionista d'arte privato, il quale ha annunciato la scomparsa di un preziosissimo quadro in stile geometrico.
Il tema di questo quadro sono i quadrilateri. Di quest'opera d'arte ne esiste una sola copia al mondo e quest'ultima è ritenuta dai collezionisti di inestimabile valore.
Del quadro non esistono delle fotografie, per cui per poterlo riprodurre e per non perdere le sue tracce per sempre, i musei d'arte moderna svizzeri hanno deciso di creare una serie di attività-gioco divise in livelli in collaborazione con i maestri delle scuole elementari. Ogni livello completato svelerà un pezzo di questo quadro unico nel suo genere e così potrà essere ricostruito!
Non ci resta che dare il via al gioco e scoprire quest'opera d'arte al più presto!
Ah già, quasi dimenticavo... Se la classe riuscirà a ricostruire il quadro ci sarà una succulenta ricompensa... gli ingredienti per realizzare una gustosa merenda!

... il cruciverba svelerà dove si nasconde la cornice del quadro!

1. Retta delimitata da entrambi i lati.
2. Poligono formato da tre lati.
3.
4. Angolo con ampiezza maggiore di un angolo nullo, ma minore di un angolo retto.
5. Figura geometrica piana senza angoli.
6. Questo quadrilatero è famoso anche nel circo.

Figura 21 - Scheda utilizzata per l'introduzione dello sfondo motivazionale

7. Allegato: la famiglia dei quadrilateri

Qui di seguito sono illustrati gli allievi al lavoro per realizzare i cartelloni che mostrano la famiglia dei quadrilateri divisa dalle altre figure geometriche piane.

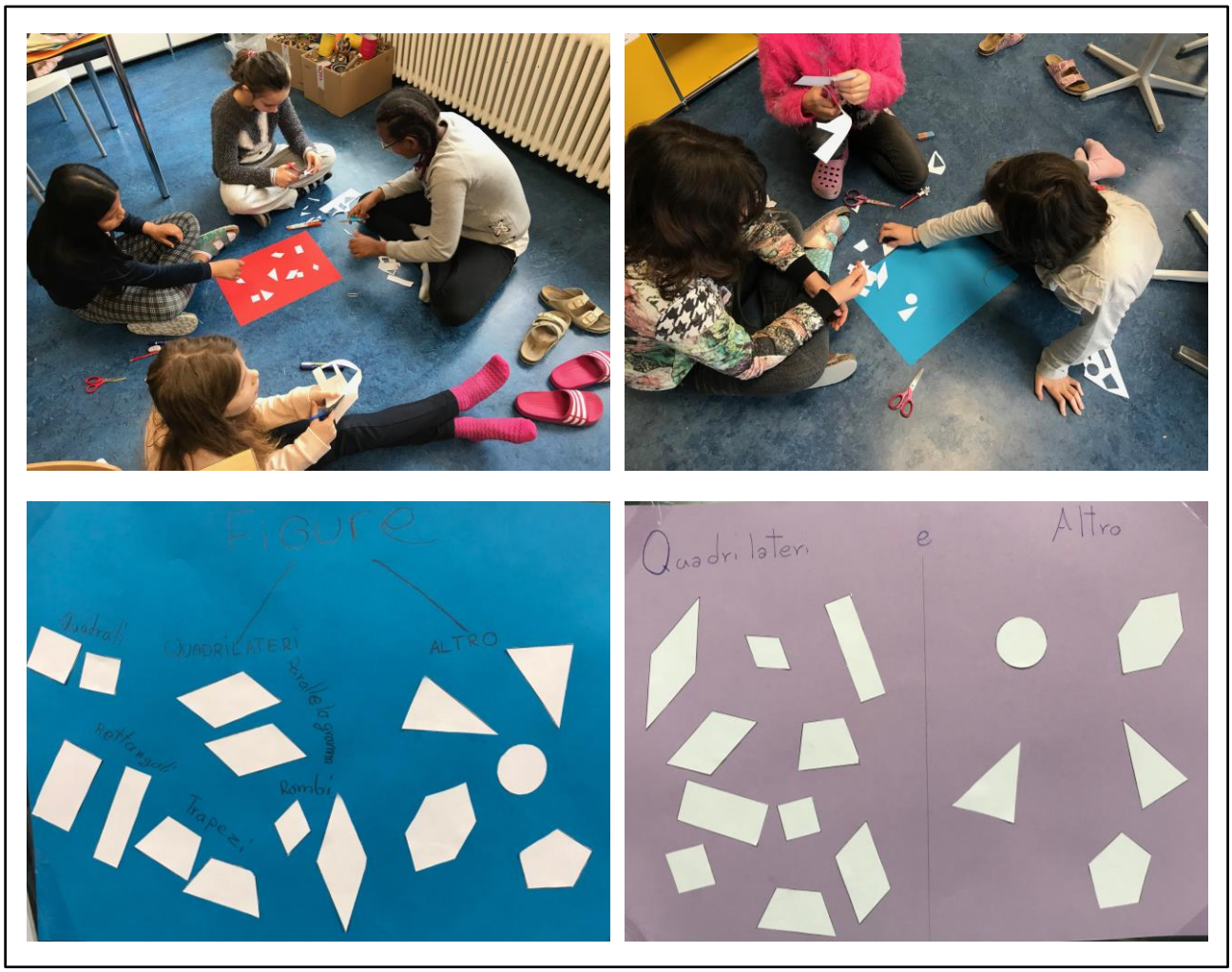
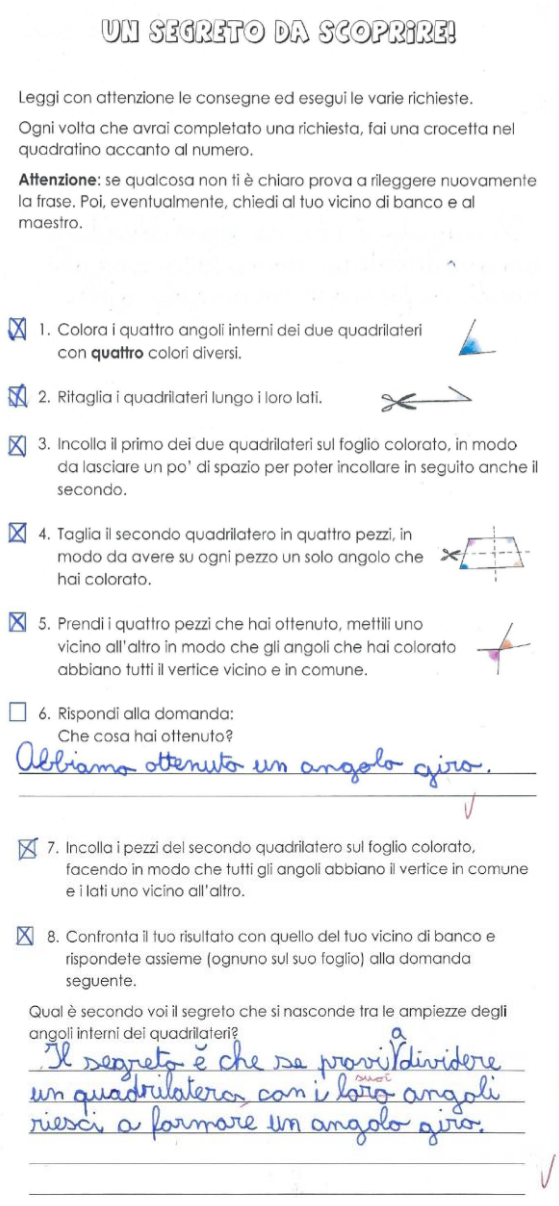


Figura 22 - Cartelloni realizzati dagli allievi sulla famiglia dei quadrilateri

8. Allegato: la somma degli angoli interni dei quadrilateri

Tabella 2 - Indicatori analisi attività 4

Indicatori	Sì	No	Parzialmente
L'allievo si appropria degli schemi d'uso per utilizzare l'artefatto?	14		
L'allievo durante l'utilizzo dell'artefatto produce segni individuali.	12		2
L'allievo è in grado di comunicare e condividere le scoperte fatte con i compagni.	11		3
L'allievo utilizza l'artefatto per illustrare la scoperta fatta.	14		
Gli allievi sono in grado di produrre una frase di istituzionalizzazione della scoperta fatta utilizzando un lessico geometricamente corretto.	11		3



UN SEGRETO DA SCOPRIRE!

Leggi con attenzione le consegne ed esegui le varie richieste.

Ogni volta che avrai completato una richiesta, fai una crocetta nel quadratino accanto al numero.

Attenzione: se qualcosa non ti è chiaro prova a rileggere nuovamente la frase. Poi, eventualmente, chiedi al tuo vicino di banco e al maestro.

☒ 1. Colora i quattro angoli interni dei due quadrilateri con **quattro** colori diversi.

☒ 2. Ritaglia i quadrilateri lungo i loro lati.

☒ 3. Incolla il primo dei due quadrilateri sul foglio colorato, in modo da lasciare un po' di spazio per poter incollare in seguito anche il secondo.

☒ 4. Taglia il secondo quadrilatero in quattro pezzi, in modo da avere su ogni pezzo un solo angolo che hai colorato.

☒ 5. Prendi i quattro pezzi che hai ottenuto, mettili uno vicino all'altro in modo che gli angoli che hai colorato abbiano tutti il vertice vicino e in comune.

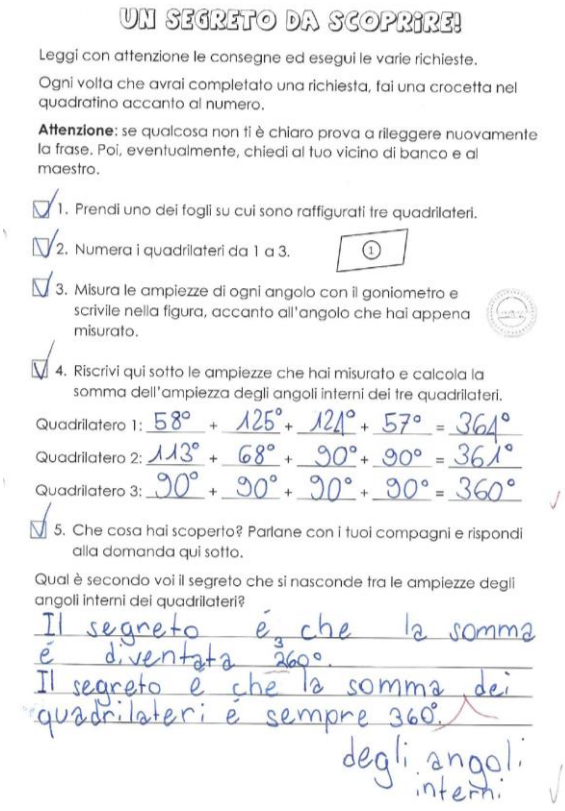
☐ 6. Rispondi alla domanda:
Che cosa hai ottenuto?
Abbiamo ottenuto un angolo giro.

☒ 7. Incolla i pezzi del secondo quadrilatero sul foglio colorato, facendo in modo che tutti gli angoli abbiano il vertice in comune e i lati uno vicino all'altro.

☒ 8. Confronta il tuo risultato con quello del tuo vicino di banco e rispondete assieme (ognuno sul suo foglio) alla domanda seguente.

Qual è secondo voi il segreto che si nasconde tra le ampiezze degli angoli interni dei quadrilateri?
Il segreto è che se provi a dividere un quadrilatero con i loro angoli riesci a formare un angolo giro.

Figura 24 - Scheda per la 4a con riflessioni individuali



UN SEGRETO DA SCOPRIRE!

Leggi con attenzione le consegne ed esegui le varie richieste.

Ogni volta che avrai completato una richiesta, fai una crocetta nel quadratino accanto al numero.

Attenzione: se qualcosa non ti è chiaro prova a rileggere nuovamente la frase. Poi, eventualmente, chiedi al tuo vicino di banco e al maestro.

☑ 1. Prendi uno dei fogli su cui sono raffigurati tre quadrilateri.

☑ 2. Numera i quadrilateri da 1 a 3. ①

☑ 3. Misura le ampiezze di ogni angolo con il goniometro e scrivile nella figura, accanto all'angolo che hai appena misurato.

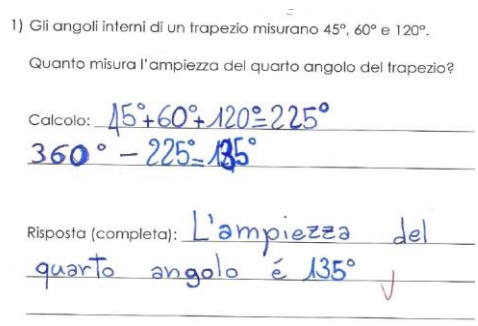
☑ 4. Riscrivi qui sotto le ampiezze che hai misurato e calcola la somma dell'ampiezza degli angoli interni dei tre quadrilateri.

Quadrilatero 1: 58° + 125° + 121° + 57° = 361°
Quadrilatero 2: 113° + 68° + 90° + 90° = 361°
Quadrilatero 3: 90° + 90° + 90° + 90° = 360°

☑ 5. Che cosa hai scoperto? Parlane con i tuoi compagni e rispondi alla domanda qui sotto.

Qual è secondo voi il segreto che si nasconde tra le ampiezze degli angoli interni dei quadrilateri?
Il segreto è che la somma è diventata 360°.
Il segreto è che la somma dei quadrilateri è sempre 360°.
degli angoli interni.

Figura 23 - Scheda per la 5a con riflessione individuale



1) Gli angoli interni di un trapezio misurano 45°, 60° e 120°.

Quanto misura l'ampiezza del quarto angolo del trapezio?

Calcolo: 45°+60°+120°=225°
360° − 225° = 135°

Risposta (completa): L'ampiezza del quarto angolo è 135°

Figura 25 - Esempio di situazione risolta da un'allieva al termine dell'attività con i due artefatti

9. Allegato: la scoperta della tavolozza geometrica

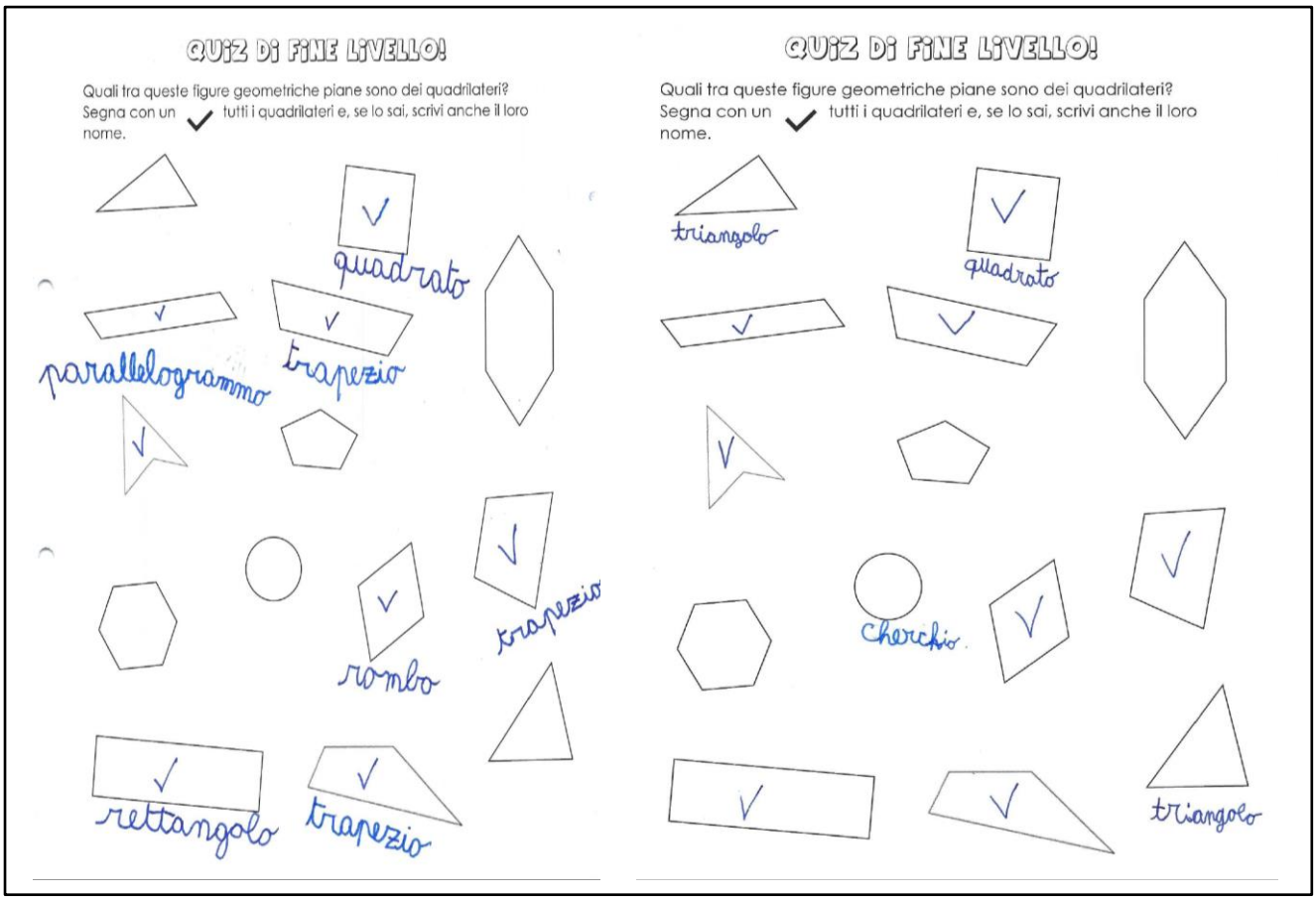


Figura 26 - Scheda di fine livello per fare il punto della situazione su quanto compreso finora

Nella figura sopra si possono osservare due esempi di schede completate dagli allievi. In entrambe i casi è interessante osservare come i bambini abbiano riconosciuto anche i due quadrilateri generici che non avevo mostrato prima d'ora. Questo mi perfette di affermare che i due alunni hanno fatto loro il significato di quadrilatero.

Un altro aspetto interessante da osservare è il fatto che l'allievo di sinistra abbia nominato anche il quadrilatero generico come trapezio. Ciò dimostra che l'allievo non ha ancora compreso che una caratteristica dei trapezi è quella di avere almeno una coppia di lati paralleli. In questa fase del percorso, questo risultato è assolutamente normale, in quanto non avevo ancora presentato delle situazioni che permettessero di riflettere sulle proprietà dei trapezi. Per concludere, l'allieva di destra non ha nominato i due quadrilateri generici.

Di seguito riporto una tabella che riassume i risultati ottenuti dalla classe.

Tabella 3 - Indicatori per la raccolta dei dati sulla scheda finale del primo livello del percorso

Indicatori	Sì	No	Parzialmente
L'allievo riconosce tutti i quadrilateri.	5	0	6
L'allievo riconosce che le due figure "particolari" sono anch'esse dei quadrilateri.	5	2	4
L'allievo denomina correttamente i quadrilateri che conosce.	4		7
L'allievo nomina il quadrilatero generico convesso con un trapezio.	6	5	

Figura 27 - Gli allievi durante la caccia al tesoro e la discussione

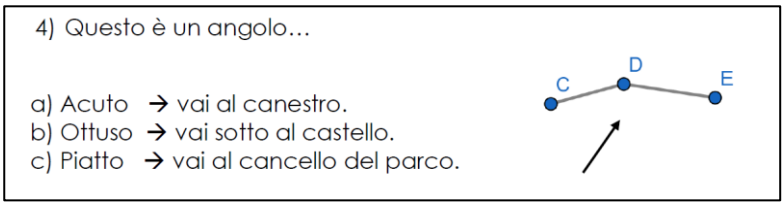


Figura 28 - Un esempio di domanda posta durante la caccia al tesoro

Nella figura sotto si possono osservare quattro esempi di produzioni degli allievi, nelle quali essi espongono la loro ipotesi su come utilizzare il pannello di legno, le quattro puntine e i quattro elastici per costruire dei quadrilateri. Sono rimasto stupito del risultato, poiché la maggior parte della classe (7 allievi su 10), senza che io abbia mostrato o detto nulla, ha intuito autonomamente come utilizzare i materiali *attraverso la manipolazione* e facendo delle prove.

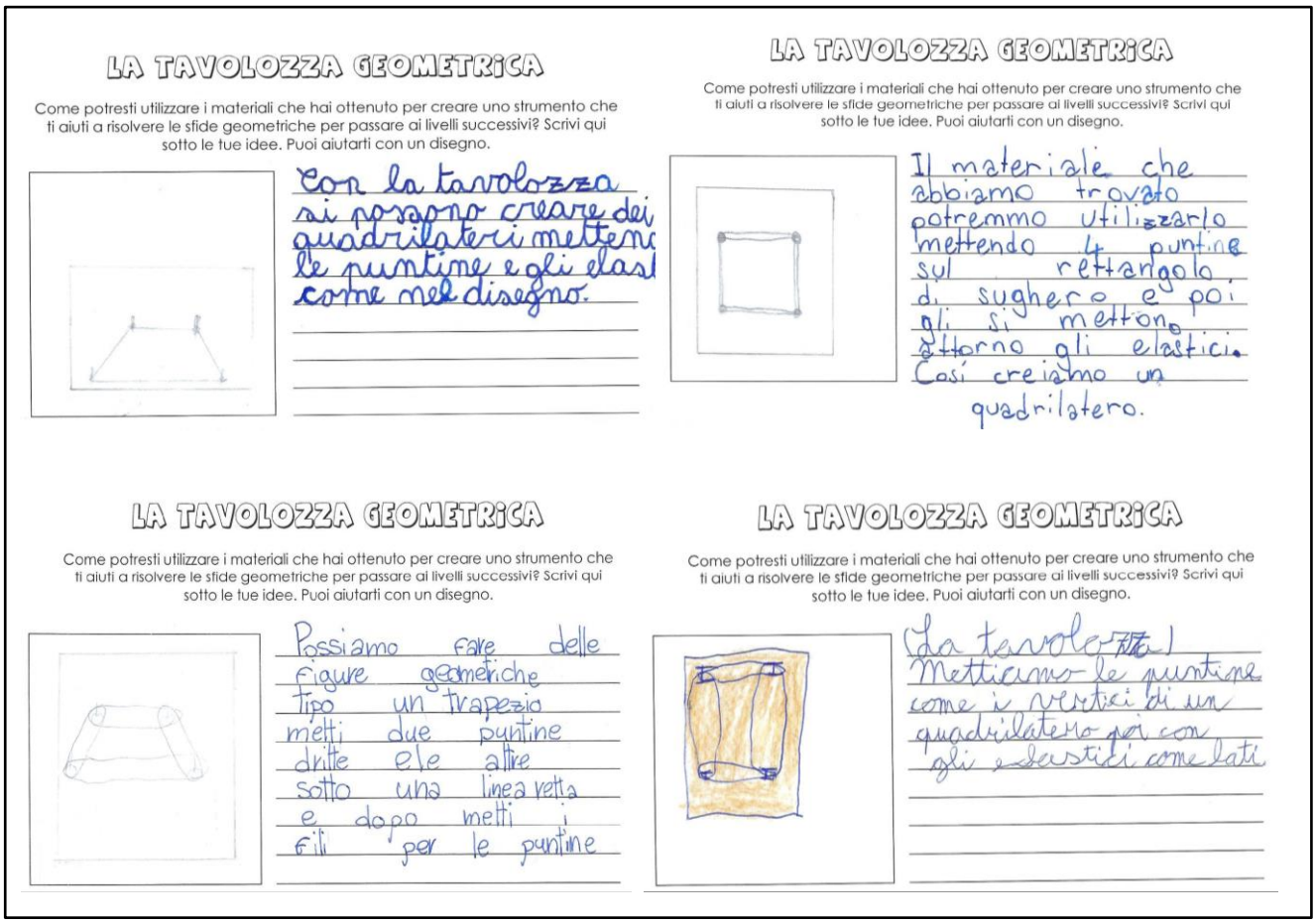
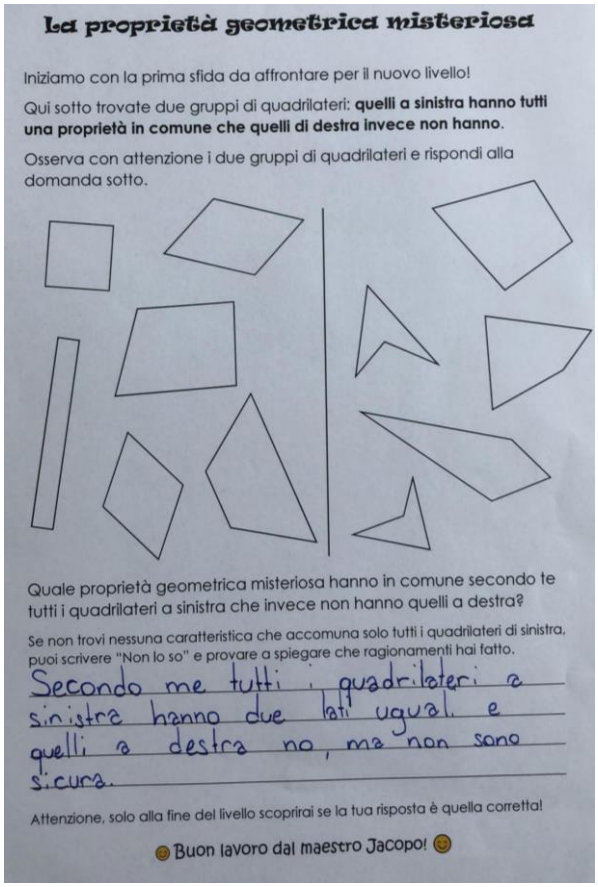


Figura 29 - Esempi di ipotesi su come utilizzare i materiali ricevuti con la caccia al tesoro

10. Allegato: prova in entrata sul parallelismo dei lati dei quadrilateri



La proprietà geometrica misteriosa

Iniziamo con la prima sfida da affrontare per il nuovo livello!

Qui sotto trovate due gruppi di quadrilateri: **quelli a sinistra hanno tutti una proprietà in comune che quelli di destra invece non hanno.**

Osserva con attenzione i due gruppi di quadrilateri e rispondi alla domanda sotto.

Quale proprietà geometrica misteriosa hanno in comune secondo te tutti i quadrilateri a sinistra che invece non hanno quelli a destra?

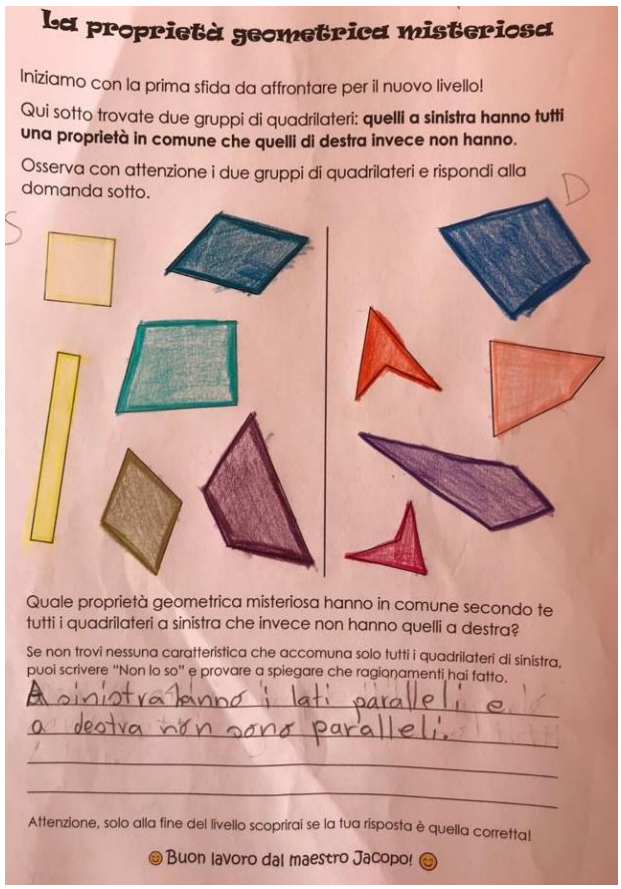
Se non trovi nessuna caratteristica che accomuna solo tutti i quadrilateri di sinistra, puoi scrivere "Non lo so" e provare a spiegare che ragionamenti hai fatto.

Secondo me tutti i quadrilateri a sinistra hanno due lati uguali e quelli a destra no, ma non sono sicura.

Attenzione, solo alla fine del livello scoprirai se la tua risposta è quella corretta!

Buon lavoro dal maestro Jacopo!

Figura 31 – Prova in entrata Giada



La proprietà geometrica misteriosa

Iniziamo con la prima sfida da affrontare per il nuovo livello!

Qui sotto trovate due gruppi di quadrilateri: **quelli a sinistra hanno tutti una proprietà in comune che quelli di destra invece non hanno.**

Osserva con attenzione i due gruppi di quadrilateri e rispondi alla domanda sotto.

Quale proprietà geometrica misteriosa hanno in comune secondo te tutti i quadrilateri a sinistra che invece non hanno quelli a destra?

Se non trovi nessuna caratteristica che accomuna solo tutti i quadrilateri di sinistra, puoi scrivere "Non lo so" e provare a spiegare che ragionamenti hai fatto.

A sinistra hanno i lati paralleli, e a destra non sono paralleli.

Attenzione, solo alla fine del livello scoprirai se la tua risposta è quella corretta!

Buon lavoro dal maestro Jacopo!

Figura 30 – Prova in entrata Lucia

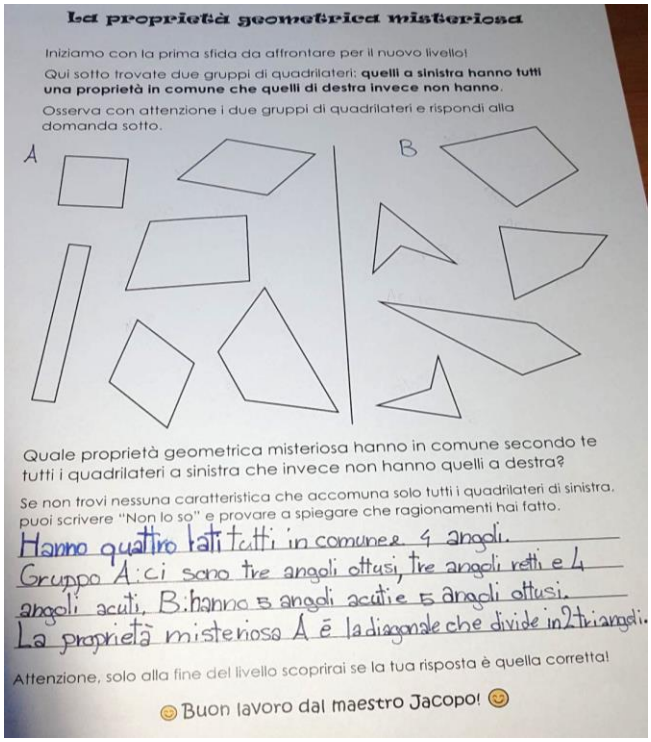


Figura 34 – Prova in entrata Valentina

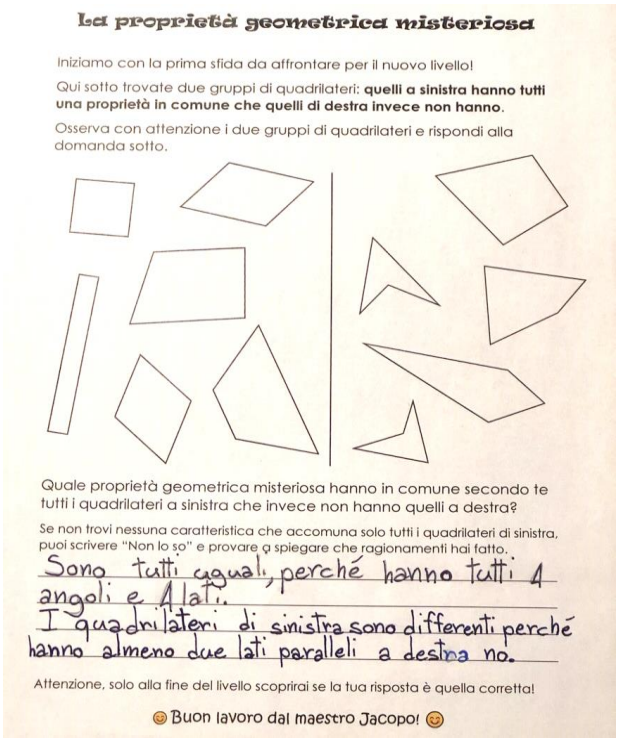


Figura 33 - Prova in entrata Sofia

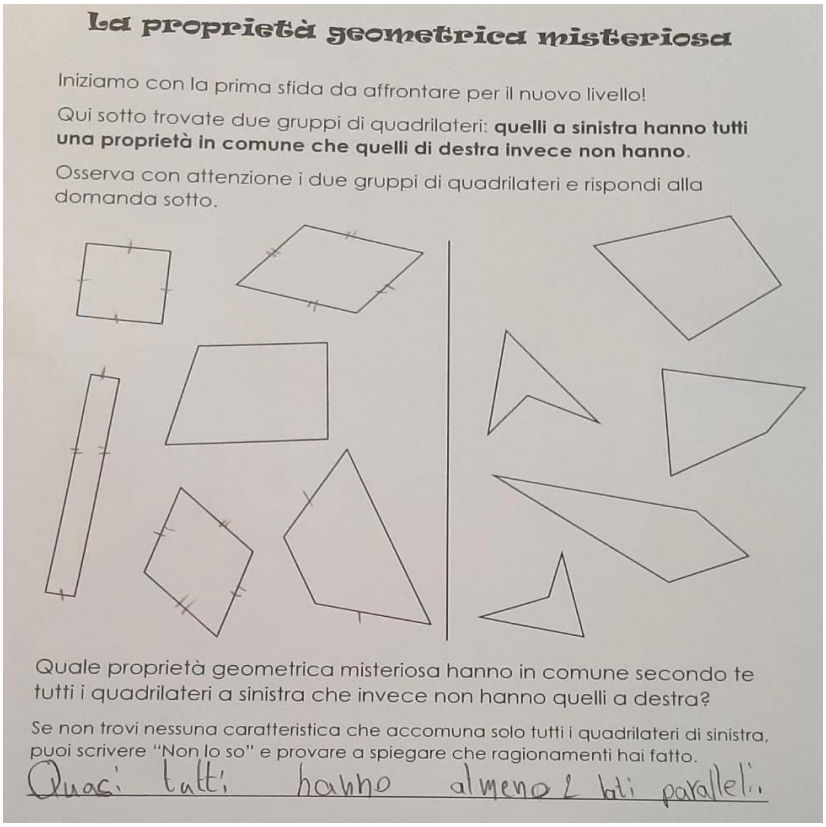
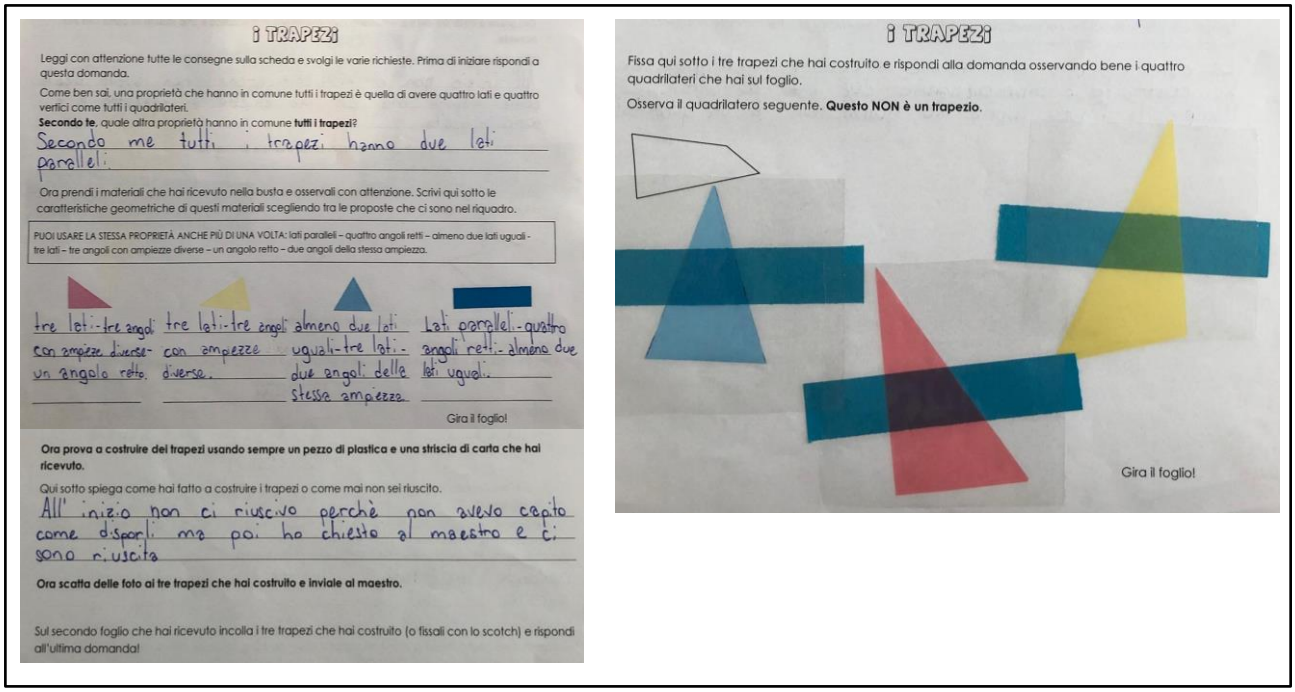


Figura 32 - Prova in entrata Sandra

11. Allegato: costruzione dei trapezi mediante artefatto e riflessione sulla loro proprietà distintiva



I TRAPEZI

Leggi con attenzione tutte le consegne sulla scheda e svolgi le varie richieste. Prima di iniziare rispondi a questa domanda.

Come ben sai, una proprietà che hanno in comune tutti i trapezi è quella di avere quattro lati e quattro vertici come tutti i quadrilateri.

Secondo te, quale altra proprietà hanno in comune **tutti i trapezi**?

Secondo me tutti i trapezi hanno due lati paralleli.

Ora prendi i materiali che hai ricevuto nella busta e osservali con attenzione. Scrivi qui sotto le caratteristiche geometriche di questi materiali scegliendo tra le proposte che ci sono nel riquadro.

PUOI USARE LA STESSA PROPRIETÀ ANCHE PIÙ DI UNA VOLTA: lati paralleli – quattro angoli retti – almeno due lati uguali - tre lati – tre angoli con ampiezze diverse – un angolo retto – due angoli della stessa ampiezza.

tre lati - tre angoli con ampiezze diverse - un angolo retto

tre lati - tre angoli con ampiezze diverse

almeno due lati uguali - tre lati - due angoli della stessa ampiezza

Lati paralleli - quattro angoli retti - almeno due lati uguali

Gira il foglio!

Ora prova a costruire dei trapezi usando sempre un pezzo di plastica e una striscia di carta che hai ricevuto.

Qui sotto spiega come hai fatto a costruire i trapezi o come mai non sei riuscito.

All'inizio non ci riuscivo perchè non avevo capito come disporli ma poi ho chiesto al maestro e ci sono riuscita

Ora scatta delle foto ai tre trapezi che hai costruito e inviale al maestro.

Sul secondo foglio che hai ricevuto incolla i tre trapezi che hai costruito (o fissali con lo scotch) e rispondi all'ultima domanda!

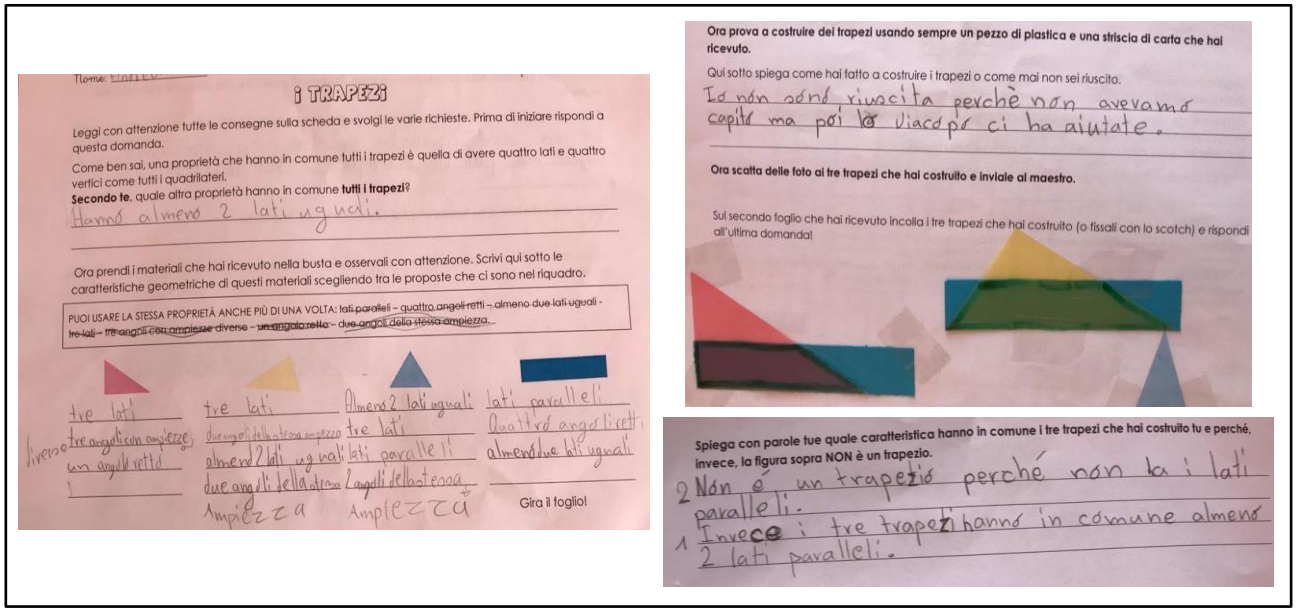
I TRAPEZI

Fissa qui sotto i tre trapezi che hai costruito e rispondi alla domanda osservando bene i quattro quadrilateri che hai sul foglio.

Osserva il quadrilatero seguente. **Questo NON è un trapezio.**

Gira il foglio!

Figura 35 - Produzioni Giada



I TRAPEZI

Leggi con attenzione tutte le consegne sulla scheda e svolgi le varie richieste. Prima di iniziare rispondi a questa domanda.

Come ben sai, una proprietà che hanno in comune tutti i trapezi è quella di avere quattro lati e quattro vertici come tutti i quadrilateri.

Secondo te, quale altra proprietà hanno in comune **tutti i trapezi**?

Hanno almeno 2 lati uguali.

Ora prendi i materiali che hai ricevuto nella busta e osservali con attenzione. Scrivi qui sotto le caratteristiche geometriche di questi materiali scegliendo tra le proposte che ci sono nel riquadro.

PUOI USARE LA STESSA PROPRIETÀ ANCHE PIÙ DI UNA VOLTA: lati paralleli – quattro angoli retti – almeno due lati uguali - tre lati – tre angoli con ampiezze diverse – un angolo retto – due angoli della stessa ampiezza.

tre lati tre angoli con ampiezze diverse un angolo retto

tre lati due angoli della stessa ampiezza almeno 2 lati uguali due angoli della stessa ampiezza

almeno 2 lati uguali tre lati lati paralleli 2 angoli della stessa ampiezza

lati paralleli Quattro angoli retti almeno due lati uguali

Gira il foglio!

Ora prova a costruire dei trapezi usando sempre un pezzo di plastica e una striscia di carta che hai ricevuto.

Qui sotto spiega come hai fatto a costruire i trapezi o come mai non sei riuscito.

Io non sono riuscita perchè non avevamo capito ma poi la Viacopi ci ha aiutate.

Ora scatta delle foto ai tre trapezi che hai costruito e inviale al maestro.

Sul secondo foglio che hai ricevuto incolla i tre trapezi che hai costruito (o fissali con lo scotch) e rispondi all'ultima domanda!

Spiega con parole tue quale caratteristica hanno in comune i tre trapezi che hai costruito tu e perché, invece, la figura sopra NON è un trapezio.

2 Non è un trapezio perché non ha i lati paralleli.

1 Invece i tre trapezi hanno in comune almeno 2 lati paralleli.

Figura 36 - Produzioni Lucia

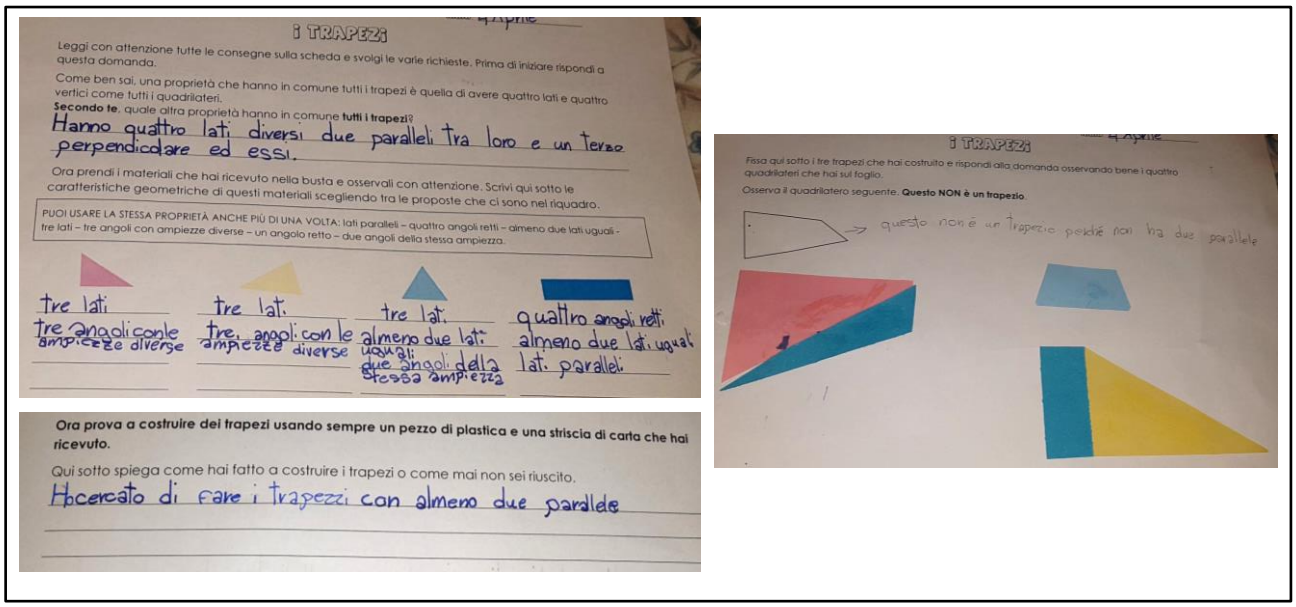


Figura 37 - Produzioni Valentina

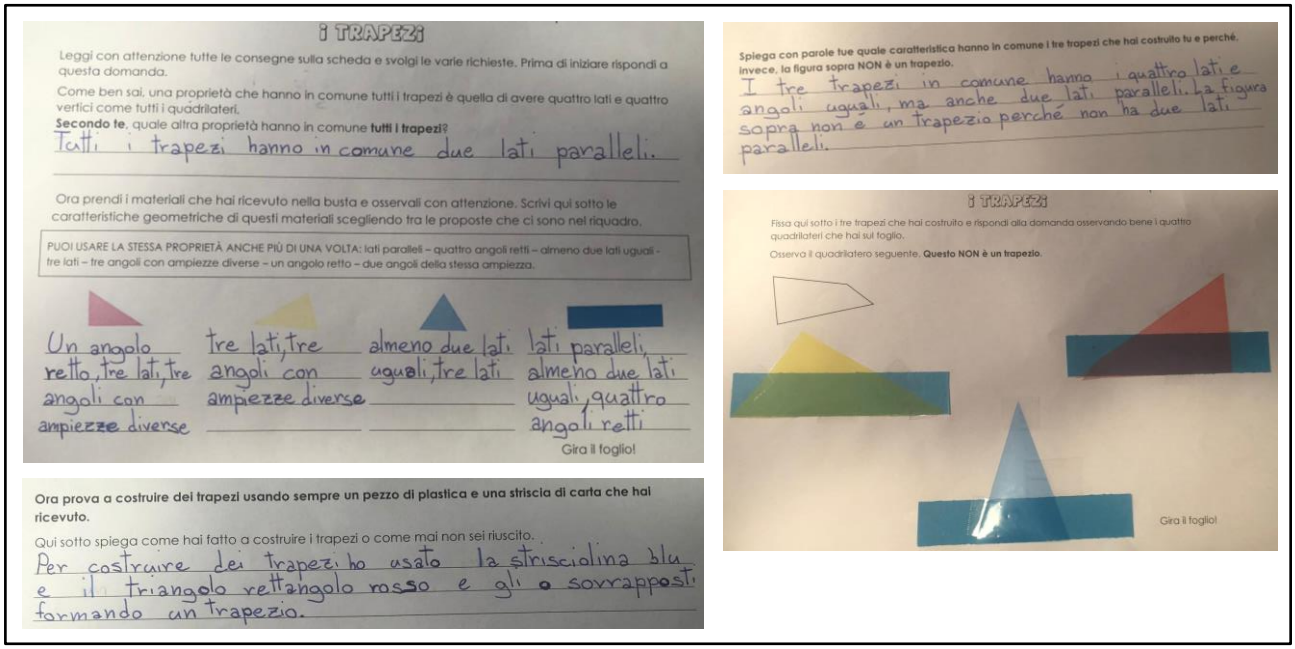
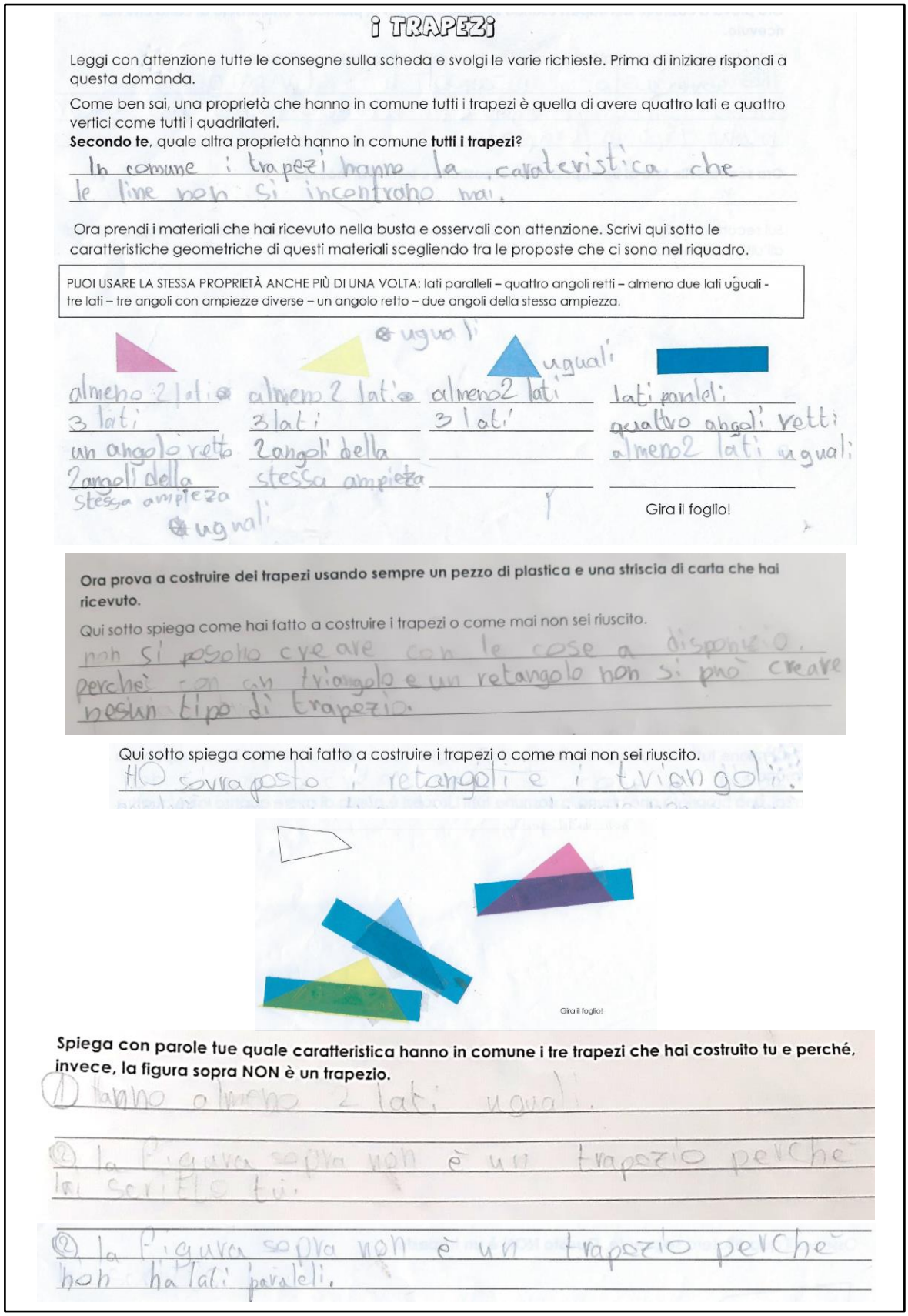


Figura 38 - Produzioni Sofia



I TRAPEZI

Leggi con attenzione tutte le consegne sulla scheda e svolgi le varie richieste. Prima di iniziare rispondi a questa domanda.

Come ben sai, una proprietà che hanno in comune tutti i trapezi è quella di avere quattro lati e quattro vertici come tutti i quadrilateri.

Secondo te, quale altra proprietà hanno in comune **tutti i trapezi**?

In comune i trapezi hanno la caratteristica che le line non si incontrano mai.

Ora prendi i materiali che hai ricevuto nella busta e osservali con attenzione. Scrivi qui sotto le caratteristiche geometriche di questi materiali scegliendo tra le proposte che ci sono nel riquadro.

PUOI USARE LA STESSA PROPRIETÀ ANCHE PIÙ DI UNA VOLTA: lati paralleli – quattro angoli retti – almeno due lati uguali - tre lati – tre angoli con ampiezze diverse – un angolo retto – due angoli della stessa ampiezza.

almeno 2 lati uguali 3 lati un angolo retto 2 angoli della stessa ampiezza	almeno 2 lati uguali 3 lati 2 angoli della stessa ampiezza	almeno 2 lati uguali 3 lati	lati paralleli quattro angoli retti almeno 2 lati uguali

Gira il foglio!

Ora prova a costruire dei trapezi usando sempre un pezzo di plastica e una striscia di carta che hai ricevuto.

Qui sotto spiega come hai fatto a costruire i trapezi o come mai non sei riuscito.

non si possono creare con le cose a disposizione, perchè con un triangolo e un retangolo non si può creare nessun tipo di trapezio.

Qui sotto spiega come hai fatto a costruire i trapezi o come mai non sei riuscito.

HO sovrapposto i retangoli e i triangoli.

Gira il foglio!

Spiega con parole tue quale caratteristica hanno in comune i tre trapezi che hai costruito tu e perché, invece, la figura sopra NON è un trapezio.

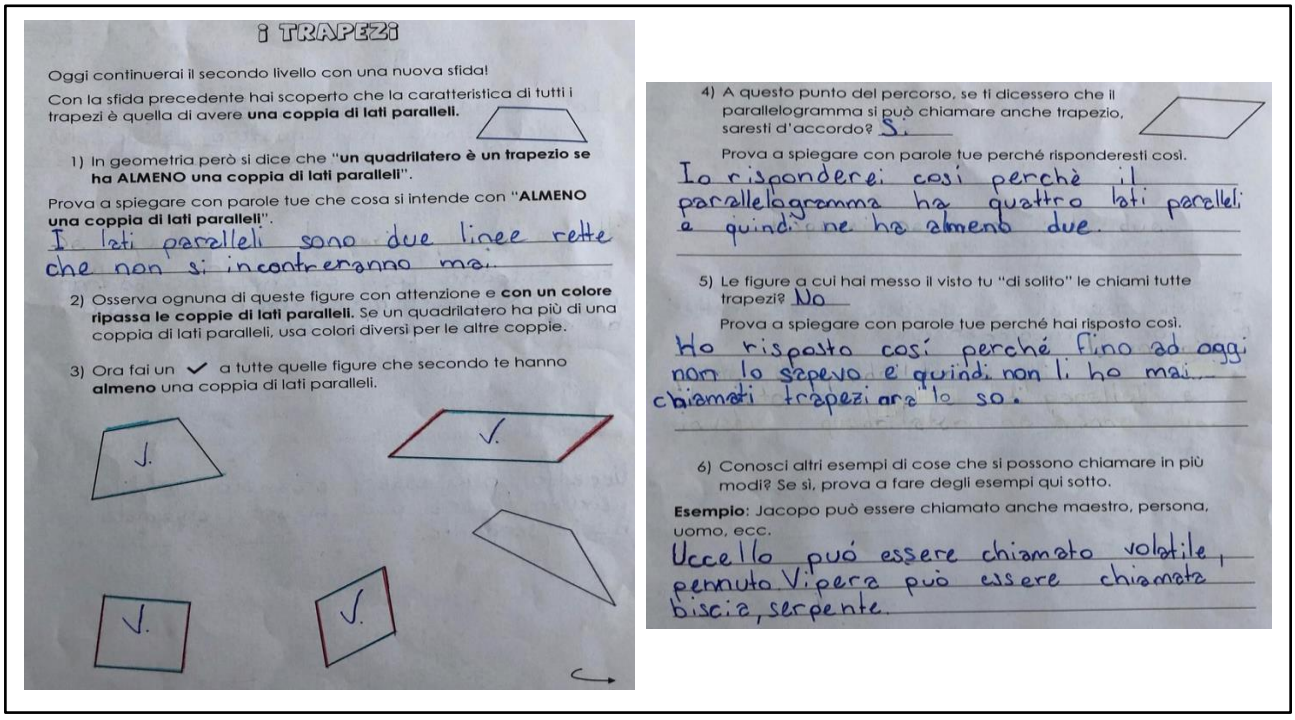
1. hanno almeno 2 lati uguali.
2. la figura sopra non è un trapezio perché lei scritto lì.
3. la figura sopra non è un trapezio perché non ha lati paralleli.

Figura 39 - Produzioni Sandra

Tabella 4 - Indicatori d'osservazione attività 9

Indicatori	**Sì**	**No**	**Parzialmente**
L'allievo colloca correttamente alle varie figure le proprietà proposte in griglia.	3		2
L'allievo riconosce che i triangoli a disposizione hanno delle caratteristiche differenti.	5		
L'allievo riconosce che il quadrilatero di carta ha dei lati paralleli.	5		
L'allievo ha richiesto l'aiuto del docente per costruire i trapezi con i materiali forniti.	5		
L'allievo è in grado di costruire dei quadrilateri con i materiali a disposizione.	5		
L'allievo è in grado di spiegare con parole proprie come ha fatto a realizzare il quadrilatero (o come non ci è riuscito).	2		3
Nella fase di confronto, l'allievo individua che la caratteristica che accomuna tutti i quadrilateri creati non sono solo i quattro lati e quattro vertici, ma anche una coppia di lati paralleli.	5		
L'allievo utilizza già termini geometricamente corretti.	4	1	
Tra l'inizio e la fine dell'attività c'è stata un'evoluzione delle conoscenze del bambino sul trapezio? (confronto domande)	5		

12. Allegato: ricerca delle coppie di lati paralleli.



I TRAPEZI

Oggi continuerai il secondo livello con una nuova sfida!

Con la sfida precedente hai scoperto che la caratteristica di tutti i trapezi è quella di avere **una coppia di lati paralleli.**

1) In geometria però si dice che "**un quadrilatero è un trapezio se ha ALMENO una coppia di lati paralleli**".

Prova a spiegare con parole tue che cosa si intende con "**ALMENO una coppia di lati paralleli**".

I lati paralleli sono due linee rette che non si incontreranno mai.

2) Osserva ognuna di queste figure con attenzione e **con un colore ripassa le coppie di lati paralleli.** Se un quadrilatero ha più di una coppia di lati paralleli, usa colori diversi per le altre coppie.

3) Ora fai un ✓ a tutte quelle figure che secondo te hanno **almeno** una coppia di lati paralleli.

4) A questo punto del percorso, se ti dicessero che il parallelogramma si può chiamare anche trapezio, saresti d'accordo? Sì

Prova a spiegare con parole tue perché risponderesti così.

Io risponderei così perchè il parallelogramma ha quattro lati paralleli e quindi ne ha almeno due.

5) Le figure a cui hai messo il visto tu "di solito" le chiami tutte trapezi? No

Prova a spiegare con parole tue perché hai risposto così.

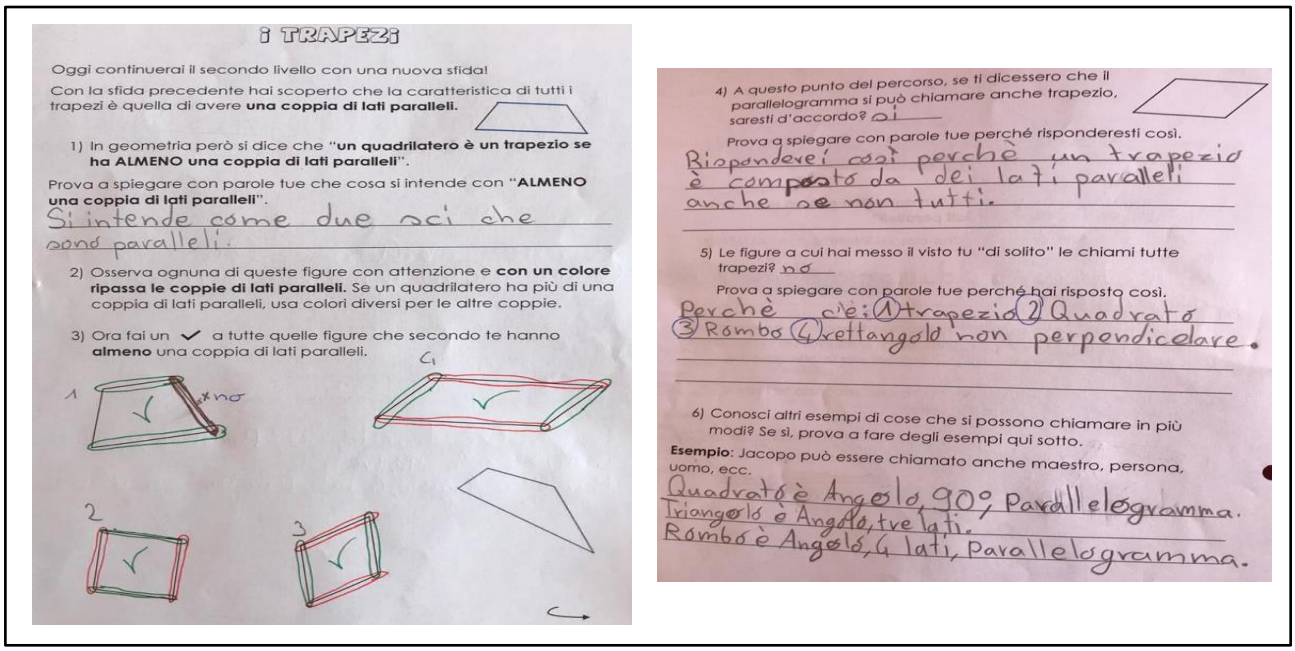
Ho risposto così perché fino ad oggi non lo sapevo e quindi non li ho mai chiamati trapezi ora lo so.

6) Conosci altri esempi di cose che si possono chiamare in più modi? Se sì, prova a fare degli esempi qui sotto.

Esempio: Jacopo può essere chiamato anche maestro, persona, uomo, ecc.

Uccello può essere chiamato volatile, pennuto. Vipera può essere chiamata biscia, serpente.

Figura 40 - Produzioni Giada



I TRAPEZI

Oggi continuerai il secondo livello con una nuova sfida!

Con la sfida precedente hai scoperto che la caratteristica di tutti i trapezi è quella di avere **una coppia di lati paralleli.**

1) In geometria però si dice che "**un quadrilatero è un trapezio se ha ALMENO una coppia di lati paralleli**".

Prova a spiegare con parole tue che cosa si intende con "**ALMENO una coppia di lati paralleli**".

Si intende come due assi che sono paralleli.

2) Osserva ognuna di queste figure con attenzione e **con un colore ripassa le coppie di lati paralleli.** Se un quadrilatero ha più di una coppia di lati paralleli, usa colori diversi per le altre coppie.

3) Ora fai un ✓ a tutte quelle figure che secondo te hanno **almeno** una coppia di lati paralleli.

4) A questo punto del percorso, se ti dicessero che il parallelogramma si può chiamare anche trapezio, saresti d'accordo? Sì

Prova a spiegare con parole tue perché risponderesti così.

Risponderei così perchè un trapezio è composto da dei lati paralleli anche se non tutti.

5) Le figure a cui hai messo il visto tu "di solito" le chiami tutte trapezi? no

Prova a spiegare con parole tue perché hai risposto così.

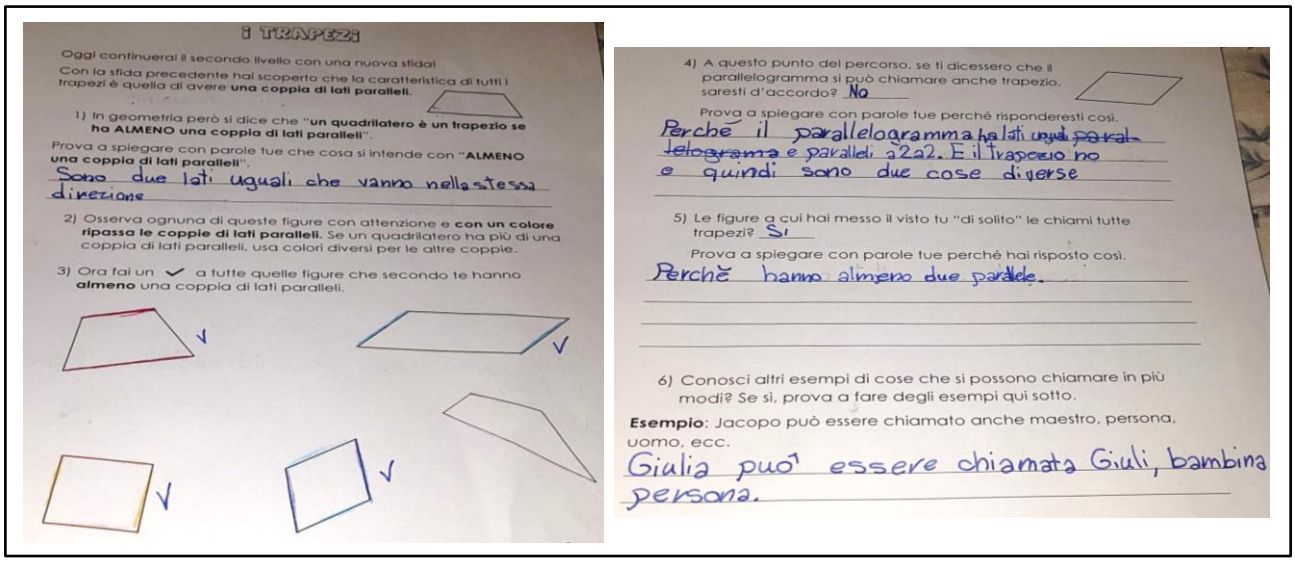
Perchè c'è: ① trapezio ② Quadrato ③ Rombo ④ rettangolo non perpendicolare.

6) Conosci altri esempi di cose che si possono chiamare in più modi? Se sì, prova a fare degli esempi qui sotto.

Esempio: Jacopo può essere chiamato anche maestro, persona, uomo, ecc.

Quadrato è Angolo 90° Parallelogramma.
Triangolo è Angolo, tre lati.
Rombo è Angolo, 4 lati, Parallelogramma.

Figura 41 - Produzioni Lucia



I TRAPEZI

Oggi continuerai il secondo livello con una nuova sfida!

Con la sfida precedente hai scoperto che la caratteristica di tutti i trapezi è quella di avere **una coppia di lati paralleli.**

1) In geometria però si dice che **"un quadrilatero è un trapezio se ha ALMENO una coppia di lati paralleli"**.

Prova a spiegare con parole tue che cosa si intende con **"ALMENO una coppia di lati paralleli"**.

Sono due lati uguali che vanno nella stessa direzione

2) Osserva ognuna di queste figure con attenzione e **con un colore ripassa le coppie di lati paralleli.** Se un quadrilatero ha più di una coppia di lati paralleli, usa colori diversi per le altre coppie.

3) Ora fai un ✓ a tutte quelle figure che secondo te hanno **almeno** una coppia di lati paralleli.

4) A questo punto del percorso, se ti dicessero che il parallelogramma si può chiamare anche trapezio, saresti d'accordo? No

Prova a spiegare con parole tue perché risponderesti così.

Perché il parallelogramma ha lati ~~uguali~~ ~~parallelogramma~~ e paralleli a 2 a 2. E il trapezio no e quindi sono due cose diverse

5) Le figure a cui hai messo il visto tu "di solito" le chiami tutte trapezi? Sì

Prova a spiegare con parole tue perché hai risposto così.

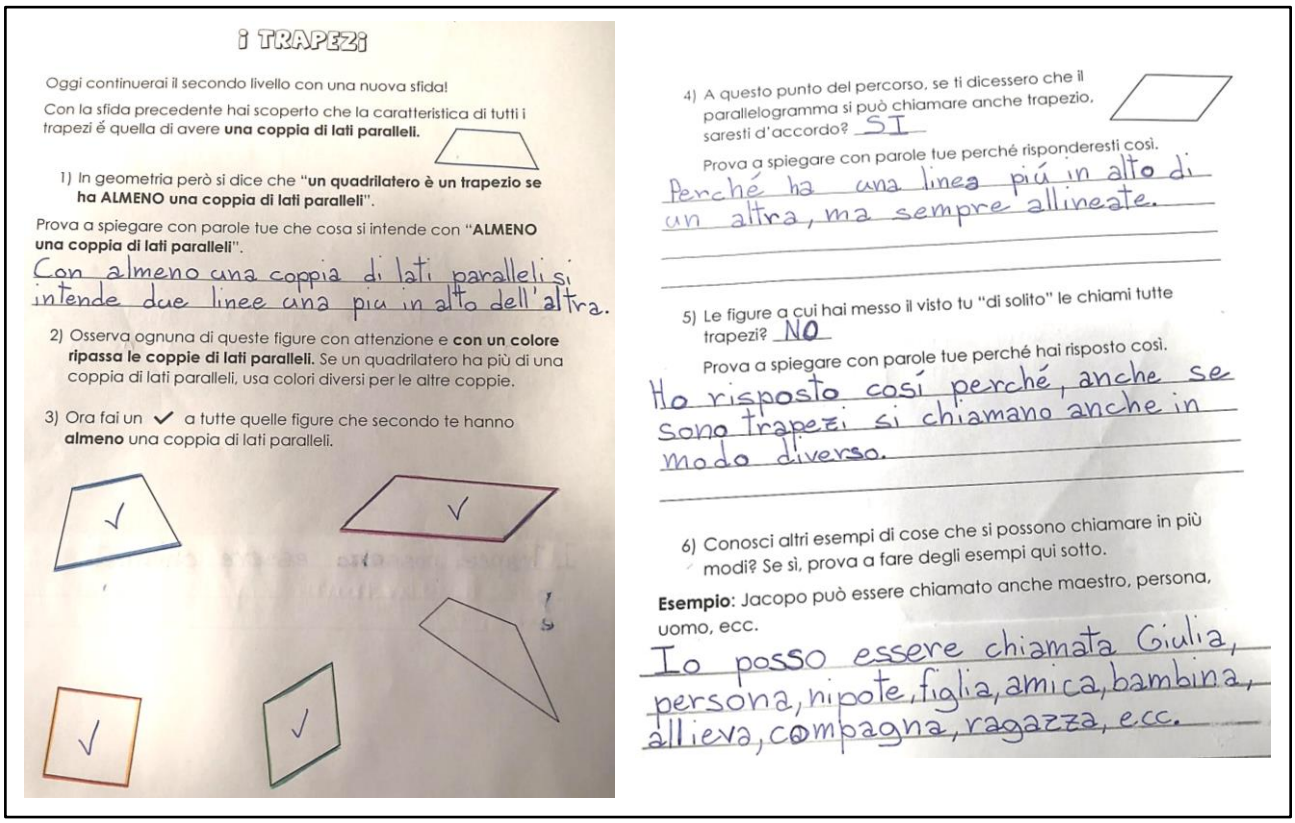
Perché hanno almeno due paralele.

6) Conosci altri esempi di cose che si possono chiamare in più modi? Se sì, prova a fare degli esempi qui sotto.

Esempio: Jacopo può essere chiamato anche maestro, persona, uomo, ecc.

Giulia può essere chiamata Giuli, bambina persona.

Figura 42 - Produzioni Valentina



I TRAPEZI

Oggi continuerai il secondo livello con una nuova sfida!

Con la sfida precedente hai scoperto che la caratteristica di tutti i trapezi è quella di avere **una coppia di lati paralleli.**

1) In geometria però si dice che **"un quadrilatero è un trapezio se ha ALMENO una coppia di lati paralleli"**.

Prova a spiegare con parole tue che cosa si intende con **"ALMENO una coppia di lati paralleli"**.

Con almeno una coppia di lati paralleli si intende due linee una più in alto dell'altra.

2) Osserva ognuna di queste figure con attenzione e **con un colore ripassa le coppie di lati paralleli.** Se un quadrilatero ha più di una coppia di lati paralleli, usa colori diversi per le altre coppie.

3) Ora fai un ✓ a tutte quelle figure che secondo te hanno **almeno** una coppia di lati paralleli.

4) A questo punto del percorso, se ti dicessero che il parallelogramma si può chiamare anche trapezio, saresti d'accordo? SI

Prova a spiegare con parole tue perché risponderesti così.

Perché ha una linea più in alto di un altra, ma sempre allineate.

5) Le figure a cui hai messo il visto tu "di solito" le chiami tutte trapezi? NO

Prova a spiegare con parole tue perché hai risposto così.

Ho risposto così perché, anche se sono trapezi si chiamano anche in modo diverso.

6) Conosci altri esempi di cose che si possono chiamare in più modi? Se sì, prova a fare degli esempi qui sotto.

Esempio: Jacopo può essere chiamato anche maestro, persona, uomo, ecc.

Io posso essere chiamata Giulia, persona, nipote, figlia, amica, bambina, allieva, compagna, ragazza, ecc.

Figura 43 - Produzioni Sofia

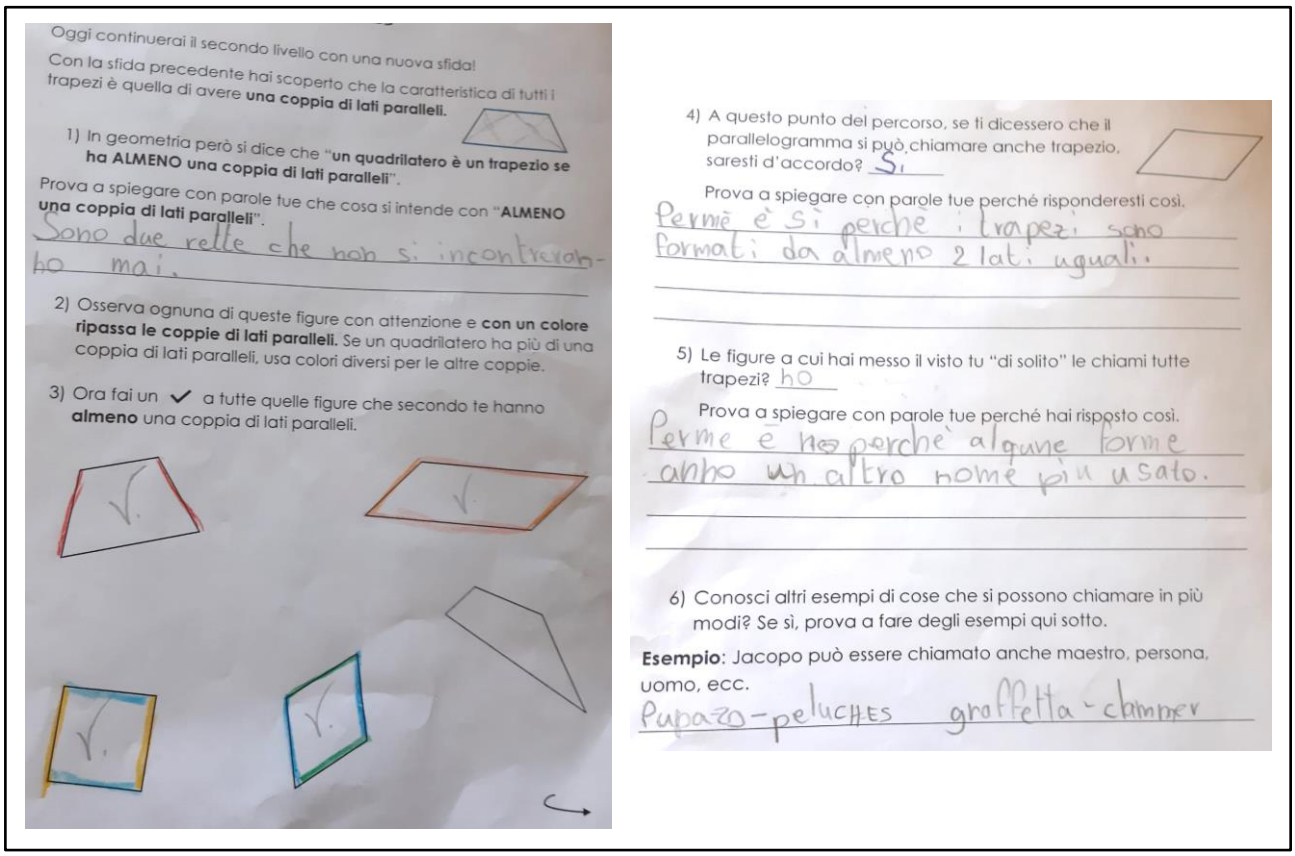
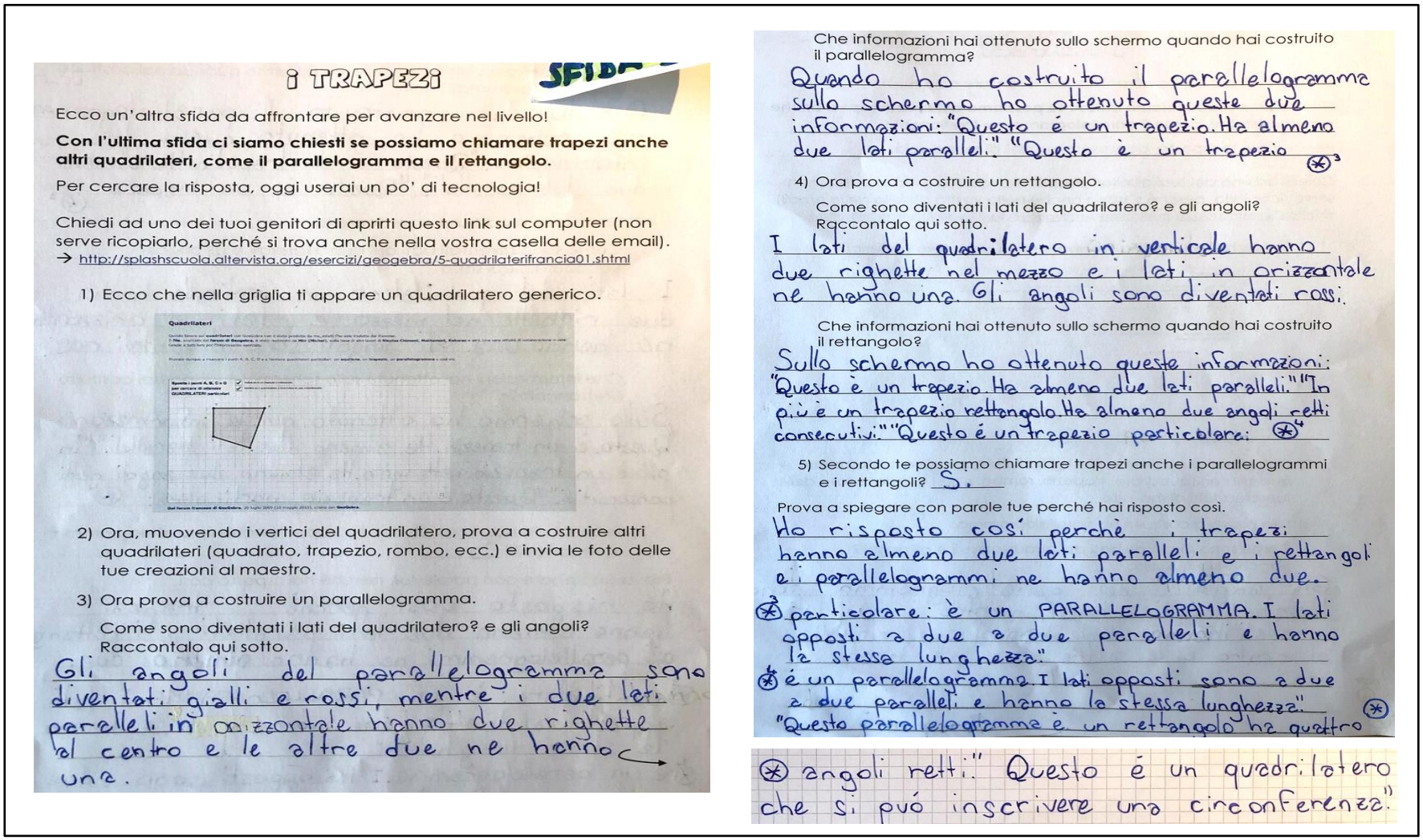


Figura 44 - Produzioni Sandra

Tabella 5 - Indicatori d'osservazione attività 10

Indicatori	Sì	No	Parzialmente
L'allievo si appropria degli schemi d'uso per poter utilizzare l'artefatto.	5		
Il bambino riconosce che tutti i quadrilateri che ha a disposizione tranne uno hanno almeno una coppia di lati paralleli.	4		1
Il bambino afferma che il parallelogramma si può chiamare anche trapezio.	4	1	
Il bambino formula un'ipotesi sul perché il parallelogramma può essere chiamato anche trapezio.	5		
Il bambino riconosce che le figure a cui ha messo il visto solitamente non le chiama tutte trapezi.	5		
Il bambino propone altri esempi di cose che possono essere chiamate con più nomi.	5		
L'allievo per argomentare utilizza dei termini geometricamente corretti (e non più "segni individuali").	3		2

13. Allegato: GeoGebra: costruire dei quadrilateri per scoprire l'inclusività della loro classificazione



I TRAPEZI

Ecco un'altra sfida da affrontare per avanzare nel livello!

Con l'ultima sfida ci siamo chiesti se possiamo chiamare trapezi anche altri quadrilateri, come il parallelogramma e il rettangolo.

Per cercare la risposta, oggi userai un po' di tecnologia!

Chiedi ad uno dei tuoi genitori di aprirti questo link sul computer (non serve ricopiarlo, perché si trova anche nella vostra casella delle email).
→ http://splashscuola.altervista.org/esercizi/geogebra/5-quadrilaterifrancia01.shtml

1) Ecco che nella griglia ti appare un quadrilatero generico.

2) Ora, muovendo i vertici del quadrilatero, prova a costruire altri quadrilateri (quadrato, trapezio, rombo, ecc.) e invia le foto delle tue creazioni al maestro.

3) Ora prova a costruire un parallelogramma.

Come sono diventati i lati del quadrilatero? e gli angoli? Raccontalo qui sotto.

Gli angoli del parallelogramma sono diventati gialli e rossi, mentre i due lati paralleli in orizzontale hanno due righette al centro e le altre due ne hanno una.

Che informazioni hai ottenuto sullo schermo quando hai costruito il parallelogramma?

Quando ho costruito il parallelogramma sullo schermo ho ottenuto queste due informazioni: "Questo è un trapezio. Ha almeno due lati paralleli." "Questo è un trapezio (*)3

4) Ora prova a costruire un rettangolo.

Come sono diventati i lati del quadrilatero? e gli angoli? Raccontalo qui sotto.

I lati del quadrilatero in verticale hanno due righette nel mezzo e i lati in orizzontale ne hanno una. Gli angoli sono diventati rossi.

Che informazioni hai ottenuto sullo schermo quando hai costruito il rettangolo?

Sullo schermo ho ottenuto queste informazioni: "Questo è un trapezio. Ha almeno due lati paralleli." "In più è un trapezio rettangolo. Ha almeno due angoli retti consecutivi." "Questo è un trapezio particolare: (*)4

5) Secondo te possiamo chiamare trapezi anche i parallelogrammi e i rettangoli? S.

Prova a spiegare con parole tue perché hai risposto così.

Ho risposto così perché i trapezi hanno almeno due lati paralleli e i rettangoli e i parallelogrammi ne hanno almeno due.

(*)2 particolare: è un PARALLELOGRAMMA. I lati opposti a due a due paralleli e hanno la stessa lunghezza."

(*) è un parallelogramma. I lati opposti sono a due a due paralleli e hanno la stessa lunghezza."

"Questo parallelogramma è un rettangolo ha quattro (*) angoli retti." Questo è un quadrilatero che si può inscrivere una circonferenza."

Figura 45 - Produzioni Giada

I TRAPEZI

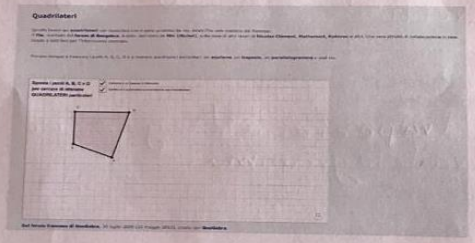
Ecco un'altra sfida da affrontare per avanzare nel livello!

Con l'ultima sfida ci siamo chiesti se possiamo chiamare trapezi anche altri quadrilateri, come il parallelogramma e il rettangolo.

Per cercare la risposta, oggi userai un po' di tecnologia!

Chiedi ad uno dei tuoi genitori di aprirti questo link sul computer (non serve ricopiarlo, perché si trova anche nella vostra casella delle email).
→ http://splashscuola.altervista.org/esercizi/geogebra/5-quadrilaterifrancia01.shtml

1) Ecco che nella griglia ti appare un quadrilatero generico.



2) Ora, muovendo i vertici del quadrilatero, prova a costruire altri quadrilateri (quadrato, trapezio, rombo, ecc.) e invia le foto delle tue creazioni al maestro.

3) Ora prova a costruire un parallelogramma.

Che informazioni hai ottenuto sullo schermo quando hai costruito il parallelogramma?

I lati sono paralleli a 2 a 2.

4) Ora prova a costruire un rettangolo.

Come sono diventati i lati del quadrilatero? e gli angoli? Raccontalo qui sotto.

I lati sono paralleli e gli angoli sono retti.

Che informazioni hai ottenuto sullo schermo quando hai costruito il rettangolo?

È un trapezio rettangolo ed è un parallelogramma.

5) Secondo te possiamo chiamare trapezi anche i parallelogrammi e i rettangoli? Sì

Prova a spiegare con parole tue perché hai risposto così.

Ho risposto così perchè ha almeno 2 lati paralleli

Figura 46 - Produzioni Lucia

I TRAPEZI SFIDA 3

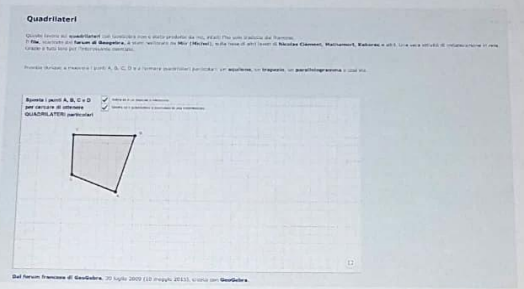
Ecco un'altra sfida da affrontare per avanzare nel livello!

Con l'ultima sfida ci siamo chiesti se possiamo chiamare trapezi anche altri quadrilateri, come il parallelogramma e il rettangolo.

Per cercare la risposta, oggi userai un po' di tecnologia!

Chiedi ad uno dei tuoi genitori di aprirti questo link sul computer (non serve ricopiarlo, perché si trova anche nella vostra casella delle email).
→ http://splashscuola.altervista.org/esercizi/geogebra/5-quadrilaterifrancia01.shtml

1) Ecco che nella griglia ti appare un quadrilatero generico.



2) Ora, muovendo i vertici del quadrilatero, prova a costruire altri quadrilateri (quadrato, trapezio, rombo, ecc.) e invia le foto delle tue creazioni al maestro.

3) Ora prova a costruire un parallelogramma.

Come sono diventati i lati del quadrilatero? e gli angoli?
Raccontalo qui sotto.

I lati del quadrilateri sono paralleli. Ci sono due angoli uguali e altri due sono uguali.

Che informazioni hai ottenuto sullo schermo quando hai costruito il parallelogramma?

I lati sono uguali e misurano della stessa misura e gli angoli sono due uguali e misurano la stessa ampiezza.

4) Ora prova a costruire un rettangolo.

Come sono diventati i lati del quadrilatero? e gli angoli?
Raccontalo qui sotto.

I lati sono due uguali e più lunghi e gli altri sono più ~~lunghi~~ corti e gli angoli sono tutti i uguali.

Che informazioni hai ottenuto sullo schermo quando hai costruito il rettangolo?

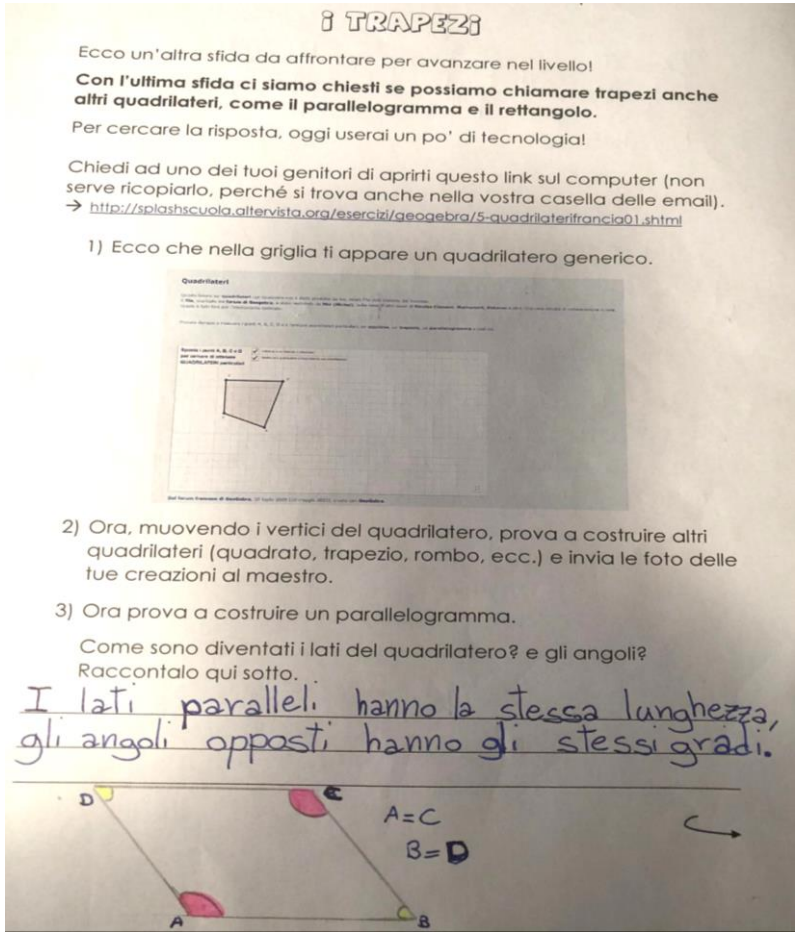
Ha 4 angoli retti. I lati opposti sono a due a due paralleli che hanno la stessa lunghezza.

5) Secondo te possiamo chiamare trapezi anche i parallelogrammi e i rettangoli? Si

Prova a spiegare con parole tue perché hai risposto così.

Secondo me si perché ha almeno due lati paralleli e hanno sempre la stessa lunghezza.

Figura 47 - Produzioni Valentina



I TRAPEZI

Ecco un'altra sfida da affrontare per avanzare nel livello!

Con l'ultima sfida ci siamo chiesti se possiamo chiamare trapezi anche altri quadrilateri, come il parallelogramma e il rettangolo.

Per cercare la risposta, oggi userai un po' di tecnologia!

Chiedi ad uno dei tuoi genitori di aprirti questo link sul computer (non serve ricopiarlo, perché si trova anche nella vostra casella delle email).
→ http://splashscuola.altervista.org/esercizi/geogebra/5-quadrilateri francia01.shtml

1) Ecco che nella griglia ti appare un quadrilatero generico.

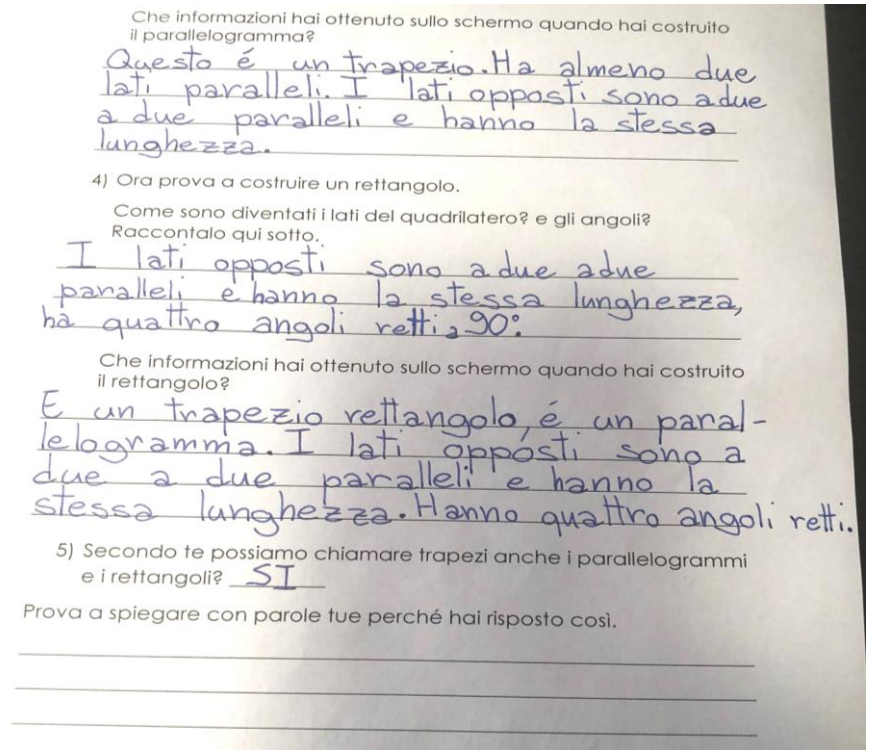
2) Ora, muovendo i vertici del quadrilatero, prova a costruire altri quadrilateri (quadrato, trapezio, rombo, ecc.) e invia le foto delle tue creazioni al maestro.

3) Ora prova a costruire un parallelogramma.

Come sono diventati i lati del quadrilatero? e gli angoli? Raccontalo qui sotto.

I lati paralleli hanno la stessa lunghezza, gli angoli opposti hanno gli stessi gradi.

D C A=C B=B A B



Che informazioni hai ottenuto sullo schermo quando hai costruito il parallelogramma?

Questo é un trapezio. Ha almeno due lati paralleli. I lati opposti sono a due a due paralleli e hanno la stessa lunghezza.

4) Ora prova a costruire un rettangolo.

Come sono diventati i lati del quadrilatero? e gli angoli? Raccontalo qui sotto.

I lati opposti sono a due a due paralleli e hanno la stessa lunghezza, hà quattro angoli retti, 90°.

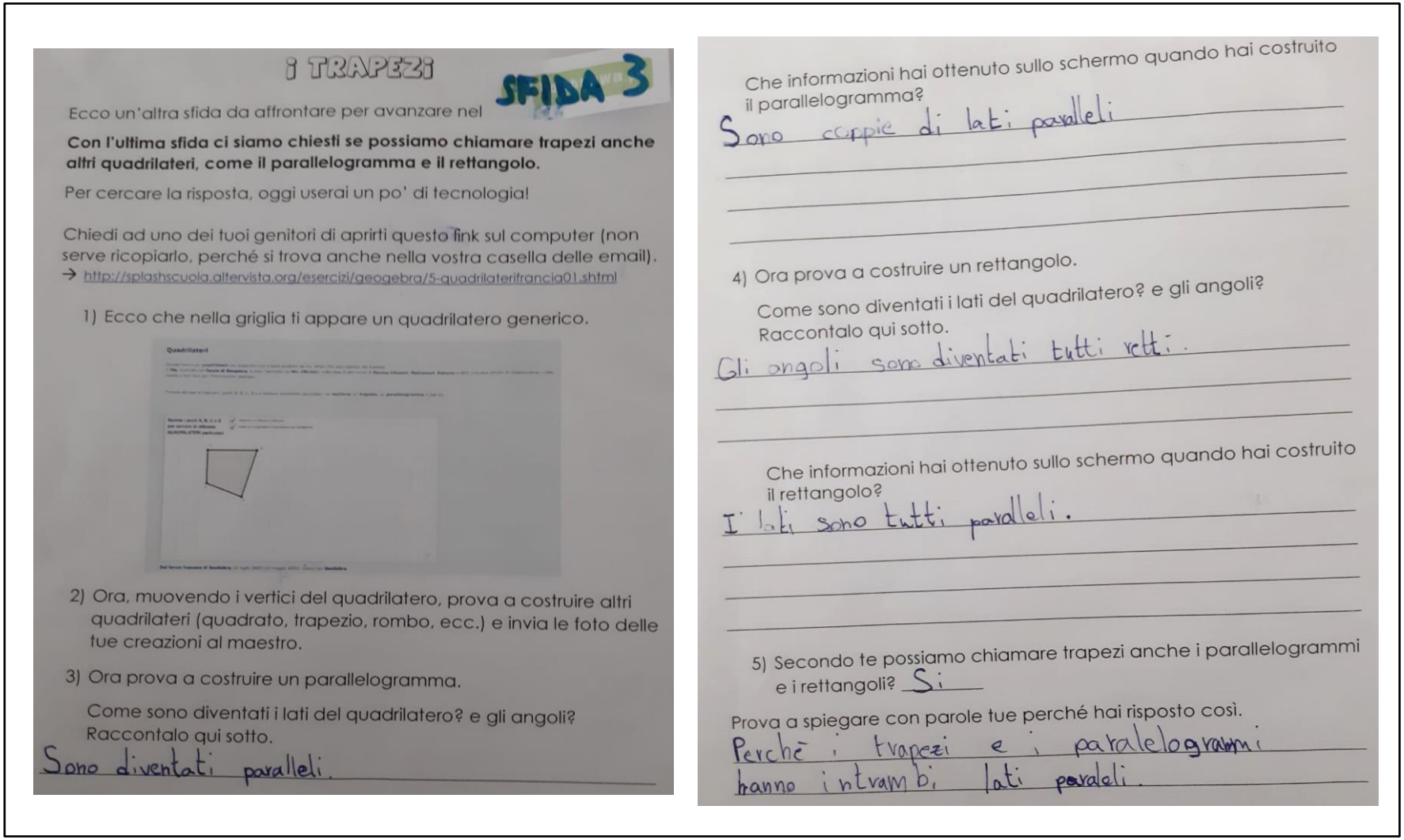
Che informazioni hai ottenuto sullo schermo quando hai costruito il rettangolo?

E un trapezio rettangolo, é un parallelogramma. I lati opposti sono a due a due paralleli e hanno la stessa lunghezza. Hanno quattro angoli retti.

5) Secondo te possiamo chiamare trapezi anche i parallelogrammi e i rettangoli? SI

Prova a spiegare con parole tue perché hai risposto così.

Figura 48 - Produzioni Sofia



I TRAPEZI

SFIDA 3

Ecco un'altra sfida da affrontare per avanzare nel

Con l'ultima sfida ci siamo chiesti se possiamo chiamare trapezi anche altri quadrilateri, come il parallelogramma e il rettangolo.

Per cercare la risposta, oggi userai un po' di tecnologia!

Chiedi ad uno dei tuoi genitori di aprirti questo link sul computer (non serve ricopiarlo, perché si trova anche nella vostra casella delle email).
→ http://splashscuola.altervista.org/esercizi/geogebra/5-quadrilaterifrancia01.shtml

1) Ecco che nella griglia ti appare un quadrilatero generico.

2) Ora, muovendo i vertici del quadrilatero, prova a costruire altri quadrilateri (quadrato, trapezio, rombo, ecc.) e invia le foto delle tue creazioni al maestro.

3) Ora prova a costruire un parallelogramma.

Come sono diventati i lati del quadrilatero? e gli angoli? Raccontalo qui sotto.

Sono diventati paralleli.

Che informazioni hai ottenuto sullo schermo quando hai costruito il parallelogramma?

Sono coppie di lati paralleli

4) Ora prova a costruire un rettangolo.

Come sono diventati i lati del quadrilatero? e gli angoli? Raccontalo qui sotto.

Gli angoli sono diventati tutti retti.

Che informazioni hai ottenuto sullo schermo quando hai costruito il rettangolo?

I lati sono tutti paralleli.

5) Secondo te possiamo chiamare trapezi anche i parallelogrammi e i rettangoli? Si

Prova a spiegare con parole tue perché hai risposto così.

Perché i trapezi e i paralelogrammi hanno intrambi lati paralleli.

Figura 49 - Produzioni Sandra

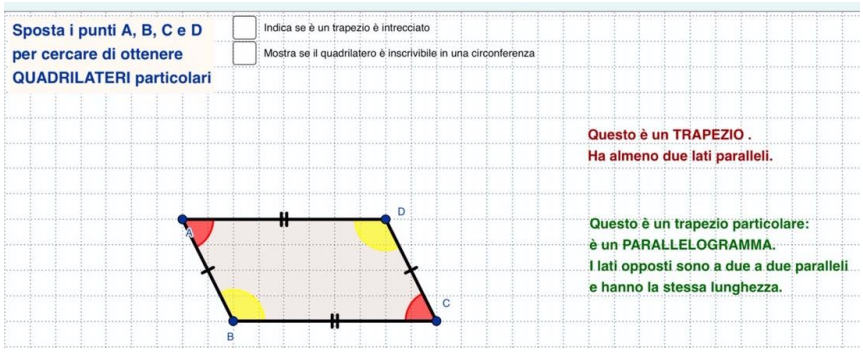


Figura 50 - Esempio di quadrilatero costruito da un'allieva attraverso l'artefatto multimediale

Tabella 6 - Indicatori d'osservazione attività 11

Indicatori	Sì	No	Parzialmente
Attraverso la manipolazione dell'artefatto digitale l'allievo riesce a creare quadrilateri differenti.	5		
In seguito ai risultati ottenuti usando l'artefatto, l'allievo afferma che anche il parallelogramma e il rettangolo possono essere chiamati trapezi.	5		
L'allievo motiva con un'ipotesi perché anche il parallelogramma e il rettangolo possono essere chiamati trapezi.	4	1	
L'allievo acquisisce gli schemi d'uso dell'artefatto.	5		
L'allievo descrive con termini geometricamente corretti i risultati ottenuti.	5		

14. Allegato: quali proprietà possiedono questi quadrilateri?

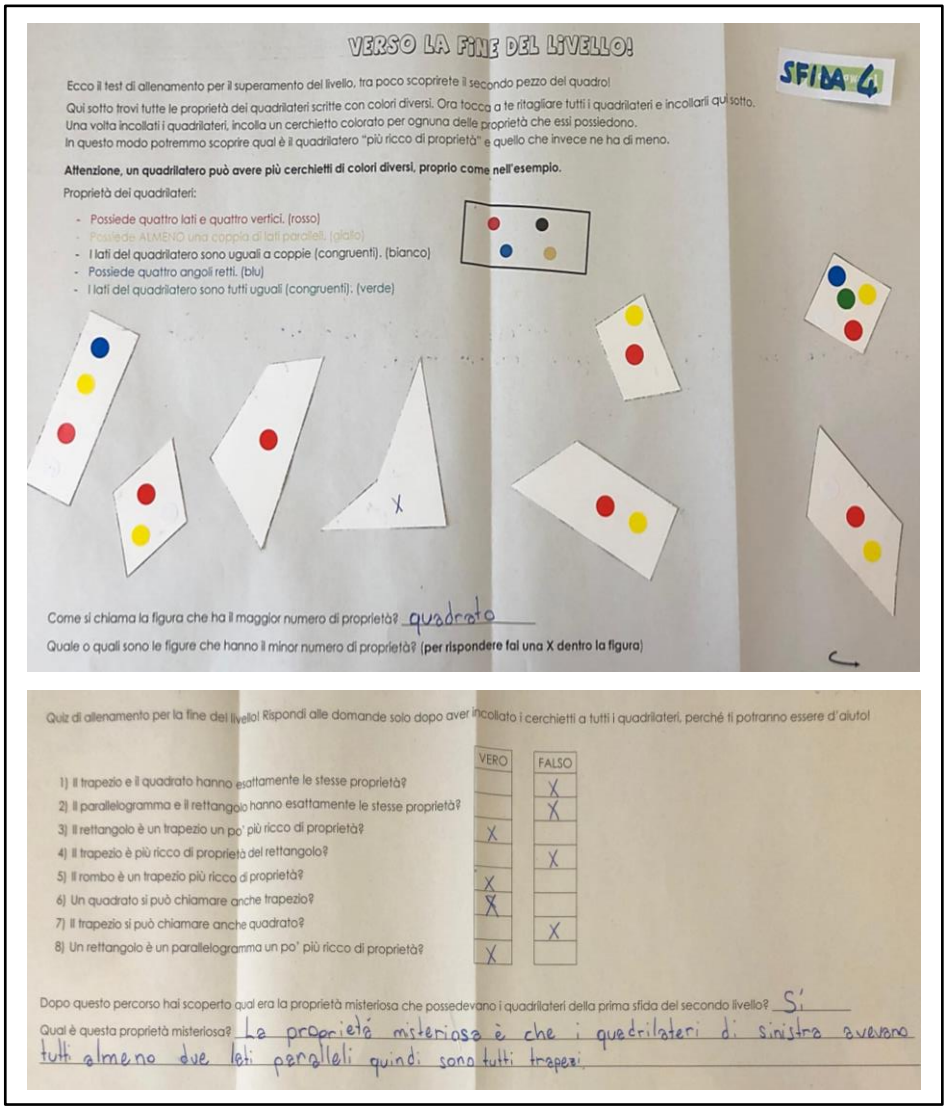


Figura 51 - Produzioni Giada

Tabella 7 - Indicatori d'osservazione attività 12

Indicatori	Sì	No	Parzialmente
Il bambino individua correttamente le proprietà dei vari quadrilateri.	3		2
Il bambino riconosce che il quadrato è il quadrilatero che possiede il numero maggiore di proprietà.	5		
Il bambino riconosce correttamente le figure che possiedono il numero minore di proprietà.	3		2
Il bambino risponde correttamente al quiz.	2		3
L'allievo individua la proprietà che accomunava tutte le figure della seconda RC.	2	3	
Il bambino usa un lessico geometricamente corretto per descrivere la proprietà individuata.	3		

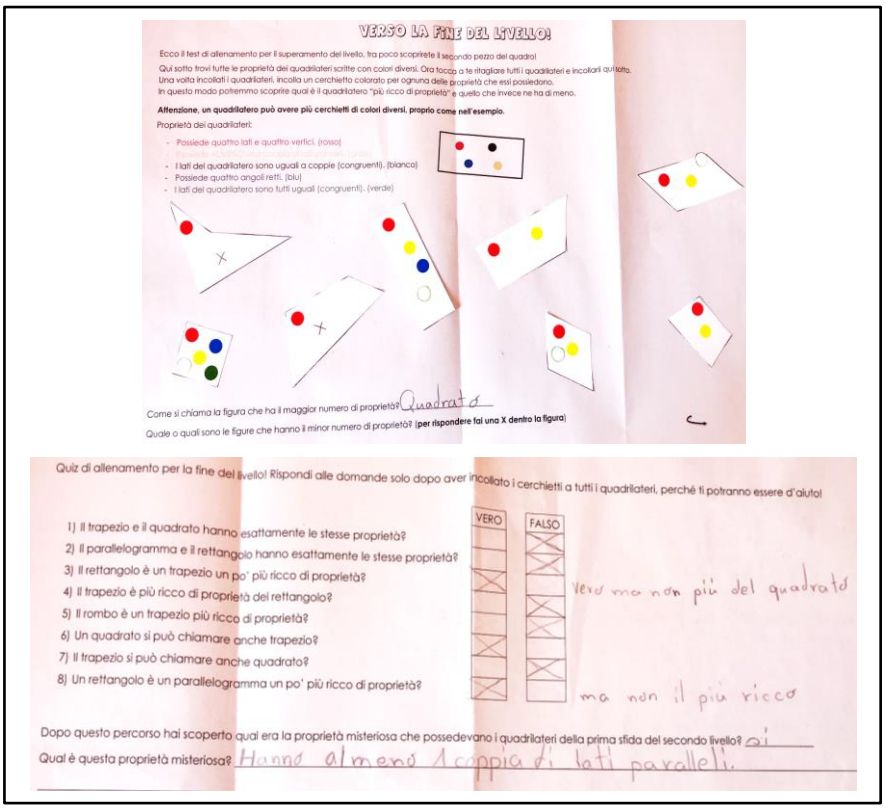


Figura 52 - Produzioni Giada

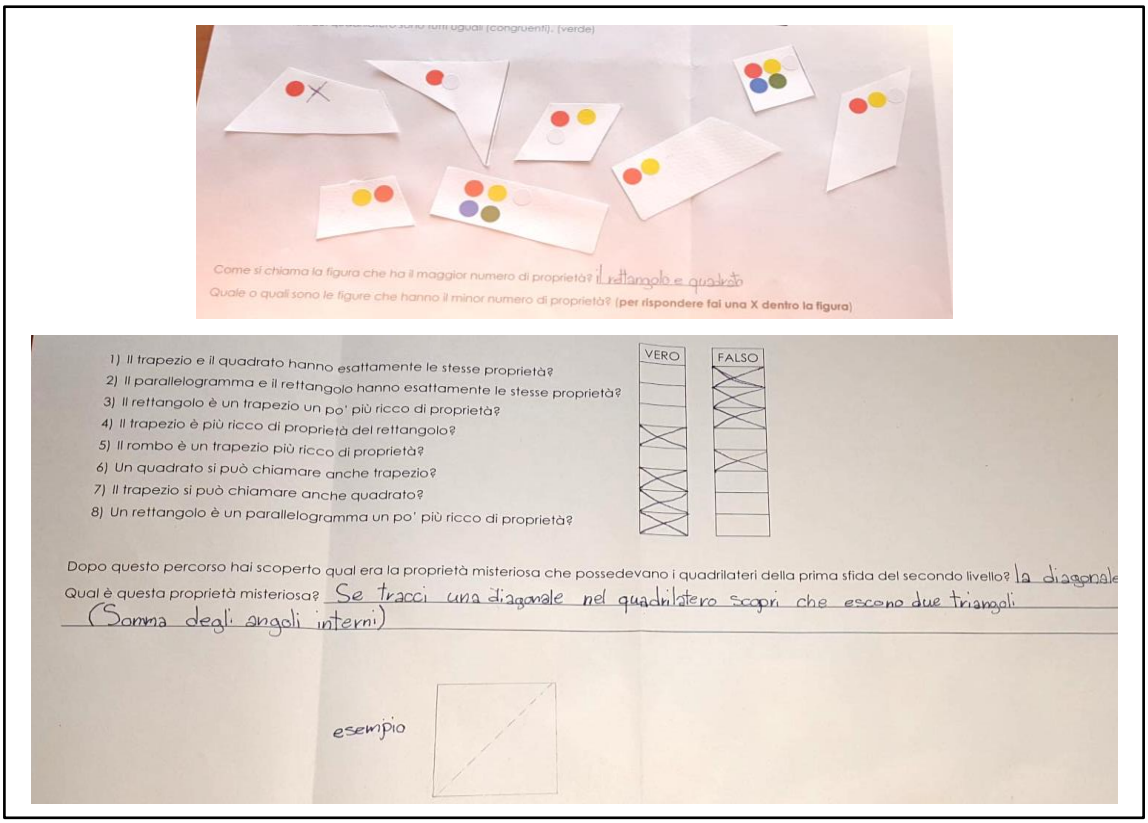


Figura 53 - Produzioni Valentina

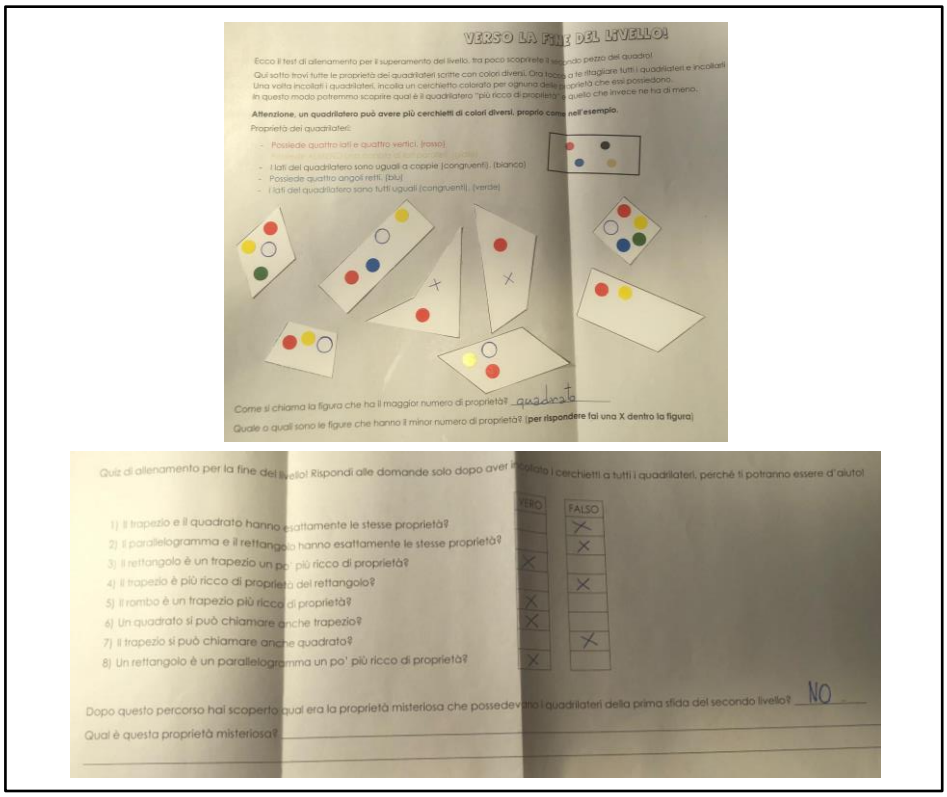


Figura 54 - Produzioni Sofia

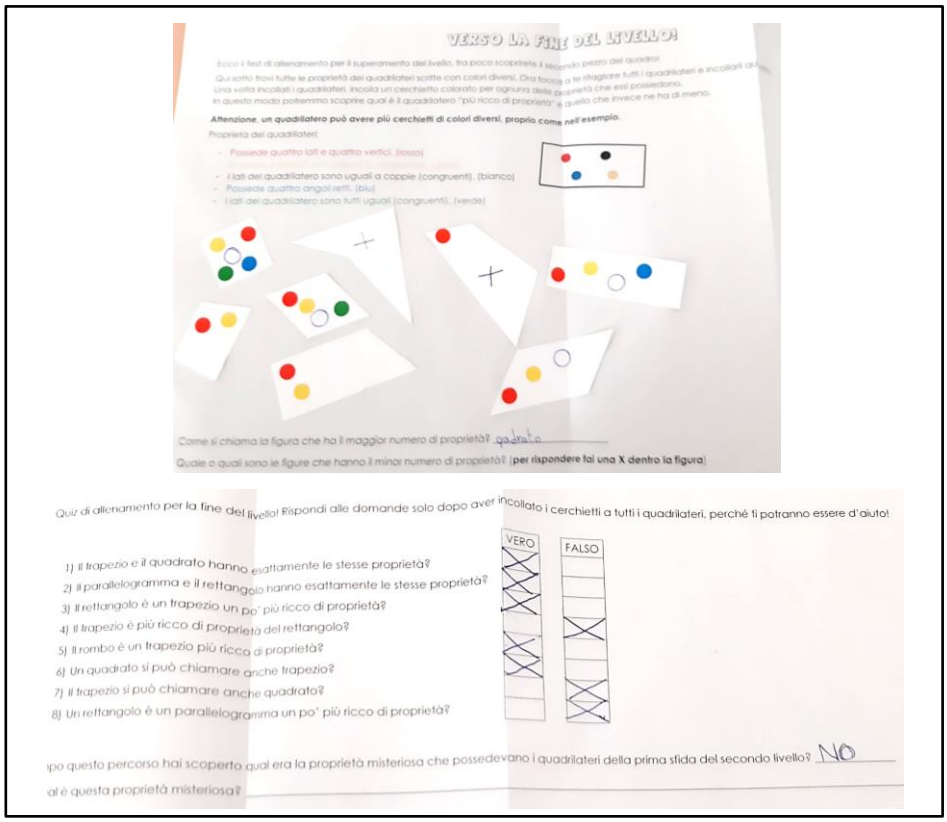


Figura 55 - Produzioni Sandra

15. Allegato: la verifica sommativa. Quiz con il software Kahoot!

Nickname	Accuracy	Final score
Docente	100%	23000
Giada	93%	21500
Lucia	93%	20000
Sofia	87%	18600

Figura 56 - Risultato del quiz fatto con *Kahoot!* (versione completa)

Nickname	Accuracy	Final score
Sandra	91%	14000
Valentina	91%	13600

Figura 57 - Risultato del quiz fatto con *Kahoot!* (versione semplificata)

16. Allegato: analisi Giada

Dalla prova in entrata sulla proprietà caratteristica del trapezio, emerge che l'allieva riconosce una differenza nei lati tra i due gruppi e per descriverla usa dei termini geometricamente coerenti, ma, probabilmente, in modo improprio. Essa afferma infatti che "i quadrilateri a sinistra hanno due lati uguali" (cfr. allegato 10). Questa sua produzione può essere interpretata in due modi differenti: "uguali" inteso come congruenti, oppure "uguali" come termine meno preciso per intendere paralleli. Personalmente, come per Lucia (cfr. par. 5.2.1) propendo per la seconda ipotesi, in quanto nell'attività successiva, la bambina usa il termine corretto. Ciò testimonia che le sue conoscenze sono in costruzione.

Con la seconda attività si nota un'evoluzione nel lessico utilizzato, che ora è più preciso (cfr. allegato 11). L'allieva infatti dice che "i trapezi hanno due lati paralleli". La bambina è riuscita ad attribuire correttamente tutte le proprietà alle componenti dell'artefatto, tuttavia ha necessitato dell'aiuto del docente per riuscire ad acquisire gli schemi d'uso di questo, ovvero la sovrapposizione delle figure. Dalle risposte fornite sulla scheda si può affermare che l'allieva abbia interiorizzato la proprietà caratteristica dei trapezi.

Nella terza attività si nota che l'alunna ha interiorizzato la definizione di *lati paralleli,* tuttavia non pone la sua attenzione sulla parola *almeno,* non spiegando cosa si intenda con quel quantificatore. In seguito al lavoro sull'artefatto, ovvero i quadrilateri stampati, si nota però come l'allieva metta al centro la parola *almeno* per motivare la possibilità di chiamare trapezio anche un parallelogramma (cfr. allegato 12). Ciò mi porta a riaffermare l'importanza del ciclo didattico, in quanto oltre alla manipolazione dell'artefatto è importante abbinare delle fasi di riflessione e produzione di segni, sia individuali, sia collettive (cfr. par. 2.4.1). Osservando con attenzione la scheda della bambina, si può notare che per evidenziare i lati paralleli ha utilizzato una riga. La scelta di utilizzare questo artefatto, che materializza ancor di più il parallelismo dei lati, è molto interessante per la costruzione interna delle conoscenze e rimanda alla teoria dell'*embodiment* (cfr. par. 2.5).

Con la quarta attività si può cogliere appieno il valore dell'artefatto tecnologico, ovvero il software *GeoGebra*. Grazie alle indicazioni fornite, l'allieva si è appropriata degli schemi d'uso, ovvero trascinare i vertici della figura, ed è riuscita a costruire i vari quadrilateri. Dalle sue produzioni (cfr. allegato 13) si nota la precisione con cui ha osservato i prodotti costruiti e raccolto le informazioni ottenute. Ciò le ha permesso di cogliere appieno la relazione inclusiva che caratterizza la classificazione dei quadrilateri (cfr. par. 2.1) e che si ritrova automaticamente nella risposta, dove esprime con chiarezza che anche il parallelogramma e il rettangolo sono dei trapezi, in quanto hanno "*almeno* due lati paralleli".

Dalle produzioni dell'ultima attività, si osserva anche in questo caso che la bambina si appropria degli schemi d'uso dell'artefatto e risolve il compito con successo. Dal punto di vista della ricerca è interessante notare come l'allieva si sia resa conto dell'inclusività delle proprietà dei quadrilateri (cfr. allegato 14), sia perché riconosce che il quadrato è il quadrilatero più ricco, sia perché risponde correttamente a tutte le domande del quiz, ma soprattutto perché ha riconosciuto la proprietà che avevano in comune tutti i quadrilateri del gruppo di sinistra della RC (cfr. allegato 10) e afferma che tali figure "*quindi sono tutti trapezi*".

Nel quiz conclusivo svolto sulla piattaforma *Kahoot!*, Giada ha risposto alle domande con la stessa accuratezza dell'allieva 2 (cfr. Figura 56).

17. Allegato: analisi Sofia

Dalla prova in entrata (cfr. allegato 10), posso osservare che l'allieva ha compreso la proprietà caratterizzante dei quadrilateri, poiché ha scritto che essi "hanno tutti quattro angoli e quattro lati". Oltre a ciò, è ancora più interessante osservare che lei ha riconosciuto il parallelismo dei lati della raccolta di sinistra. Per descrivere la proprietà utilizza già dei termini condivisibili socialmente: "[…] hanno almeno due lati paralleli".

Con le produzioni dell'attività successiva (cfr. allegato 11) notiamo che l'allieva, per descrivere la proprietà che accomuna tutti i trapezi, non ha utilizzato il quantificatore *almeno*, ma utilizza ancora dei termini geometricamente corretti. Con questa attività non era infatti possibile cogliere il caso particolare di trapezio che possiede due coppie di lati paralleli: il parallelogramma. Come nel caso di Giada (cfr. allegato 16), la bambina attribuisce correttamente tutte le proprietà alle figure geometriche che compongono l'artefatto concreto. Anche lei ha necessitato dell'aiuto del docente per appropriarsi degli schemi d'uso dell'artefatto, ovvero sovrapporre il triangolo in plastica al rettangolo in carta, ed è riuscita a costruire con successo i tre trapezi. Dalla sua scheda si può leggere che è stata in grado di descrivere il procedimento che ha seguito per costruire i tre quadrilateri. Analizzando più in dettaglio il testo si nota come abbia utilizzato sia termini geometricamente corretti, ovvero "triangolo rettangolo", sia termini più personali, come "strisciolina blu" per denominare il rettangolo. Con l'ultima domanda dell'attività si può osservare che l'allieva ha riconosciuto la differenza tra i trapezi e i quadrilateri generici. Anche in questo caso non ha utilizzato il quantificatore *almeno*.

Osservando le produzioni della terza attività (cfr. allegato 12) emerge ancora in modo chiaro l'importanza per gli allievi e il docente di *descrivere* prima ancora di passare alle definizioni scientificamente corrette (cfr. par. 2.6). Queste descrizioni mi hanno permesso di capire che l'allieva potrebbe avere una concezione erronea; leggiamo infatti che due lati paralleli per lei sono "due linee di cui una è più in alto dell'altra" e non due linee rette aventi la stessa direzione.
Malgrado tale eventuale concezione, l'allieva ha svolto con successo l'attività, affermando che il parallelogramma può essere chiamato anche lui trapezio, perché anch'esso ha i lati "allineati".

Con la quarta attività (cfr. allegato 13) si nota che, come nel caso di Giada (cfr. Figura 45), la bambina è stata molto precisa nel riportare le indicazioni ottenute durante il lavoro svolto con l'artefatto tecnologico. La bambina si è appropriata dei suoi schemi d'uso; ovvero trascinare i vertici del quadrilatero ed è riuscita a costruire le varie figure. Purtroppo l'alunna ha risposto solo parzialmente alla domanda 5 (cfr. Figura 48). Per cui a questo punto del percorso è possibile cogliere solo

parzialmente l'evoluzione dell'allieva e di come lei stia iniziando a comprendere l'inclusività della classificazione dei quadrilateri (cfr. par. 2.1); ad esempio osservando la risposta 4 dell'attività precedente (cfr. Figura 43) dove usa la parola "sempre" per dire che il parallelogramma ha i lati paralleli come il trapezio.

Dalla quinta attività possiamo invece affermare con maggiore sicurezza che l'alunna ha compreso l'inclusività della classificazione dei quadrilateri, in quanto dopo aver attribuito le proprietà ai vari quadrilateri senza commettere errori, ha risposto alle domande vero/falso anche in questo caso senza errori (cfr. Figura 54). In particolare, ha compreso "l'irreversibilità" delle affermazioni: il quadrato si può chiamare anche trapezio, ma il contrario non è possibile.
La risposta all'ultima domanda è un po' contradditoria. L'allieva risponde di non riconoscere la proprietà misteriosa iniziale nonostante fosse la stessa proprietà dei trapezi che lei ha dimostrato di conoscere e mobilitare nelle attività successive. (cfr. Figura 33).

Infine, nel quiz svolto al rientro dalle vacanze pasquali, la bambina ha risposto alle domande con un'accuratezza dell'87% (cfr. Figura 56). Questo dato conferma comunque un'evoluzione positiva delle competenze dall'allieva, grazie al percorso svolto.

18. Allegato: analisi Sandra

Osservando la prova in entrata della quinta allieva osserviamo che riesce a verbalizzare la proprietà che accomuna le figure con termini geometricamente corretti (cfr. Figura 32). Tuttavia, se si presta attenzione alle altre tracce presenti sulla scheda si nota che l'allieva ha utilizzato dei simboli per indicare i lati congruenti, che finora noi non abbiamo mai utilizzato. Questi simboli potrebbero essere stati mutuati dall'artefatto tecnologico (cfr. Figura 50), nel caso in cui l'allieva non avesse seguito l'ordine preventivato delle attività[4]. Oppure potrebbe averli appresi dalla sorella maggiore se quest'ultima le avesse offerto un piccolo aiuto. Dal momento che i simboli sono stati utilizzati per segnalare i lati congruenti e sul trapezio scaleno non sono presenti, posso ipotizzare che l'allieva utilizzi impropriamente il termine *parallelo* per indicare i lati congruenti, dato che nella frase ha scritto "*quasi tutti* hanno almeno due lati paralleli".

La prima domanda della seconda attività (cfr. Figura 39), dimostra invece che l'allieva ha riconosciuto la proprietà distintiva dei trapezi, la quale è descritta con termini coerenti geometricamente, ma impropri: "linee che non si incontrano mai", in quanto nella sua descrizione è escluso il caso di due rette sovrapposte, anch'esse parallele.

Per quanto concerne l'attività di attribuzione delle proprietà alle figure geometriche che componevano l'artefatto, si può notare che l'allieva ha collocato correttamente le principali proprietà alle figure, come i "lati paralleli", i "quattro angoli retti", "almeno due lati uguali" e i "tre lati". Probabilmente, avendo solo osservato le figure e non avendole misurate con altri artefatti come il goniometro e il righello, la bambina ha attribuito alcune caratteristiche impropriamente, come ad esempio "due lati uguali" per il triangolo scaleno.

Anche la quinta allieva ha necessitato dell'aiuto del docente per appropriarsi degli schemi d'uso dell'artefatto (cfr. par. 2.3). Infatti, si vede dall'immagine che ha modificato la risposta alla domanda in cui le si chiedeva di spiegare come ha fatto per costruire le tre figure (cfr. Figura 39) Una volta acquisiti gli schemi d'uso, con lo strumento, la bambina è riuscita a costruire i tre trapezi e a riconoscerne la caratteristica distintiva che esprime con termini geometricamente coerenti, ma

[4] A causa dell'organizzazione dell'insegnamento a distanza, i materiali delle attività, seppur separati in buste numerate, sono stati consegnati tutti in una sola volta ai genitori, per cui l'allieva li aveva già tutti a disposizione.

impropri: “hanno almeno due lati uguali”. Nella risposta si può anche leggere che “la figura sopra non è un trapezio perché il maestro ha scritto così” sulla scheda. Per stimolarla a verbalizzare la sua riflessione, tramite WhatsApp le ho chiesto se anche quel quadrilatero avesse “i lati uguali” come i tre trapezi che ha costruito lei. Con un messaggio vocale la bambina mi ha risposto “no, perché non ha due lati paralleli”. Per questa risposta ha dunque utilizzato un termine geometricamente corretto, più preciso, che mi ha permesso di confermare che l’allieva conosce il concetto di parallelismo.
Tale conferma è visibile anche con la risposta alla prima domanda della terza attività (cfr. Figura 44). Tuttavia, come le altre compagne, l’alunna non considera il quantificatore *almeno* all’interno della sua spiegazione.
La bambina individua correttamente i lati paralleli, tranne nel caso del trapezio, dove evidenzia i lati obliqui, i quali non sono nemmeno congruenti. L’allieva inizia a cogliere l'inclusività della classificazione dei quadrilateri, poiché afferma che il parallelogramma può essere chiamato trapezio, perché “i trapezi sono formati da almeno due lati uguali”. È interessante evidenziare anche l’utilizzo del plurale, il quale indica che l’allieva generalizza la proprietà a tutti i trapezi e non solamente a quello presente sulla scheda.

Con la quarta attività, la bambina riporta in modo meno preciso rispetto alle compagne le informazioni che ottiene sullo schermo utilizzando l’artefatto tecnologico (cfr. Figura 49). Malgrado ciò, l’allieva ha risolto con successo l’attività, in quanto si è appropriata degli schemi d’uso dell’artefatto e, trascinando i vertici del quadrilatero, è riuscita a costruire le altre figure. Alla domanda “possiamo chiamare trapezi anche i parallelogrammi e i rettangoli?”, l’allieva risponde affermativamente dicendo che “i trapezi e i parallelogrammi hanno entrambi dei lati paralleli”. Nella spiegazione non viene menzionato il rettangolo, ma la risposta evidenzia un’evoluzione nella costruzione delle possibili relazioni di inclusione tra le differenti classi di quadrilateri, in quanto riconosce che il parallelismo dei lati è una proprietà condivisa da più figure.

Dalle produzioni della quinta attività (cfr. Figura 55) si può notare che l’allieva si appropria degli schemi d’uso dell’artefatto e attribuisce correttamente le proprietà ai relativi quadrilateri. Solo nel quadrilatero generico con un angolo concavo, la bambina non riconosce che la figura possiede quattro lati. Nel caso dei due trapezi l’allieva afferma che hanno due lati paralleli e non colloca il cerchietto bianco dei lati congruenti, per cui non ha confuso i due significati e ciò attesta una sua evoluzione.
Dalle attività precedenti posso affermare che le competenze dell’allieva siano evolute e che lei abbia compreso l’inclusività della classificazione dei quadrilateri, poiché è riuscita ad individuare la figura “più ricca” e quella “più povera” di proprietà. Nelle domande sul retro della scheda l’allieva ha risposto in modo parzialmente corretto, commettendo tre errori. Tramite *WhatsApp* le ho proposto di

controllare i cerchietti che aveva incollato per il trapezio e il quadrato e vedere se fossero esattamente gli stessi. Nelle domande seguenti si nota anche che l'alunna ha compreso che il quadrato può essere chiamato trapezio, ma non viceversa, per cui l'errore precedente può essere imputato ad un'incomprensione della domanda.

In questo caso, come per Valentina (cfr. par 5.2.2), emerge in modo più evidente l'importanza e il bisogno di confronto. Da qui l'importanza di seguire l'intero ciclo didattico (cfr. par. 2.4.1) per poter promuovere una didattica efficace con l'uso di artefatti e permettere agli allievi di evolvere i propri significati e risolvere eventuali concezioni erronee.

In conclusione, nel quiz svolto al rientro dalle vacanze pasquali, l'allieva ha risposto alle domande con un'accuratezza dell'91% (cfr. Figura 57). Questo dato conferma comunque un'evoluzione positiva delle competenze, grazie al percorso svolto.

19. Allegato: schede vuote proposte durante la didattica a distanza

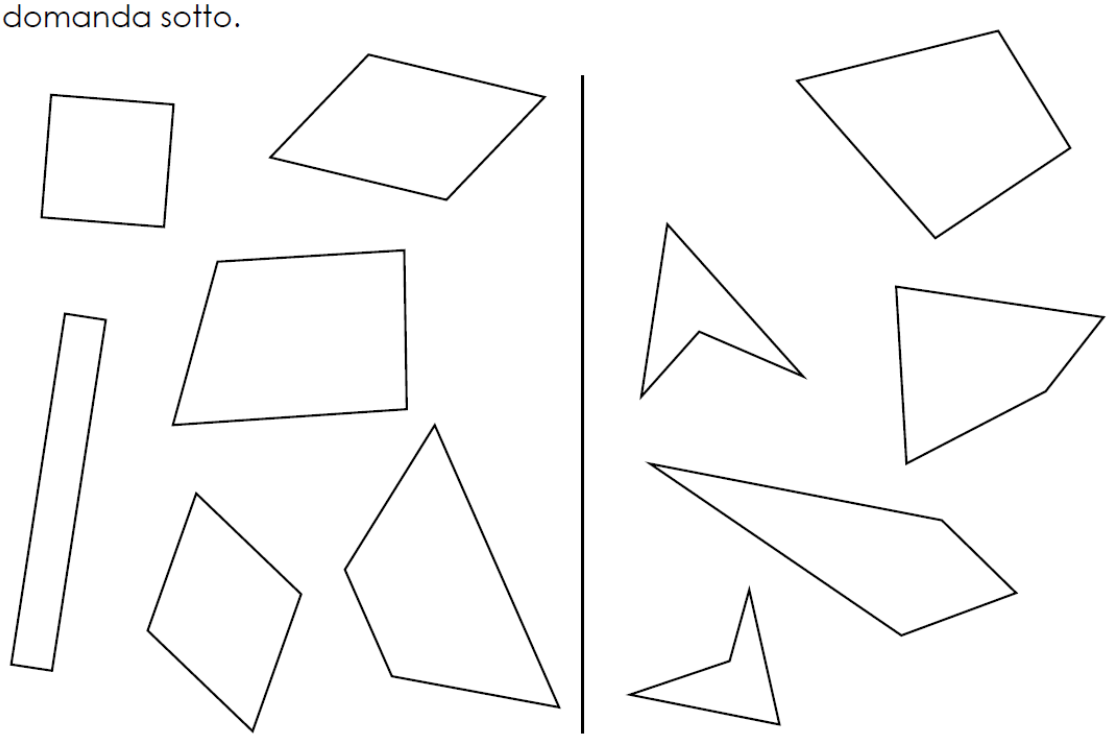
Nome: _____ Data: _____

La proprietà geometrica misteriosa

Iniziamo con la prima sfida da affrontare per il nuovo livello!

Qui sotto trovate due gruppi di quadrilateri: **quelli a sinistra hanno tutti una proprietà in comune che quelli di destra invece non hanno**.

Osserva con attenzione i due gruppi di quadrilateri e rispondi alla domanda sotto.



Quale proprietà geometrica misteriosa hanno in comune secondo te tutti i quadrilateri a sinistra che invece non hanno quelli a destra?

Se non trovi nessuna caratteristica che accomuna solo tutti i quadrilateri di sinistra, puoi scrivere "Non lo so" e provare a spiegare che ragionamenti hai fatto.

_____

_____

_____

_____

Attenzione, solo alla fine del livello scoprirai se la tua risposta è quella corretta!

☺ Buon lavoro dal maestro Jacopo! ☺

Figura 58 - Prova in entrata

I TRAPEZI

Leggi con attenzione tutte le consegne sulla scheda e svolgi le varie richieste. Prima di iniziare rispondi a questa domanda.

Come ben sai, una proprietà che hanno in comune tutti i trapezi è quella di avere quattro lati e quattro vertici come tutti i quadrilateri.
Secondo te, quale altra proprietà hanno in comune **tutti i trapezi**?

Ora prendi i materiali che hai ricevuto nella busta e osservali con attenzione. Scrivi qui sotto le caratteristiche geometriche di questi materiali scegliendo tra le proposte che ci sono nel riquadro.

PUOI USARE LA STESSA PROPRIETÀ ANCHE PIÙ DI UNA VOLTA: lati paralleli – quattro angoli retti – almeno due lati uguali - tre lati – tre angoli con ampiezze diverse – un angolo retto – due angoli della stessa ampiezza.

Gira il foglio!

Ora prova a costruire dei trapezi usando sempre un pezzo di plastica e una striscia di carta che hai ricevuto.

Qui sotto spiega come hai fatto a costruire i trapezi o come mai non sei riuscito.

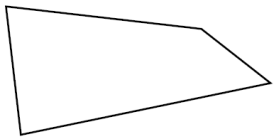
Ora scatta delle foto ai tre trapezi che hai costruito e inviale al maestro.

Sul secondo foglio che hai ricevuto incolla i tre trapezi che hai costruito (o fissali con lo scotch) e rispondi all'ultima domanda!

Figura 59 - Attività 1: scoprire la proprietà caratteristica dei trapezi (prima parte)

Fissa qui sotto i tre trapezi che hai costruito e rispondi alla domanda osservando bene i quattro quadrilateri che hai sul foglio.

Osserva il quadrilatero seguente. **Questo NON è un trapezio**.



Spiega con parole tue quale caratteristica hanno in comune i tre trapezi che hai costruito tu e perché, invece, la figura sopra NON è un trapezio.

Figura 60 - Attività 1: scoprire la proprietà caratteristica dei trapezi (seconda parte)

I TRAPEZI

Oggi continuerai il secondo livello con una nuova sfida!

Con la sfida precedente hai scoperto che la caratteristica di tutti i trapezi è quella di avere **una coppia di lati paralleli.**

1) In geometria però si dice che "**un quadrilatero è un trapezio se ha ALMENO una coppia di lati paralleli**".

Prova a spiegare con parole tue che cosa si intende con "**ALMENO una coppia di lati paralleli**".

_____

_____

2) Osserva ognuna di queste figure con attenzione e **con un colore ripassa le coppie di lati paralleli.** Se un quadrilatero ha più di una coppia di lati paralleli, usa colori diversi per le altre coppie.

3) Ora fai un ✓ a tutte quelle figure che secondo te hanno **almeno** una coppia di lati paralleli.

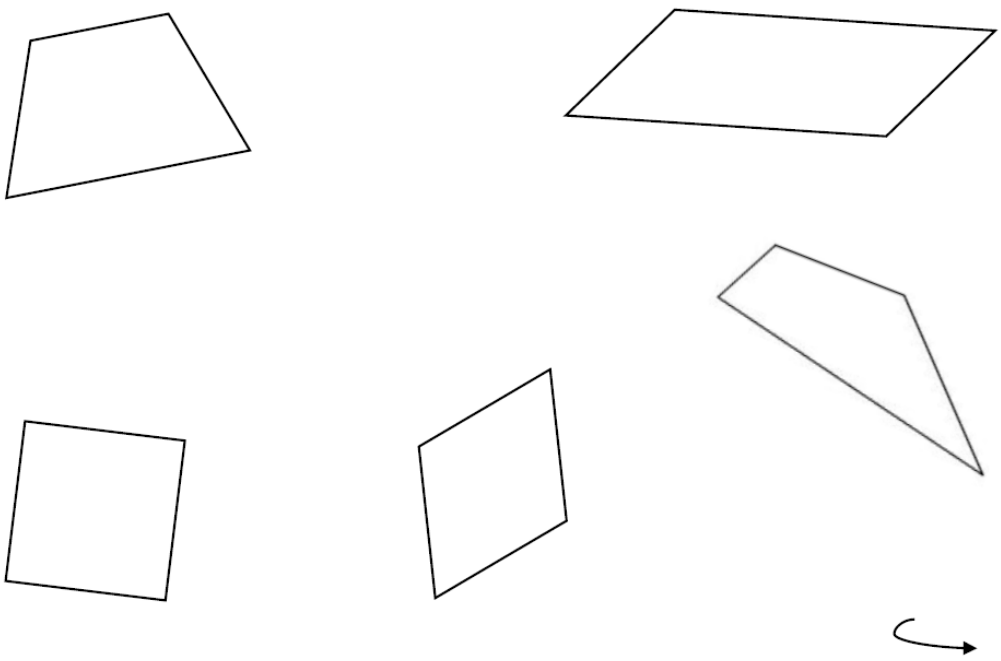
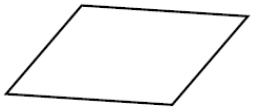


Figura 61 - Attività 2: ricerca delle coppie di lati paralleli

4) A questo punto del percorso, se ti dicessero che il parallelogramma si può chiamare anche trapezio, saresti d'accordo? _____



Prova a spiegare con parole tue perché risponderesti così.

_____

_____

_____

_____

5) Le figure a cui hai messo il visto tu "di solito" le chiami tutte trapezi? _____

Prova a spiegare con parole tue perché hai risposto così.

_____

_____

_____

_____

6) Conosci altri esempi di cose che si possono chiamare in più modi? Se sì, prova a fare degli esempi qui sotto.

Esempio: Jacopo può essere chiamato anche maestro, persona, uomo, ecc.

_____

_____

_____

Figura 62 - Attività 2: ricerca delle coppie di lati paralleli

Nome: _____ Data: _____

I TRAPEZI

Ecco un'altra sfida da affrontare per avanzare nel livello!

Con l'ultima sfida ci siamo chiesti se possiamo chiamare trapezi anche altri quadrilateri, come il parallelogramma e il rettangolo.

Per cercare la risposta, oggi userai un po' di tecnologia!

Chiedi ad uno dei tuoi genitori di aprirti questo link sul computer (non serve ricopiarlo, perché si trova anche nella vostra casella delle email).
→ http://splashscuola.altervista.org/esercizi/geogebra/5-quadrilaterifrancia01.shtml

1) Ecco che nella griglia ti appare un quadrilatero generico.

2) Ora, muovendo i vertici del quadrilatero, prova a costruire altri quadrilateri (quadrato, trapezio, rombo, ecc.) e invia le foto delle tue creazioni al maestro.

3) Ora prova a costruire un parallelogramma.

   Come sono diventati i lati del quadrilatero? e gli angoli? Raccontalo qui sotto.

_____

_____

_____

Figura 63 - Attività 3: costruzione dei quadrilateri con un artefatto tecnologico: GeoGebra

Che informazioni hai ottenuto sullo schermo quando hai costruito il parallelogramma?

4) Ora prova a costruire un rettangolo.

Come sono diventati i lati del quadrilatero? e gli angoli? Raccontalo qui sotto.

Che informazioni hai ottenuto sullo schermo quando hai costruito il rettangolo?

5) Secondo te possiamo chiamare trapezi anche i parallelogrammi e i rettangoli? _____

Prova a spiegare con parole tue perché hai risposto così.

Figura 64 - Attività 3: costruzione dei quadrilateri con un artefatto tecnologico: GeoGebra

VERSO LA FINE DEL LIVELLO!

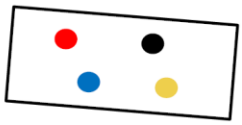
Ecco il test di allenamento per il superamento del livello, tra poco scoprirete il secondo pezzo del quadro!

Qui sotto trovi tutte le proprietà dei quadrilateri scritte con colori diversi. Ora tocca a te ritagliare tutti i quadrilateri e incollarli qui sotto.
Una volta incollati i quadrilateri, incolla un cerchietto colorato per ognuna delle proprietà che essi possiedono.
In questo modo potremmo scoprire qual è il quadrilatero "più ricco di proprietà" e quello che invece ne ha di meno.

Attenzione, un quadrilatero può avere più cerchietti di colori diversi, proprio come nell'esempio.

Proprietà dei quadrilateri:

- Possiede quattro lati e quattro vertici. (rosso)
- Possiede ALMENO una coppia di lati paralleli. (giallo)
- I lati del quadrilatero sono uguali a coppie (congruenti). (bianco)
- Possiede quattro angoli retti. (blu)
- I lati del quadrilatero sono tutti uguali (congruenti). (verde)



Come si chiama la figura che ha il maggior numero di proprietà? _____

Quale o quali sono le figure che hanno il minor numero di proprietà? (**per rispondere fai una X dentro la figura**)

Quiz di allenamento per la fine del livello! Rispondi alle domande solo dopo aver incollato i cerchietti a tutti i quadrilateri, perché ti potranno essere d'aiuto!

	VERO	FALSO
1) Il trapezio e il quadrato hanno esattamente le stesse proprietà?		
2) Il parallelogramma e il rettangolo hanno esattamente le stesse proprietà?		
3) Il rettangolo è un trapezio un po' più ricco di proprietà?		
4) Il trapezio è più ricco di proprietà del rettangolo?		
5) Il rombo è un trapezio più ricco di proprietà?		
6) Un quadrato si può chiamare anche trapezio?		
7) Il trapezio si può chiamare anche quadrato?		
8) Un rettangolo è un parallelogramma un po' più ricco di proprietà?		

Dopo questo percorso hai scoperto qual era la proprietà misteriosa che possedevano i quadrilateri della prima sfida del secondo livello? _____

Qual è questa proprietà misteriosa? _____

_____

Figura 65 - Attività 4: attribuire le proprietà ai vari quadrilateri

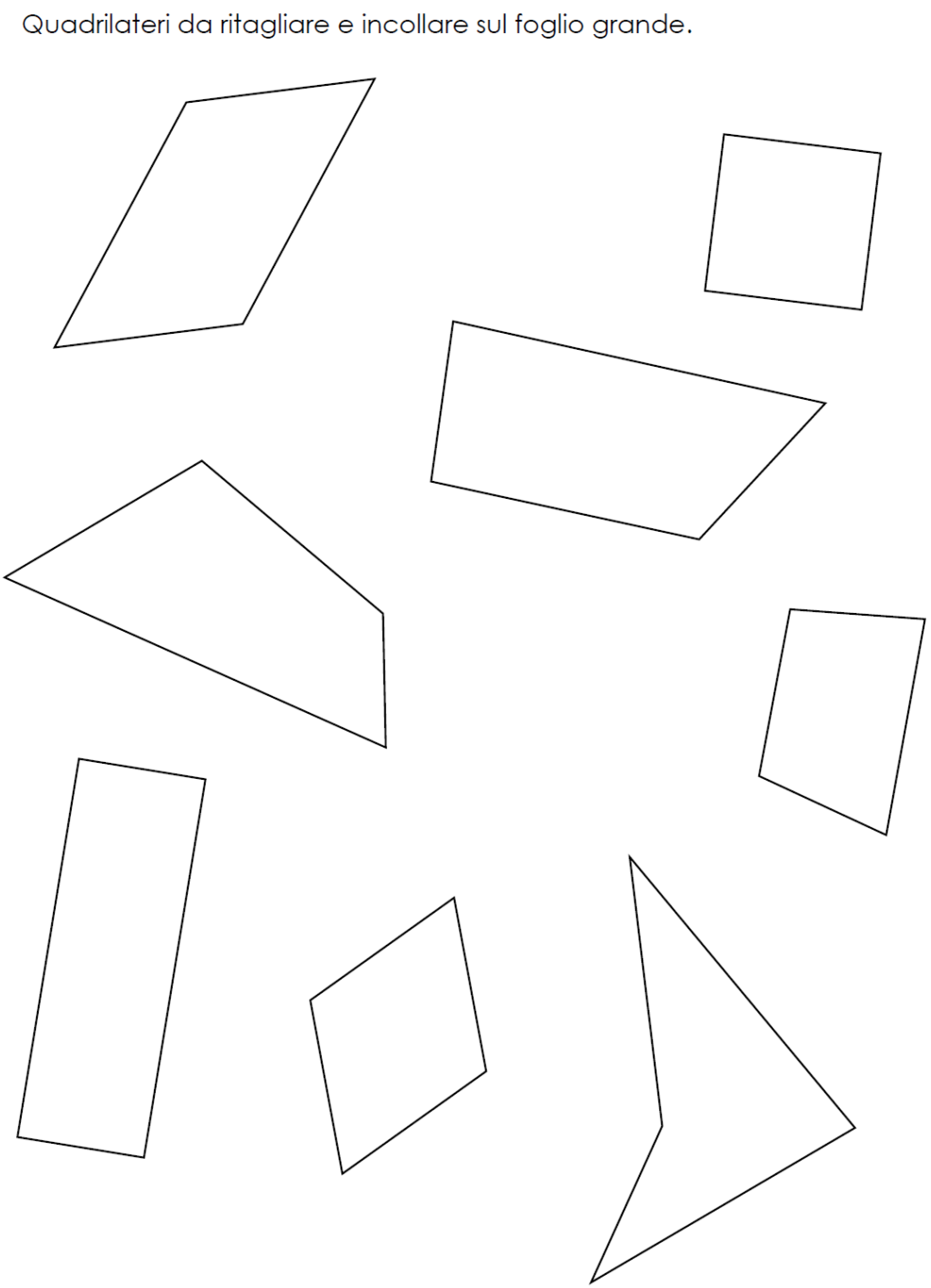


Figura 66 - Attività 4: quadrilateri da ritagliare

Questa pubblicazione, Artefatti complementari per la didattica della geometria, scritta da Jacopo Giovannangelo, è rilasciata sotto licenza Creative Commons Attribuzione – Non commerciale 4.0 Internazionale.