Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana
Dipartimento formazione e apprendimento

SUPSI

LAVORO DI DIPLOMA DI

IGOR TAMAGNI

MASTER OF ARTS IN INSEGNAMENTO NELLA SCUOLA MEDIA

ANNO ACCADEMICO 2016/2017

VALUTARE PER COMPETENZE IN MATEMATICA

IL CASO DEL PROCESSO COGNITIVO MATEMATIZZARE E MODELLIZZARE

RELATORE

ALBERTO PIATTI

Ringrazio innanzitutto il mio relatore Alberto Piatti, il quale tramite i suoi consigli e le sue indicazioni ha reso possibile la realizzazione di questo lavoro.

Inoltre, vorrei ringraziare Massimo Uccelli e Marisa Lunardi, rispettivamente direttore e vicedirettrice della Scuola Media di Cadenazzo, dove ho insegnato durante la mia pratica professionale durata 3 anni, i quali mi hanno sempre sostenuto e creduto in me, permettendomi di svolgere il mio lavoro nelle condizioni migliori possibili. Sono stati per me una seconda famiglia.

Infine, desidero ringraziare Athos Borioli, docente di matematica presso le Scuole Medie di Castione, il quale ha collaborato attivamente alla realizzazione di questo lavoro di ricerca.

Abstract

Dato che il Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese adotta un paradigma d'insegnamento basato sulle competenze, i docenti sono chiamati non solo a costruirle ma anche a valutarle. Il piano di studio però non fornisce elementi chiari su come affrontare quest'ultimo aspetto in classe. Per i docenti nasce quindi la necessità di sapere in che modo mettere in atto l'impianto valutativo e con quali strumenti. Per svolgere un lavoro più rigoroso possibile, si è deciso di concentrarsi solo su uno dei sei aspetti di competenza previsti dal modello di competenza per la matematica: matematizzare e modellizzare. Si è analizzato questo aspetto per tutti gli ambiti di competenza richiesti dal piano di studi, formalizzando le competenze richieste alla fine dell'8° anno scolastico (avendo svolto il lavoro in una classe di prima media). In seguito si è creata la rubrica valutativa da utilizzare in classe, ovvero lo strumento con il quale valutare le competenze sviluppate dagli allievi. La rubrica valutativa è stata utilizzata proponendo situazioni-problema (compiti autentici). Questo ha comportato la progettazione di alcune attività di matematizzazione e modellizzazione. Durante queste fasi gli allievi hanno lavorato a gruppi e sono stati valutati in base alle competenze richieste nelle situazioni-problema affrontate. La rubrica, con l'ausilio di altri strumenti, ha permesso di redigere dei quadri descrittivi per ogni allievo, ponendo l'attenzione sulle competenze acquisite e su quelle da migliorare.

Sommario

1. Introduzione 1

2. Quadro teorico 3

2.1 Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese 3

2.2 Valutazione per competenze 4

2.2.1 Valutazione per l'apprendimento 4

2.2.2 Valutazione per competenze 4

2.3 La rubrica valutativa 6

2.4 I compiti autentici. 7

2.5 Matematizzare e modellizzare 8

3. Quadro metodologico 13

3.1 La classe 13

3.2 Traguardi di competenza 13

3.3 Traguardi di apprendimento 15

3.4 Rubrica valutativa 16

3.4.1 Le dimensioni 18

3.4.2 Gli indicatori 19

3.4.3 Livelli di padronanza 19

3.4.4 Descrizione dei livelli di padronanza 19

3.5 Svolgimento 21

3.5.1 Abbonamenti Arcobaleno 21

3.5.2 Le panchine 25

3.6 Dimensioni esplorate 27

3.6.1 Abbonamenti Arcobaleno – Attività 1 27

3.6.2 Abbonamenti Arcobaleno – Attività 2 28

3.6.3 Le panchine 31

3.7 Utilizzo della rubrica 35
3.7.1 Abbonamenti Arcobaleno – Attività 1 35
3.7.2 Abbonamenti Arcobaleno – Attività 2 35
3.7.3 Le panchine 37
4. Risultati 39
4.1 Introduzione 39
4.2 Analisi dei risultati 41
4.2.1 Valutazione di Anna 44
4.2.2 Valutazione di Bruno 45
4.2.3 Valutazione di Claudia 46
4.2.4 Valutazione di Davide 47
4.2.5 Visione completa delle valutazioni 48
4.2.6 Valutazione della classe 49
4.3 Validità della rubrica 51
4.3.1 Validità 51
4.3.2 Articolazione 51
4.3.3 Fattibilità 51
4.3.4 Attendibilità 51
4.3.5 Promozionalità 52
4.3.6 Commento conclusivo 52
5. Prospettive future 53
5.1 Valutazione di molteplici situazioni 53
5.2 Elaborazione di un software 54
5.3 Rubriche per la valutazione di tutti i processi cognitivi 54
5.4 Rubriche applicabili in tutte le classi 54
6. Conclusioni 55
7. Riferimenti bibliografici 57

8. Allegati 59
8.1 Allegato 1 (Opuscolo Arcobaleno) 59
8.2 Allegato 2 (I bus) 65
8.3 Allegato 3 (Materiali a disposizione per lo svolgimento dell'attività 2) 66
8.3.1 Allegato 3.1 (Mappa dei comuni) 66
8.3.2 Allegato 3.2 (Lista provenienza allievi) 67
8.3.3 Allegato 3.3 (Mappa zone Arcobaleno per i biglietti) 68
8.3.4 Allegato 3.4 (Mappa zone Arcobaleno per gli abbonamenti) 69
8.3.5 Allegato 3.5 (Scheda riassuntiva dati) 70
8.4 Allegato 4 (Aiuti a disposizione per lo svolgimento dell'attività 2) 72
8.4.1 Allegato 4.1 (Lista provenienza allievi ordinata) 72
8.4.2 Allegato 4.2 (Aiuto 1 - Conteggio allievi) 73
8.4.3 Allegato 4.3 (Aiuto 2 - I giorni e le corse giornaliere) 73
8.4.4 Allegato 4.4 (Aiuto 3 - Zone di percorrenza) 74
8.4.5 Allegato 4.5 (Aiuto 4 - I costi) 74
8.4.6 Allegato 4.6 (Aiuto 5 - Calcolo dei costi in base ai vari tipi di biglietti/abbonamenti) 75
8.5 Allegato 5 (Le panchine) 77

Indice delle figure

Figura 2.1: Prospettiva trifocale (dimensione oggettiva, soggettiva e intersoggettiva), con al centro la rubrica valutativa. 5

Figura 2.2: Modello di competenza per la matematica, con evidenziata la trasversalità del processo Matematizzare e modellizzare. 8

Figura 2.3: Schema che illustra il processo di matematizzazione e modellizzazione. 9

Figura 3.1: Rubrica valutativa per il processo Matematizzare e modellizzare in prima media. 17

Figura 3.2: Immagine delle panchine presenti nel cortile della Scuola Media di Cadenazzo. 25

Figura 3.3: Schema valutativo (in funzione degli aiuti) della seconda attività sugli Abbonamenti Arcobaleno. 36

Figura 4.1: Livelli di padronanza considerati per le varie dimensioni nelle due attività sugli Abbonamenti Arcobaleno. 39

Figura 4.2: Livelli di padronanza considerati per le varie dimensioni nell'attività sulle panchine. .. 40

Figura 4.3: Livelli di padronanza considerati per le varie dimensioni nelle attività sugli Abbonamenti Arcobaleno e nell'attività sulle panchine. 40

Figura 4.4: Rappresentazione grafica della valutazione di Anna. 44

Figura 4.5: Rappresentazione grafica della valutazione di Bruno. 45

Figura 4.6: Rappresentazione grafica della valutazione di Claudia. 46

Figura 4.7: Rappresentazione grafica della valutazione di Davide. 47

Figura 4.8: Valutazione generale della classe nell'attività sugli Abbonamenti Arcobaleno. 49

Figura 4.9: Valutazione generale della classe nell'attività sulle panchine. 50

Figura 5.1: Rappresentazione grafica delle valutazioni di un allievo nelle sei attività proposte. 54

Indice delle tabelle

Tabella 3.1: Traguardi di competenza alla fine della quinta elementare, prima e quarta media. 14

Tabella 3.2: Traguardi di apprendimento nell'ambito di competenza Numeri e calcolo alla fine della quinta elementare, prima e quarta media. 15

Tabella 3.3: Traguardi di apprendimento nell'ambito di competenza Geometria alla fine della quinta elementare, prima e quarta media. 15

Tabella 3.4: Traguardi di apprendimento nell'ambito di competenza Grandezze e misure alla fine della quinta elementare, prima e quarta media. 16

Tabella 3.5: Distinzione dei livelli di padronanza in base ai parametri scelti. 20

Tabella 3.6: Fasi di lavoro svolte durante l'attività 2. 24

Tabella 3.7: Fasi di lavoro svolte durante l'attività Le panchine. 26

Tabella 3.8: Livelli di padronanza considerati per la dimensione "Raccolta dati e informazioni" nella prima attività sugli Abbonamenti Arcobaleno. 27

Tabella 3.9: Livelli di padronanza considerati per la dimensione "Controllo e regolazione" nella prima attività sugli Abbonamenti Arcobaleno. 28

Tabella 3.10: Livelli di padronanza considerati per la dimensione "Processo di modellizzazione" nella seconda attività sugli Abbonamenti Arcobaleno. 28

Tabella 3.11: Livelli di padronanza considerati per la dimensione "Registri" nella seconda attività sugli Abbonamenti Arcobaleno. 29

Tabella 3.12: Livelli di padronanza considerati per la dimensione "Raccolta dati e informazioni" nella seconda attività sugli Abbonamenti Arcobaleno. 30

Tabella 3.13: Livelli di padronanza considerati per la dimensione "Controllo e regolazione" nella seconda attività sugli Abbonamenti Arcobaleno. 30

Tabella 3.14: Livelli di padronanza considerati per la dimensione "Processo di modellizzazione" nell'attività sulle panchine. 31

Tabella 3.15: Livelli di padronanza considerati per la dimensione "Registri" nell'attività sulle panchine. 32

Tabella 3.16: Livelli di padronanza considerati per la dimensione "Raccolta dati e informazioni" nell'attività sulle panchine. 33

Tabella 3.17: Livelli di padronanza considerati per la dimensione “Stima” nell'attività sulle panchine. 34

Tabella 3.18: Livelli di padronanza considerati per la dimensione “Controllo e regolazione” nell'attività sulle panchine. 34

Tabella 3.19: Parte della tabella valutativa utilizzata dal docente nella prima attività sugli Abbonamenti Arcobaleno. 35

Tabella 3.20: Profili degli allievi (in funzione degli aiuti utilizzati) sul processo di Matematizzazione e modellizzazione inerenti la seconda attività sugli Abbonamenti Arcobaleno. . 36

Tabella 3.21: Parte della tabella valutativa utilizzata dal docente nell’attività delle panchine (fase in aula). 37

Tabella 3.22: Parte della tabella valutativa utilizzata dal docente nell’attività delle panchine (fase esterna). 37

Tabella 4.1: Valutazione degli allievi nell'attività Abbonamenti Arcobaleno. 41

Tabella 4.2: Valutazione degli allievi nell'attività Le panchine. 42

Tabella 4.3: Valutazione di quattro allievi nell’attività Abbonamenti Arcobaleno. 43

Tabella 4.4: Valutazione di quattro allievi nell'attività Le panchine. 43

Tabella 4.5: Visione generale delle valutazioni di quattro allievi. 48

Tabella 5.1: Valutazioni di un allievo nelle attività proposte durante un anno scolastico. 53

1. Introduzione

Nell'anno scolastico 2015/16 in Ticino è stato presentato il nuovo Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese (da qui in poi chiamato piano di studio), il quale presenta molte novità rispetto al Piano di formazione della Scuola Media, in vigore dal 2004. Una delle maggiori novità è rappresentata dall'adozione di un paradigma per competenze. Con il termine competenza si intende "[…] la capacità di far fronte a un compito, o a un insieme di compiti, riuscendo a mettere in moto e a orchestrare le proprie risorse interne, cognitive, affettive e volitive, e a utilizzare quelle esterne disponibili in modo coerente […]" (Pellerey, 2004, p. 12). Il nuovo concetto su cui si basa il piano di studio, prevede non solo un cambiamento nel metodo d'insegnamento delle singole materie, ma anche una rivisitazione dell'aspetto valutativo. Il piano di studio elenca in dettaglio le varie competenze (suddivise in ambiti di competenza) e i vari livelli di apprendimento che devono essere raggiunti dagli allievi, ma non dà particolari suggerimenti su come l'aspetto valutativo, il quale rimane un elemento centrale nel mondo scolastico, debba essere messo in atto per valutare le competenze sviluppate dagli allievi.

Il lavoro di ricerca che viene presentato in questo documento è volto ad esplorare l'aspetto della valutazione delle competenze. Dato che le competenze degli allievi vanno valutate, e nel piano di studio non vengono esplicitate in modo chiaro e preciso le modalità con cui farlo, questo lavoro assume una grande importanza in ambito scolastico a livello ticinese.

Il piano di studio ha sviluppato un modello di competenza, il quale è valido per tutte le discipline. Nel caso specifico della matematica, questo modello di competenza è organizzato nel seguente modo: una matrice bidimensionale, la quale illustra orizzontalmente gli ambiti di competenza e verticalmente gli aspetti di competenza. Gli ambiti di competenza in matematica sono cinque: Numeri e calcolo, Geometria, Grandezze e misure, Funzioni, Probabilità e statistica. Gli aspetti di competenza sono invece sei: Sapere e riconoscere, Eseguire e applicare, Esplorare e provare, Matematizzare e modellizzare, Interpretare e riflettere sui risultati, Comunicare e argomentare. In questo lavoro si è deciso di sfruttare la trasversalità della matrice bidimensionale, ovvero si è scelto uno dei sei aspetti di competenza (Matematizzare e modellizzare) e si è lavorato con questo processo in tutti gli ambiti di competenza.

Il lavoro svolto ha permesso di valutare le competenze fondamentali degli allievi di una classe di prima media per quanto riguarda la matematizzazione e la modellizzazione. Adottando una metodologia di lavoro che sfrutta la trasversalità del modello di competenza, si sono potute valutare

le competenze rispetto al processo scelto in tutti gli ambiti in cui si lavora in prima media (Numeri e calcolo, Geometria, Grandezze e misure).

Per poter valutare le competenze riguardanti l'aspetto matematizzare e modellizzare è stato necessario svolgere un lavoro di analisi iniziale. Dato che il piano di studio fornisce in dettaglio solamente i traguardi di competenza e di apprendimento per il 7° e per l'11° anno scolastico (ovvero per la quinta elementare e per la quarta media), si sono dovuti elencare questi aspetti per la prima media. In base ai traguardi di competenza e di apprendimento elencati, si è potuto sviluppare lo strumento di valutazione: la rubrica valutativa. Dato che le competenze da valutare spaziano su più ambiti, è stata creata una rubrica valutativa generale e non specifica, così da poterla utilizzare ogni qualvolta si vogliono valutare delle competenze di matematizzazione e modellizzazione. Per poter effettuare la valutazione tramite la rubrica valutativa si è deciso di proporre agli allievi delle situazioni-problema, nelle quali essi sono stati chiamati a mettere in campo le loro competenze. Per testare la validità della rubrica valutativa si è deciso di proporre delle attività che spaziassero su tutti gli ambiti di competenza con cui si lavora in prima media. La rubrica valutativa, oltre ad essere utilizzata per valutare gli allievi, è stata impiegata per la progettazione delle situazioni-problema. Durante le attività gli allievi sono stati valutati in base alle prestazioni fornite. I risultati ottenuti sono stati raccolti tramite l'utilizzo di tabelle e sono stati rappresentati in forma grafica (grafici a radar) così da poter avere una visione più chiara del quadro descrittivo di ogni allievo. Inoltre, è stata effettuata un'analisi del gruppo classe, così da poter stabilire quali competenze sono da migliorare e quali sono acquisite. Avendo a disposizione un quadro generale della classe si può programmare con più facilità le prossime attività da proporre, ponendo l'accento sulle competenze da sviluppare. La rubrica si è rilevata un valido strumento di valutazione, anche se ha molti margini di miglioramento, come ad esempio l'introduzione di esempi descrittivi che permettono di stabilire con precisione i valori attesi delle prestazioni richieste.

Il lavoro di ricerca è strutturato nelle seguenti tre sezioni: Quadro teorico, Quadro metodologico, Risultati. Nel Quadro teorico vengono formalizzati gli elementi caratterizzanti del lavoro di diploma. Nel Quadro metodologico vengono esplicitate tutte le fasi del lavoro svolto. Nell'ultima sezione vengono invece esposti i risultati ottenuti, sia quelli degli allievi che quelli del lavoro di ricerca.

2. Quadro teorico

2.1 Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese

Nell'anno anno scolastico 2015/16 è entrato in vigore il Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese, il quale sostituisce il Piano di formazione della scuola media, introdotto nel 2004. Esso presenta svariate novità, tra le quali si possono citare le seguenti.

"Non si tratta più, come nel passato di un programma d'insegnamento che elencava quali temi e argomenti andavano trattati nei rispettivi settori formativi, bensì un piano che indica quali competenze e risorse un allievo dovrebbe aver sviluppato al termine delle principali scadenze formative previste." (Piano di studio della scuola dell'obbligo, 2015, p. 7).

"[…] si passa da indicazioni su "cosa insegnare" ad indicazioni su "cosa far apprendere." (Piano di studio della scuola dell'obbligo, 2015, p. 7).

"Le attese sono formulate in termini di "cosa l'allievo deve essere in grado di padroneggiare, conoscere, saper-fare alla fine di un determinato ciclo." (Piano di studio della scuola dell'obbligo, 2015, p. 7).

In realtà nel Piano di formazione della scuola media emergeva già il concetto di competenza. Il fatto che il concetto di competenza fosse accompagnato da una lista di obiettivi didattici specifici per ogni classe, spingeva gli insegnanti a basarsi su questa lista, la quale era più facile da mettere in pratica. Quindi i docenti utilizzavano un modello d'insegnamento per obiettivi, anziché per competenze. Quando si parla di competenze si intende "[…] le capacità di un allievo di saper affrontare situazioni conosciute o nuove mobilitando un insieme coordinato di saperi e di capacità/abilità con una disponibilità a coinvolgersi cognitivamente ed emotivamente." (Piano di studio della scuola dell'obbligo, 2015, p. 7). Con il termine competenze non si intendono solamente quelle strettamente legate alle materie, ma anche le cosiddette competenze trasversali (lo sviluppo personale, la collaborazione, la comunicazione, il pensiero riflessivo e critico, il pensiero creativo e le strategie di apprendimento).

2.2 Valutazione per competenze

Dato che il piano di studio prevede un cambiamento del metodo di insegnamento, basato sullo sviluppo di competenze, anche il processo valutativo va rivisto. Due sono gli aspetti centrali che devono essere considerati:

- valutazione per l'apprendimento;
- valutazione per competenze.

2.2.1 Valutazione per l'apprendimento

Con valutazione per l'apprendimento si intende una valutazione che è parte integrante del percorso formativo. Purtroppo spesso capita che la valutazione sia inserita solamente nella parte conclusiva del percorso didattico. La valutazione per l'apprendimento permette ad ogni allievo di conoscere il proprio livello di apprendimento, permettendogli di capire quali competenze ha acquisito e quali invece sono ancora da sviluppare. Inoltre, essa fornisce un feedback al docente, il quale può modificare in itinere il proprio percorso didattico in base ai risultati ottenuti.

2.2.2 Valutazione per competenze

Con valutazione per competenze, si intende invece una valutazione che attesti l'utilizzo di conoscenze, abilità e capacità da parte dell'allievo. Questo tipo di valutazione è molto complesso. Infatti, per valutare correttamente una competenza, l'allievo non deve semplicemente risolvere degli esercizi, ma deve essere in grado di affrontare delle situazioni problema analoghe, ma diverse, da quelle affrontate in fase di apprendimento.

Come già detto, la valutazione per competenze è molto complessa. Pellerey (2004) propone di valutare la competenza tramite una prospettiva trifocale, ovvero "[…] un ideale triangolo di osservazione che assuma come baricentro l'idea stessa di competenza su cui si basano i differenti punti di vista." (Castoldi, 2016, p. 81). Le tre prospettive di osservazione della competenza sono:

- la dimensione oggettiva;
- la dimensione soggettiva;
- la dimensione intersoggettiva.

“La dimensione oggettiva richiama le evidenze osservabili che attestino la prestazione del soggetto e i suoi risultati, in rapporto al compito affidato e, in particolare, alle conoscenze e alle abilità che la manifestazione della competenza richiede.” (Castoldi, 2016, p. 81). La dimensione oggettiva riguarda quindi ciò che un allievo è in grado di fare, ovvero le conoscenze e le capacità possedute. Per poter valutare questa dimensione si possono utilizzare le prove di verifica e i compiti autentici.

“La dimensione soggettiva richiama i significati personali attribuiti dal soggetto alla sua esperienza di apprendimento: il senso assegnato al compito operativo su cui manifestare la propria competenza e la percezione della propria adeguatezza nell’affrontarlo, delle risorse da mettere in campo e dagli schemi di pensiero da attivare.” (Castoldi, 2016, p. 82). La dimensione soggettiva riguarda quindi la consapevolezza dell’allievo nell’affrontare i compiti proposti. Per poter valutare questa dimensione si possono utilizzare le autovalutazioni e i diari di bordo.

“La dimensione intersoggettiva richiama il sistema di attese, implicito o esplicito, che il contesto sociale esprime in rapporto alla capacità del soggetto di rispondere adeguatamente al compito richiesto.” (Castoldi, 2016, p. 82). La dimensione intersoggettiva riguarda quindi le aspettative delle persone coinvolte (compagni, docenti, famiglie, ecc.) rispetto alle prestazioni dell’allievo. Per poter valutare quest’ultima dimensione si possono utilizzare la valutazione tra pari e i protocolli di osservazione da parte dei soggetti coinvolti con l’allievo.

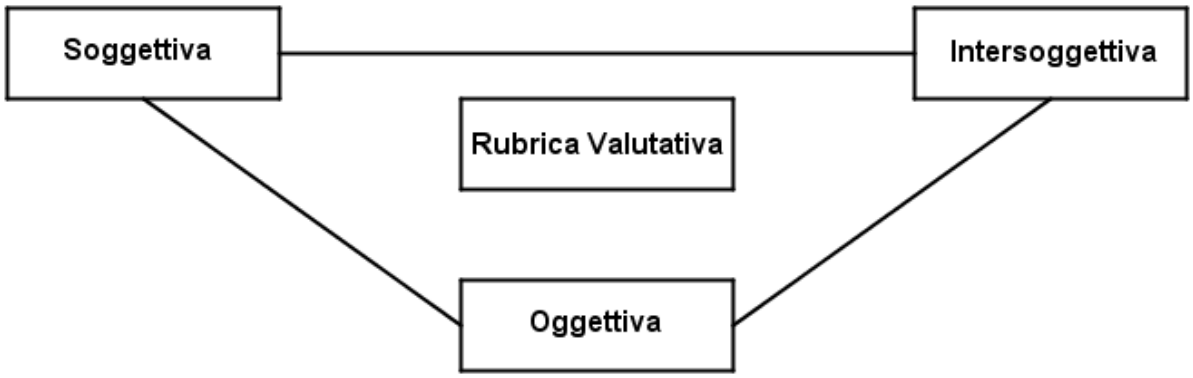


Figura 2.1: Prospettiva trifocale (dimensione oggettiva, soggettiva e intersoggettiva), con al centro la rubrica valutativa.

Al centro delle tre dimensioni appena descritte si trova lo strumento di valutazione delle competenze: la rubrica valutativa. Essa “[…] richiama il momento di definizione dei criteri di giudizio sulla cui base arrivare a formare il giudizio valutativo.” (Castoldi, 2016, p. 87).

2.3 La rubrica valutativa

Come già emerso nel capitolo precedente le competenze oltre ad essere costruite devono essere valutate, utilizzando uno strumento adeguato. Lo strumento di valutazione, per ogni competenza presa in considerazione deve permettere di precisarne "[…] le dimensioni che la compongono e i livelli di padronanza attesi." (Castoldi, 2016, p. 93). Questo strumento ha un nome ben preciso: rubrica valutativa. La rubrica valutativa è "[…] uno strumento generale di valutazione impiegato per valutare la qualità dei prodotti e delle prestazioni in un determinato ambito. La rubrica consiste in una scala di punteggi prefissati e in una lista di criteri che descrivono le caratteristiche di ogni punteggio della scala." (McTighe, Ferrara, 1996, p. 8). Le rubriche valutative non sono solo degli strumenti atti a valutare le competenze, ma hanno anche lo scopo di progettare i vari percorsi didattici. Come sostenuto da Wiggins e McTighe nel 2007, si tratta quindi di effettuare un procedimento a ritroso, il quale consiste sostanzialmente nel definire dapprima i criteri e le modalità di valutazione e poi costruire i percorsi didattici in modo da poter effettivamente valutare ciò che si è prefissato.

Esistono varie tipologie di rubriche valutative, le quali si suddividono principalmente in:

- olistiche e analitiche;
- specifiche e generali.

Le prime due si differiscono sul "[…] grado di analiticità dell'oggetto di valutazione […]" (Castoldi, 2016, p. 94) mentre le seconde si differiscono sul "[…] grado di contestualizzazione su una determinata prestazione […]" (Castoldi, 2016, p. 94). Sostanzialmente le rubriche olistiche forniscono un'idea complessiva della competenza analizzata mentre le rubriche analitiche forniscono un'idea più dettagliata, dato che le competenze sono suddivise in varie dimensioni. Le rubriche specifiche sono utilizzate quando si vuole valutare una singola prestazione mentre le rubriche generali permettono di valutare una competenza in svariate situazioni.

Oltre alle tipologie di rubrica appena citate, esistono anche quelle ponderate, nelle quali si assegnano pesi differenti a determinate dimensioni in base alla loro importanza nella manifestazione delle varie competenze.

Ogni rubrica è composta dai seguenti elementi:

- dimensioni: sono gli aspetti con cui si desidera valutare una certa competenza;
- indicatori: precisano in dettaglio la dimensione scelta e permettono di rilevare il grado di presenza della dimensione stessa;
- livelli di padronanza: descrivono l'intensità con cui sono presenti le dimensioni scelte. Solitamente si scelgono da tre a cinque livelli, espressi attraverso lettere (A, B, C, ecc.), numeri (1, 2, 3, ecc.) o parole (inziale, base, avanzato, ecc.);
- ancore: sono degli esempi concreti che identificano i vari livelli di padronanza della rubrica.

2.4 I compiti autentici.

La rubrica valutativa per essere utilizzata come strumento valutativo necessita di situazioni apposite. Tali situazioni vengono chiamate compiti autentici. Il compito autentico è uno degli strumenti per attestare "[…] la padronanza del soggetto in rapporto alla competenza attesa […]" (Castoldi, 2016, p. 127). I compiti autentici sono dei "[…] problemi complessi e aperti posti agli studenti come mezzo per dimostrare la padronanza di qualcosa." (Glatthorn, 1999, p. 82). Castoldi afferma che i compiti autentici sono dei problemi dove viene richiesto di "inventare", "ricercare", "applicare" e "rielaborare", e non degli esercizi dove si richiede di "riconoscere", "riprodurre", "scegliere" e "rispondere" (2016).

Un compito autentico deve possedere le seguenti caratteristiche:

- deve richiamare contesti a volte più vicini alla realtà (autentici) e a volte più intrinsechi nella matematica;
- deve essere complesso (per permettere l'impiego di processi cognitivi come il pensiero critico e la rielaborazione di contenuti e procedure);
- deve essere stimolante.

Anche nel piano di studio si fa riferimento ai compiti autentici, i quali vengono chiamati con il termine situazione-problema.

"Una situazione problema si caratterizza in quanto è contestualizzata e rappresenta una sfida alla portata dell'allievo; deve suscitare in lui interesse e adesione, indurlo a mobilitarsi per elaborare

strategie e una o più conseguenti soluzioni e deve includere un'attenzione alla riflessione metacognitiva e alla ricerca del senso della situazione proposta." (Piano di studio della scuola dell'obbligo, 2015, p. 140).

Dalla definizione emergono le caratteristiche elencate in precedenza. Il piano di studio consiglia vivamente l'utilizzo delle situazioni-problema come strumento di acquisizione delle competenze matematiche, e più in generale delle competenze di tutte le discipline insegnate alla scuola media.

"È auspicabile che l'acquisizione di competenze da parte degli allievi avvenga a partire da situazioni-problema efficaci, significative e stimolanti, a volte più vicine alla vita quotidiana a volte più intrinseche alla matematica stessa e che acquistino senso per gli allievi." (Piano di studio della scuola dell'obbligo, 2015, p. 140).

2.5 Matematizzare e modellizzare

Matematizzare e modellizzare è uno dei sei aspetti di competenza del modello di competenza per la matematica, previsto dal piano di studio. Gli aspetti di competenza sono suddivisi in due categorie:

- due sono focalizzati sulle risorse cognitive (Sapere e riconoscere, Eseguire e applicare);
- quattro sono focalizzati sui processi cognitivi (Esplorare e provare, Matematizzare e modellizzare, Interpretare e riflettere sui risultati, Comunicare e argomentare).

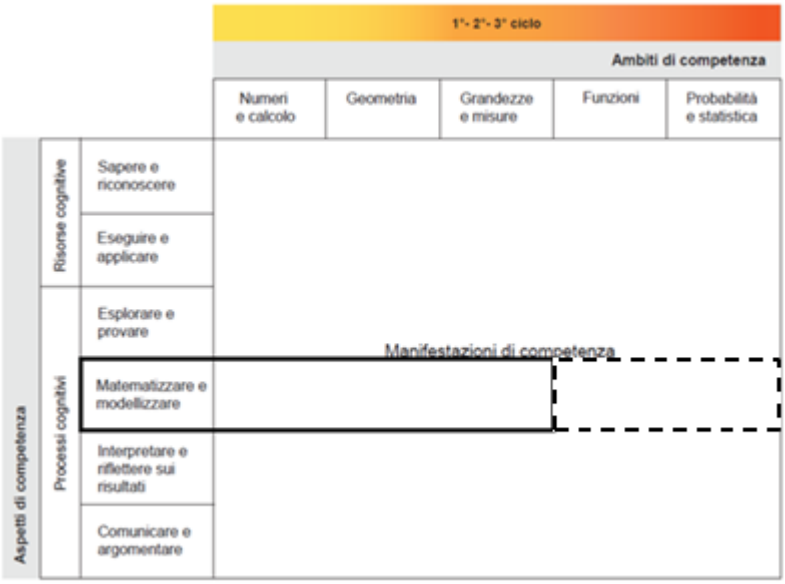


Figura 2.2: Modello di competenza per la matematica, con evidenziata la trasversalità del processo Matematizzare e modellizzare.

Come si può notare dall'immagine, matematizzare e modellizzare è un processo cognitivo. I processi cognitivi sono quei *"[...] processi mediante i quali un organismo acquisisce informazioni sull'ambiente e le elabora a livello di conoscenze in funzione del proprio comportamento (percezione, immaginazione, simbolizzazione, formazione di concetti, soluzione di problemi)"* (Enciclopedia Treccani). In poche parole un processo cognitivo è un insieme di eventi che permette all'essere umano di acquisire un sapere e una conoscenza in funzione delle esperienze da lui vissute.

"La modellizzazione matematica, invece, è il processo che consente di selezionare particolari aspetti di una situazione (un fenomeno fisico, una situazione in campo economico, un fenomeno naturale, ecc.), di rappresentarli con i linguaggi della matematica, stabilendo delle relazioni di tipo matematico." (http://didmat.dima.unige.it/set_modelli/materiali/parole/mod_mat.html).

La definizione di matematizzare e modellizzare appena citata è sintetica e semplice da comprendere. Con modellizzazione si intende quindi la rappresentazione, in linguaggio matematico, e lo studio di una situazione reale, qualsiasi essa sia. Il piano di studio dà invece una definizione più esaustiva del concetto di Matematizzare e modellizzare, connotandola in termini didattici.

"Introdurre e utilizzare concetti, principi e metodi specifici della matematica per comprendere, spiegare, esaminare un dominio reale o ideale; individuare e applicare procedimenti attraverso i quali si utilizzano oggetti della matematica per modellizzare situazioni, ossia descriverle e rappresentarle utilizzando in modo consapevole il linguaggio specifico della matematica. La matematica può così modellizzare oggetti, situazioni e strutture del mondo reale o ideale tramite diversi tipi di rappresentazioni." (Piano di studio della scuola dell'obbligo, 2015, p. 146).

Le definizioni appena citate possono essere descritte tramite il seguente schema.

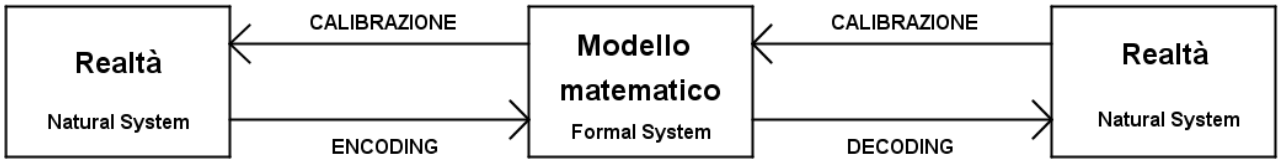


Figura 2.3: Schema che illustra il processo di matematizzazione e modellizzazione.

Per poter applicare il concetto di matematizzare e modellizzare ovviamente è necessario disporre di una situazione-problema (compito autentico) reale e ben strutturata. Una volta che la situazione problema è chiara bisogna porsi le seguenti due domande:

- Cosa voglio modellizzare?
- Come lo voglio modellizzare?

Infatti, una situazione problema reale è composta da varie caratteristiche. È necessario quindi scegliere quale caratteristica si vuole modellizzare e ovviamente anche il modo con cui lo si vuole fare. Per comprendere al meglio quanto appena spiegato, si può analizzare il seguente esempio.

Situazione problema: Un bambino corre sul sedime scolastico durante la ricreazione.

Questa semplice situazione, può essere matematizzata e modellizzata in svariate maniere, dato che possiede molte caratteristiche. Ad esempio si potrebbe analizzare lo spostamento del bambino in funzione del tempo, oppure la sua velocità. Prendendo in esame la prima proposta, si hanno diversi metodi per modellizzare il suo spostamento. Infatti, si potrebbe utilizzare una funzione, oppure dei vettori. Definiti i parametri di modellizzazione, si procede con la stesura del modello matematico vero e proprio, il quale descrive in modo formale (Formal System) quanto avviene della realtà (Natural System). "*Un modello matematico è la rappresentazione formale di idee o conoscenze relative ad un fenomeno.*" (Malinvaud, 1964). Ovviamente il modello matematico non può sostituire la realtà, la quale per sua natura è complessa. Esso infatti cerca di descrivere nel miglior modo possibile, ovvero nella maniera più verosimile, quanto avviene realmente.

"Il modello non esprime necessariamente l'intima e reale essenza del problema (la realtà è spesso così complessa da non lasciarsi rappresentare in modo esaustivo con formule matematiche), ma deve fornire una sintesi utile. I matematici hanno un ruolo particolare in tale contesto. Essi sanno vedere e capire la natura intrinseca di un problema, determinare quali caratteristiche sono rilevanti e quali non lo sono, e, di conseguenza sviluppare una rappresentazione matematica che contiene l'essenza del problema stesso." (Quarteroni, 1998).

Una volta che il modello matematico è stato sviluppato, esso deve venir simulato e i risultati matematici ottenuti vanno verificati. Se i risultati sono inverosimili, il modello matematico va modificato, migliorando la sua accuratezza. In questo caso si parla di calibrazione. Superata questa

fase, i risultati del modello devono essere verificati con la realtà del fenomeno modellizzato. Si ritorna quindi al contesto reale (Natural System).

Lo schema descritto è applicabile in svariati campi, non solo in quelli didattici. Infatti, pensando al mondo odierno, il quale sta vivendo una fase dove la tecnologia è un processo in forte crescita, si può intuire che la matematizzazione e la modellizzazione di fenomeni e situazioni reali sia una competenza indispensabile, ad esempio, per gli ingegneri elettronici e informatici, i quali sono sempre più confrontati nel costruire apparecchiature che sostituiscono l'uomo (robotica e domotica).

3. Quadro metodologico

3.1 La classe

Il lavoro di ricerca è stato svolto in una classe di prima media della Scuola Media di Cadenazzo, composta da 23 allievi. Il profitto generale della classe è discreto, come pure il comportamento durante le lezioni. Infatti, la classe mediamente presenta molte difficoltà di apprendimento della materia, legate principalmente alla presenza di un gruppetto di allievi che durante le lezioni preferisce impegnarsi in altre attività (chiacchiere, giochi, costruzioni con oggetti dell'astuccio) piuttosto che seguire le lezioni. Questo comporta non solo il loro rendimento negativo, ma ha come conseguenza il fatto di non avere un clima ideale di apprendimento per gli altri compagni di classe. Dato che il lavoro di ricerca ha coinvolto due docenti, esso è stato svolto anche in una classe di prima media della Scuola Media di Castione, composta da 24 allievi.

3.2 Traguardi di competenza

Il primo lavoro svolto è stato quello di identificare e specificare i traguardi di competenza da raggiungere alla fine del primo anno di Scuola Media (8° anno scolastico). Per fare questo lavoro è stato utilizzato il piano di studio, il quale fornisce i traguardi di competenza alla fine della quinta elementare (7° anno scolastico) e alla fine della quarta media (11° anno scolastico). Dai due elenchi, è stato stilato quello riguardante la fine della prima media. Dato che il lavoro di ricerca verte su un unico aspetto di competenza, sono stati elencati solo i traguardi di competenza riguardanti la matematizzazione e la modellizzazione.

Tabella 3.1: Traguardi di competenza alla fine della quinta elementare, prima e quarta media.

	Fine quinta elementare	**Fine prima media**	**Fine quarta media**
Situazione problema	Comprende e risolve con fiducia e determinazione situazioni-problema in tutti gli ambiti di contenuto previsti per questo ciclo, legate al concreto o astratte ma partendo da situazioni reali, mantenendo il controllo critico sia sui processi risolutivi sia sui risultati, esplorando e provando diverse strade risolutive.	*Analizza e risolve situazioni-problema reali in tutti gli ambiti di contenuto previsti fino all'ottavo anno scolastico (numeri e calcolo, geometria, grandezze e misure, probabilità e statistica), valutando i risultati ottenuti.*	Applica il pensiero matematico per comprendere e risolvere con fiducia e determinazione situazioni-problema sia reali sia astratte concernenti tutti gli ambiti previsti per questo ciclo, mantenendo il controllo critico sia sui processi risolutivi sia sui risultati, esplorando e provando diverse strade risolutive e valutando in modo critico le informazioni e la loro coerenza.
Figure nel piano e nello spazio	Riconosce, denomina, descrive e rappresenta figure (del piano e dello spazio), relazioni e strutture legate all'interpretazione della realtà o a una loro matematizzazione e modellizzazione.	*Individua, classifica, descrive e rappresenta tutte le figure piane e alcune figure solide (cubo, parallelepipedo), relazionandole alla realtà, ne individua le proprietà e ne determina misure significative (lunghezza dei lati, altezze, perimetri, aree e volumi).*	Riconosce, denomina, descrive, classifica e rappresenta figure (del piano e dello spazio), ne individua proprietà, ne coglie relazioni tra gli elementi e ne determina misure significative.
Grandezze	Gestisce confronti, classificazioni e ordinamenti delle più comuni grandezze ed effettua e calcola misure dirette e indirette legate alla realtà e a situazioni ideali ancorate al concreto.	*Effettua confronti, classificazioni, ordinamenti e trasformazioni delle più comuni grandezze (superficie, volume e capacità, ampiezza, tempo, valori monetari) e determina misure legate a situazioni reali e situazioni ideali ancorate al concreto.*	Gestisce confronti, misure, ordinamenti e trasformazioni delle principali grandezze, effettua e calcola misure dirette e indirette legate alla realtà e a situazioni ideali e conosce le più comuni unità di misura legate al Sistema Internazionale delle Unità e alla Legge federale sulla metrologia.
Interpretazione delle informazioni	Ricava e interpreta informazioni da tabelle e grafici; elabora, interpreta e rappresenta insiemi di dati forniti o ricercati.	*Legge e interpreta informazioni da tabelle, grafici, schemi e insiemi, elabora insiemi di dati e li rappresenta graficamente (istogrammi).*	Analizza e interpreta insiemi e rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni legate al contesto.
Probabilità	Esprime valutazioni probabilistiche in alcune semplici situazioni di incertezza legate al vissuto.	*Esprime pensieri probabilistici in alcune semplici situazioni di incertezza legate alla realtà (lancio dei dadi, lancio delle monete, estrazione di oggetti con reinserimento).*	Si orienta ed esprime valutazioni qualitative e quantitative probabilistiche in situazioni di incertezza legate principalmente al mondo reale.
Progettazione e realizzazione	Progetta e realizza rappresentazioni e modelli di vario tipo, matematizzando e modellizzando situazioni reali impregnate di senso.	*Progetta e realizza rappresentazioni e modelli di vario tipo, matematizzando e modellizzando situazioni reali impregnate di senso.*	Progetta e realizza rappresentazioni e modelli di vario tipo, matematizzando e modellizzando situazioni reali e ideali impregnate di senso.

3.3 Traguardi di apprendimento

Una volta definiti i traguardi di competenza, sono stati identificati e specificati i traguardi di apprendimento. Per raggiungere tale obiettivo si è utilizzata la stessa metodologia descritta per i traguardi di competenza. I traguardi di competenza sono stati suddivisi per ambito di competenza: Numeri e calcolo, Geometria e Grandezze e misure.

Tabella 3.2: Traguardi di apprendimento nell'ambito di competenza Numeri e calcolo alla fine della quinta elementare, prima e quarta media.

Numeri e calcolo	**Fine quinta elementare**	**Fine prima media**	**Fine quarta media**
Traguardi di apprendimento	Ricavare informazioni da una situazione aritmetica espressa in varie forme (linguistica, grafica ecc.). Tradurre una situazione di tipo aritmetico espressa in forma linguistica in una sequenza di calcoli. Tradurre una situazione di tipo aritmetico in rappresentazioni grafiche che ne esprimono la struttura. Matematizzare situazioni aritmetiche e combinatorie concrete a partire da esempi di risultati possibili su cui riflettere.	*Ricavare e analizzare informazioni da una situazione aritmetica espressa in varie forme (linguistica, grafica, tabellare, schematica, insiemistica), calcolare informazioni mancanti (ricercate).* *Tradurre una situazione di tipo aritmetico espressa in forma linguistica in un'espressione.* *Matematizzare e modellizzare tramite tabelle, grafici, schemi e insiemi situazioni aritmetiche e situazioni combinatorie descritte linguisticamente.*	Tradurre una situazione da diversi registri semiotici, in particolare aritmetico o algebrico, sotto forma di espressioni, equazioni e sistemi, applicando concetti matematici adeguati, al fine di determinare una procedura risolutiva. Modellizzare una situazione aritmetica sfruttando vari registri semiotici (linguistico, figurale, aritmetico, algebrico, gestuale ecc.).

Tabella 3.3: Traguardi di apprendimento nell'ambito di competenza Geometria alla fine della quinta elementare, prima e quarta media.

Geometria	**Fine quinta elementare**	**Fine prima media**	**Fine quarta media**
Traguardi di apprendimento	Analizzare e tradurre una situazione di tipo geometrico in rappresentazioni figurali (plastici, mappe e schizzi di figure elementari) o aritmetiche che ne esprimano la struttura, al fine di individuare un procedimento risolutivo.	*Analizzare e modellizzare una situazione geometrica reale nel piano e nello spazio applicando nozioni e proprietà fondamentali della geometria (area data da sottrazione, volume del parallelepipedo rettangolo).* *Modellizzare una figura piana anche se non rappresentata nel modo convenzionale.*	Analizzare e modellizzare una situazione concernente gli oggetti del piano e dello spazio applicando nozioni e proprietà fondamentali della geometria (in particolare: teorema di Pitagora e criteri di similitudine), passando da un registro semiotico a un altro, al fine di prendere decisioni e di determinare una procedura risolutiva.

Tabella 3.4: Traguardi di apprendimento nell'ambito di competenza Grandezze e misure alla fine della quinta elementare, prima e quarta media.

Grandezze e misure	Fine quinta elementare	Fine prima media	Fine quarta media
Traguardi di apprendimento	Analizzare relazioni tra grandezze diverse in gioco (in particolare: perimetri e aree di figure). Tradurre una situazione della vita quotidiana in linguaggio matematico (aritmetico, grafico, verbale ecc.), tenendo in considerazione le grandezze e le unità di misura in gioco.	*Analizzare relazioni tra grandezze diverse in gioco (in particolare: perimetro, area e volume di figure, spazio e tempo, concetto di volume e capacità).* *Tradurre situazioni del quotidiano in linguaggio matematico e geometrico (ad esempio: tragitti, volume di una stanza, tariffe e valori monetari, facendo uso di unità di misura adatte.*	Analizzare relazioni tra grandezze diverse in gioco (in particolare: area e volume di figure, spazio e tempo). Tradurre situazioni del quotidiano in linguaggio matematico (ad esempio: area di una stanza, velocità media di un'automobile, consumo di carburante, interesse finanziario ecc.) identificando le grandezze pertinenti e facendo uso di unità di misura adatte.

3.4 Rubrica valutativa

Dall'analisi iniziale è emerso che per quanto riguarda la matematizzazione e la modellizzazione esistono diverse competenze da sviluppare e da valutare. È impensabile e poco pratico per un docente creare una rubrica valutativa per ogni competenza emersa. Quindi si è deciso di implementare una rubrica generale che permette di valutare tutte le competenze che riguardano la matematizzazione e la modellizzazione in prima media. La rubrica valutativa è quindi di tipo analitica-generale.

La creazione della rubrica valutativa, la quale è illustrata nella pagina seguente, si è svolta in quattro fasi:

- scelta delle dimensioni;
- scelta degli indicatori;
- scelta dei livelli di padronanza;
- descrizione dei livelli di padronanza.

	Dimensioni	Indicatori	Iniziale	Base	Intermedio	Avanzato
REALTÀ	PROCESSO DI MODELLIZZAZIONE	**È in grado di capire quali sono le caratteristiche utili per la modellizzazione di una situazione reale.**	Identifica le caratteristiche utili con ***l'ausilio di una guida***.	Identifica le caratteristiche utili autonomamente in ***contesti semplici e famigliari***.	Identifica ***autonomamente*** le caratteristiche utili in ***contesti non famigliari e complessi***.	Identifica le caratteristiche utili in ***contesti non famigliari e complessi***, capendo in maniera ***autonoma*** quali possono essere declinate.
		Date le caratteristiche è in grado di utilizzare un linguaggio adeguato.	Utilizza il linguaggio adeguato se ***aiutato***.	Utilizza ***autonomamente*** il linguaggio adeguato in ***situazioni semplici e conosciute***.	Utilizza il linguaggio adeguato in ***situazioni complesse***.	Utilizza il linguaggio adeguato in ***situazioni complesse*** fornendo delle ***proposte originali***.
MODELLO	REGISTRI	**Scelta e utilizzo del registro**	***Necessita di aiuti*** per scegliere un registro adeguato ed utilizzarlo correttamente in ***situazioni semplici e conosciute***.	Sceglie e utilizza in maniera ***autonoma*** un registro adeguato in ***situazioni semplici e conosciute***.	Sceglie e utilizza in maniera ***autonoma*** un registro adeguato anche in ***situazioni inedite e complesse***.	Fa uso di un registro in maniera corretta, proponendo ***soluzioni originali*** in ogni situazione.
		Capacità di passare da un registro all'altro.	È in grado di muoversi tra vari registri in ***situazioni semplici*** e ***conosciute*** con ***l'ausilio di aiuti***.	È in grado di muoversi tra vari registri in ***situazioni semplici e conosciute*** in maniera ***autonoma***.	È in grado di muoversi tra vari registri in ***maniera autonoma***.	È in grado di muoversi tra vari registri in ***maniera autonoma*** fornendo ***proposte originali***.
	RACCOLTA DATI E INFORMAZIONI	**Capacità di individuare informazioni pertinenti da una situazione data.**	Individua quali sono le informazioni per la risoluzione del problema in ***situazioni semplici*** e ***conosciute*** se ***guidato***.	Individua quali sono le informazioni utili per la risoluzione del problema in ***situazioni semplici e conosciute autonomamente***.	Individua quali sono le informazioni utili per la risoluzione del problema in ***situazioni inedite e complesse***.	Individua quali sono le informazioni utili per la risoluzione del problema trovando ***nuovi metodi***.
		Ricavare dati da tabelle e grafici e testi.	Ricava i dati corretti in ***situazioni conosciute*** e ***semplici*** se ***aiutato***.	Ricava i dati utili in maniera ***autonoma*** da tabelle e grafici ***semplici*** e ***conosciuti***.	È in grado di ricavare dati corretti anche da tabelle e grafici più ***complessi***.	È in grado di ricavare dati corretti da tabelle e ***grafici nuovi e complessi*** in ***maniera autonoma***.
		Scelta dello strumento di misura adeguato.	Sceglie lo strumento adeguato in ***situazioni conosciute con aiuti***.	Sceglie in maniera ***autonoma*** lo strumento adeguato in ***situazioni semplici*** e ***conosciute***.	Sceglie in maniera autonoma lo strumento adeguato in ***situazioni complesse***.	Sceglie in ***maniera autonoma*** lo strumento adeguato in ***situazioni inedite***.
		Misurare	Effettua misure precise in ***situazioni semplici con l'ausilio di aiuti***.	Effettua misure precise in ***situazioni semplici***.	Effettua misure precise in ***situazioni complesse***.	Effettua misure precise anche in ***situazioni non convenzionali***.
	STIMA	**Stimare e approssimare i risultati attesi.**	È in grado di stimare i risultati in modo realistico con ***l'utilizzo di aiuti***.	È in grado di stimare i risultati in modo realistico ***autonomamente*** in ***situazioni conosciute***.	È in grado di stimare i risultati in modo preciso ***autonomamente in situazioni conosciute***.	È in grado di stimare i risultati in modo preciso in ***situazioni nuove***.
REALTÀ	CONTROLLO E REGOLAZIONE	**Valutare la verosimiglianza dei risultati ottenuti.**	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione ***con l'aiuto*** del docente.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione in verifiche ***semplici*** e ***conosciute***.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione in ***situazioni complesse***.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione in ***situazioni nuove***.
		Capacità di correzione e regolazione.	Corregge ***con l'aiuto*** del docente.	Corregge in maniera ***autonoma***.	È in grado di correggere in ***situazioni più complicate***.	È in grado di correggere in ***situazioni mai viste***.

Figura 3.1: Rubrica valutativa per il processo Matematizzare e modellizzare in prima media.

3.4.1 Le dimensioni

Come detto in precedenza, la rubrica valutativa è di carattere generale. Quindi si sono dovute considerare le dimensioni riguardanti tutti gli ambiti di competenza (Numeri e calcolo, Grandezze e misure, Geometria). Da questa premessa si è giunti alla seguente lista di dimensioni:

- processo di modellizzazione;
- registri;
- raccolta dati e informazioni;
- stima;
- controllo e regolazione.

La dimensione "processo di modellizzazione" riguarda l'individuazione delle caratteristiche utili alla risoluzione della situazione-problema proposta.

La dimensione "registri" considera il linguaggio matematico con cui le caratteristiche utili sono descritte (registri algebrici, testuali, figurali, ecc.).

Nella dimensione "raccolta dati e informazioni" vengono considerati tutti i processi che permettono la raccolta delle informazioni utili alla risoluzione della situazione affrontata. I dati e le informazioni possono essere raccolti direttamente da fonti fornite dal docente (tabelle, grafici e testi) oppure possono essere misurati dagli allievi stessi, con strumenti di misura adeguati.

La dimensione "stima" riguarda la capacità di prevedere dei risultati da parte degli allievi.

Nella dimensione "controllo e regolazione" vengono considerati i processi che gli allievi mettono in atto per valutare la verosimiglianza dei risultati ottenuti e le capacità di correzione delle proprie soluzioni in caso di errore.

Le dimensioni scelte sono in stretta relazione con le fasi di matematizzazione e modellazione descritte nel quadro teorico.

3.4.2 Gli indicatori

Per ogni dimensione sono stati elencati alcuni indicatori. Per un fatto di praticità si è deciso di non entrare troppo nello specifico, e quindi di limitare il numero di indicatori (massimo quattro) per ogni dimensione. A titolo di esempio, per la dimensione "Raccolta dati e informazioni" sono stati scelti i seguenti indicatori:

- capacità di individuare informazioni pertinenti da una situazione data;
- ricavare dati da tabelle, grafici e testi;
- scelta dello strumento di misura adeguato;
- misurare.

3.4.3 Livelli di padronanza

Una volta scelte le dimensioni e i relativi indicatori, è stato necessario formalizzare i livelli di padronanza. Si è scelto di utilizzare un sistema composto da quattro livelli, espressi con i seguenti termini:

- iniziale;
- base;
- intermedio;
- avanzato.

3.4.4 Descrizione dei livelli di padronanza

Ogni livello deve essere ben distinguibile dall'altro, al fine di poter effettuare una valutazione più reale possibile. Per distinguere i quattro livelli, è stato necessario considerare i seguenti parametri:

- grado di rielaborazione richiesto (risposte riproduttive -› risposte originali)
- livello di familiarità dei contesti d'azione (conosciuto, famigliare e semplice -› inedito, non famigliare e complesso)
- livello di difficoltà dei contesti d'azione (semplice -› complesso)
- grado di autonomia (necessita di aiuto -› lavora in completa autonomia)

La tabella seguente rappresenta come si sono distinti i vari livelli di padronanza in base ai parametri appena elencati.

Tabella 3.5: Distinzione dei livelli di padronanza in base ai parametri scelti.

Parametri	**Iniziale**	**Base**	**Intermedio**	**Avanzato**
Risposta	Riproduttiva	Riproduttiva	Riproduttiva	Originale
Contesti	Conosciuto, famigliare e semplice	Conosciuto, famigliare e semplice	Inedito, non famigliare e complesso	Inedito, non famigliare e complesso
Difficoltà	Semplice	Semplice	Complesso	Complesso
Autonomia	Necessita di aiuto	Autonomo	Autonomo	Autonomo

Una volta stabiliti i parametri che distinguono i vari livelli si è passati alla stesura delle descrizioni vere e proprie. È importante esplicitare due precisazioni, al fine di comprendere al meglio la struttura della rubrica valutativa. Innanzitutto, per la descrizione dei vari livelli di padronanza si è considerato il fatto che ogni allievo è in grado di manifestare una competenza, aiutato dal docente oppure dal compagno di classe, in contesti semplici e conosciuti, limitandosi a fornire una risposta riproduttiva. Di conseguenza nella descrizione dei livelli di padronanza non appariranno frasi come "L'allievo non è in grado di …", "L'allievo non sa fare …". Piuttosto verranno considerate delle descrizioni positive, le quali potranno fungere da stimolo agli allievi per migliorarsi. Secondariamente, data l'assenza di frasi con connotazioni negative, bisogna specificare che esiste comunque una distinzione tra una prestazione sufficiente e una insufficiente. Nel caso della rubrica progettata, il livello base rappresenta la sufficienza. Nella rubrica valutativa rappresentata in precedenza, sono evidenziate le parole chiave che distinguono un livello di padronanza dall'altro, in base alla tabella appena illustrata.

3.5 Svolgimento

Per poter verificare la validità della rubrica valutativa progettata, sono state create delle attività di matematizzazione e modellizzazione, le quali sono state proposte in classe agli allievi. Per limiti di tempo sono state proposte solamente due attività, le quali però hanno permesso di poter esplorare tutte le dimensioni della rubrica valutativa.

3.5.1 Abbonamenti Arcobaleno

Come prima attività, si è deciso di lavorare sugli abbonamenti Arcobaleno, i quali permettono di viaggiare sui mezzi pubblici (bus, treni, battelli, funivie, ecc.) nel territorio ticinese e in quello del Grigioni italiano. Lo scopo dell'attività è quello di determinare quale tipo di offerta, tra le varie proposte che fornisce Arcobaleno, è la più conveniente per il trasporto annuale degli allievi che frequentano la Scuola Media di Cadenazzo. Data la difficoltà dell'obiettivo prefissato, è stato creato un percorso suddiviso in due attività.

Attività 1 (Opuscolo Arcobaleno)

La prima attività (vedi Allegato 1) ha lo scopo di prendere conoscenza della comunità tariffale Arcobaleno. Arcobaleno offre una vasta gamma di biglietti e abbonamenti, i quali hanno un costo che dipende da molti parametri. L'opuscolo Arcobaleno offre una panoramica sui vari titoli di trasporto e spiega in modo chiaro come viene determinato il costo degli stessi. L'attività proposta consiste nel rispondere ad alcune domande, nelle quali è richiesto di determinare i costi di vari biglietti e abbonamenti. Per fare ciò, gli allievi hanno avuto a disposizione i seguenti materiali (i quali si trovano sul sito https://www.arcobaleno.ch):

- Opuscolo Arcobaleno
- Mappa delle zone (per i biglietti)
- Mappa delle zone (per gli abbonamenti)

Agli allievi, oltre all'Opuscolo Arcobaleno sono state fornite le mappe delle zone (divise tra biglietti e abbonamenti) perché per determinare il costo di un titolo di trasporto è necessario sapere quante zone si attraversano nel percorso che si vuole affrontare con i mezzi pubblici. Il territorio del

Canton Ticino e del Grigioni italiano è stato suddiviso in zone, ognuna identificata con il relativo numero. In base al numero di zone attraversate, si determina il costo del titolo di trasporto. Nelle schede fornite agli allievi (Allegato 1) è riportato un esempio che chiarisce quanto appena spiegato.

La fase di lavoro pratica, dove gli allievi hanno dovuto ricercare le informazioni necessarie nell'opuscolo e nelle varie mappe, è stata preceduta da una fase teorica guidata dal docente, dove gli allievi hanno potuto prendere atto dei vari parametri (età, classe, tipologia del titolo di trasporto, zone da attraversare, durata del titolo di trasporto) che vanno considerati per il calcolo del titolo di trasporto scelto. Il lavoro è stato svolto a gruppi composti da 3/4 allievi ciascuno.

Attività 2 (I bus)

Nella seconda attività (vedi Allegato 2) lo scopo è quello di analizzare varie offerte di biglietti e abbonamenti e determinare quale sia la più conveniente per il trasporto annuale degli allievi che frequentano la Scuola Media di Cadenazzo. Gli allievi hanno lavorato a gruppi e hanno avuto a disposizione tutto il materiale necessario per poter affrontare l'attività. Per facilitare il compito, tra i diversi titoli di trasporto offerti da Arcobaleno, sono stati scelti i seguenti da analizzare:

- biglietto singolo;
- carta giornaliera;
- abbonamento settimanale;
- abbonamento annuale.

Data la complessità dell'attività essa è stata suddivisa in diverse fasi. In ogni fase gli allievi hanno dovuto ricercare ed elaborare delle informazioni da materiali forniti dal docente. Per ogni fase è stato previsto un aiuto per poter superare la fase stessa nel caso gli allievi avessero avuto dei problemi. Per poter raggiungere lo scopo dell'attività, sono state necessarie molte informazioni, le quali hanno permesso di determinare i costi dei titoli di trasporto analizzati. Di seguito sono elencate le informazioni da ricercare ed elaborare:

- numero di allievi (suddivisi per provenienza e per classe);
- numero di corse giornaliere / numero di giorni / numero di settimane;
- numero delle zone di percorrenza;
- costo dei titoli di trasporto in base al numero di zone percorse.

Ogni informazione da ricercare ed elaborare è rintracciabile nei vari materiali messi a disposizione (vedi Allegato 3) agli allievi, i quali sono stati distribuiti fase per fase, per non appesantire il lavoro di ricerca. Di seguito sono elencati i materiali messi a disposizione:

- mappa dei comuni (dal sito https://www.google.ch/maps);
- lista provenienza degli allievi (ordine alfabetico);
- calendari 2016 e 2017;
- mappa delle zone (per i biglietti e per gli abbonamenti);
- opuscolo Arcobaleno.

Ogni fase ha avuto una durata prestabilita, la quale è stata modificata a dipendenza dell'andamento dei lavori. Infatti, se in generale gli allievi si sono trovati in particolare difficoltà, gli è stato concesso più tempo del previsto. Viceversa, se gli allievi non riscontravano particolati problemi si è passati alla fase successiva prima del previsto. Ai gruppi che alla fine del tempo concesso non riuscivano a ricercare e ad elaborare le informazioni necessarie, è stato dato un aiuto (vedi Allegato 4), il quale forniva i dati che avrebbero dovuto estrarre da soli. Ogni fase dispone quindi del suo aiuto relativo.

La tabella illustrata nella seguente pagina mostra le varie fasi dell'attività.

Tabella 3.6: Fasi di lavoro svolte durante l'attività 2.

Fase	Attività	Materiale a disposizione	Aiuti
1	Conteggio degli allievi per provenienza e classe	Mappa dei comuni (Allegato 3.1) Lista provenienza allievi (Allegato 3.2)	Lista provenienza allievi ordinata (Allegato 4.1) Conteggio allievi - Aiuto 1 (Allegato 4.2)
2	Conteggio delle corse giornaliere effettuate durante l'anno scolastico	Calendario 2016 Calendario 2017	I giorni e le corse giornaliere - Aiuto 2 (Allegato 4.3)
3	Zone di percorrenza in base alla provenienza	Mappa zone Arcobaleno per i biglietti (Allegato 3.3) Mappa zone Arcobaleno per gli abbonamenti (Allegato 3.4)	Zone di percorrenza - Aiuto 3 (Allegato 4.4)
4	Costi dei biglietti e degli abbonamenti in funzione delle zone	Opuscolo Arcobaleno	I costi - Aiuto 4 (Allegato 4.5)
5	Calcolo dei costi delle varie offerte	Scheda riassuntiva dati (Allegato 3.5)	Calcolo dei costi in base ai vari tipi di biglietti/abbonamenti - Aiuto 5 (Allegato 4.6)
6	Scelta dell'offerta più conveniente		

3.5.2 Le panchine

Dopo aver lavorato con delle attività situate nel contesto numerico, si è deciso di proporre un'attività (vedi Allegato 5) nel contesto geometrico. È stato chiesto agli allievi di stabilire quanti barattoli di vernice fossero necessari per riverniciare le panchine di cemento che si trovano sul cortile della sede scolastica, sapendo che con ogni barattolo si sarebbe potuto verniciare una superficie pari a 5000 cm^2.

Figura 3.2: Immagine delle panchine presenti nel cortile della Scuola Media di Cadenazzo.

Come nelle attività precedenti, gli allievi hanno lavorato a gruppi composti da 3/4 unità. Gli allievi hanno dovuto dapprima stimare la quantità di barattoli necessari per verniciare una panchina. Questa fase è stata svolta in classe, senza poter avere le panchine davanti gli occhi. Una volta effettuata la stima (svolta singolarmente) gli allievi si sono riuniti in gruppi, e hanno discusso le proprie stime. Decisa la stima più verosimile, gli allievi hanno dovuto scegliere tra una serie di strumenti, i tre che avrebbero potuto portare all'esterno per poter determinare la soluzione della situazione proposta. È seguita poi la fase pratica, la quale non prevedeva l'utilizzo di aiuti.

La seguente tabella mostra le varie fasi dell'attività.

Tabella 3.7: Fasi di lavoro svolte durante l'attività Le panchine.

Fase	Attività	Materiale a disposizione
1	Stima del numero di barattoli necessari a verniciare una panchina (lavoro autonomo)	Scheda attività (Allegato 5)
2	Discussione delle stime e scelta della stima più verosimile (lavoro a gruppi)	Scheda attività
3	Scelta degli strumenti	Scheda attività
4	Misure e calcolo della superfice totale della panchina	Strumenti scelti
5	Calcolo dei barattoli necessari a verniciare una panchina	Scheda attività

3.6 Dimensioni esplorate

Le attività descritte precedentemente sono state affrontate dagli allievi, i quali sono stati valutati durante lo svolgimento delle stesse. Come già detto lo strumento per la valutazione è la rubrica valutativa. Ovviamente esiste una forte connessione tra le attività svolte e la rubrica valutativa creata. Infatti, le attività sono state costruite partendo dalle dimensioni e dagli indicatori presenti nella rubrica. In questo capitolo si vuole analizzare quali dimensioni sono state esplorate dagli allievi nell'affrontare le situazioni proposte.

3.6.1 Abbonamenti Arcobaleno – Attività 1

Fondamentalmente nella prima attività gli allievi hanno dovuto ricavare dei dati e delle informazioni da testi e da tabelle, presenti nell'opuscolo Arcobaleno. La situazione proposta si inserisce in un contesto conosciuto per gli allievi (dato che la maggior parte di loro possiede un titolo di traporto e utilizza i mezzi pubblici) ma l'estrazione di dati da testi e da tabelle è un processo inedito.

Tabella 3.8: Livelli di padronanza considerati per la dimensione "Raccolta dati e informazioni" nella prima attività sugli Abbonamenti Arcobaleno.

Dimensione	Indicatori	Iniziale	Base	Intermedio	Avanzato
RACCOLTA DATI E INFORMAZIONI	Capacità di individuare informazioni pertinenti da una situazione data.	Individua quali sono le informazioni per la risoluzione del problema in situazioni semplici e conosciute se guidato.	Individua quali sono le informazioni utili per la risoluzione del problema in situazioni semplici e conosciute autonomamente.	Individua quali sono le informazioni utili per la risoluzione del problema in situazioni inedite e complesse.	Individua quali sono le informazioni utili per la risoluzione del problema trovando nuovi metodi.
	Ricavare dati da tabelle e grafici e testi.	Ricava i dati corretti in situazioni conosciute e semplici se aiutato.	Ricava i dati utili in maniera autonoma da tabelle e grafici semplici e conosciuti.	È in grado di ricavare dati corretti anche da tabelle e grafici più complessi.	È in grado di ricavare dati corretti da tabelle e grafici nuovi e complessi in maniera autonoma.

Una volta ricavati i dati da tabelle e testi presenti sull'opuscolo Arcobaleno, gli allievi hanno dovuto valutare la correttezza degli stessi, ed eventualmente effettuare delle correzioni utilizzando il proprio senso critico (ad esempio: è inverosimile che un biglietto andata e ritorno da Cadenazzo a Bellinzona costi 100 Fr).

Tabella 3.9: Livelli di padronanza considerati per la dimensione "Controllo e regolazione" nella prima attività sugli Abbonamenti Arcobaleno.

Dimensione	Indicatori	Iniziale	Base	Intermedio	Avanzato
CONTROLLO E REGOLAZIONE	Capacità di Valutare la verosimiglianza dei risultati ottenuti.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione con l'aiuto del docente.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione in verifiche semplici e conosciute.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione in situazioni complesse.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione in situazioni nuove.
	Capacità di correzione e regolazione.	Corregge con l'aiuto del docente.	Corregge in maniera autonoma.	È in grado di correggere in situazioni più complicate.	È in grado di correggere in situazioni mai viste.

3.6.2 Abbonamenti Arcobaleno – Attività 2

La seconda attività è più complessa rispetto alla prima. Per scegliere quale offerta sia la più conveniente è stato necessario effettuare uno studio raccogliendo molti dati. Quindi in primo luogo bisognava capire di quali dati si necessitava (costi, numero di zone, numero di giorni e settimane, numero di allievi). Il contesto è conosciuto ma il livello di difficoltà è elevato.

Tabella 3.10: Livelli di padronanza considerati per la dimensione "Processo di modellizzazione" nella seconda attività sugli Abbonamenti Arcobaleno.

Dimensioni	Indicatori	Iniziale	Base	Intermedio	Avanzato
PROCESSO DI MODELLIZZAZIONE	È in grado di capire quali sono le caratteristiche utili per la modellizzazione di una situazione reale.	Identifica le caratteristiche utili con l'ausilio di una guida.	Identifica le caratteristiche utili autonomamente in contesti semplici e famigliari.	Identifica autonomamente le caratteristiche utili in contesti non famigliari e complessi.	Identifica le caratteristiche utili in contesti non famigliari e complesse, capendo in maniera autonoma quali possono essere declinate.

	Date le caratteristiche è in grado di utilizzare un linguaggio adeguato.	Utilizza il linguaggio adeguato se aiutato.	Utilizza autonomamente il linguaggio adeguato in situazioni semplici e conosciute.	Utilizza il linguaggio adeguato in situazioni complesse.	Utilizza il linguaggio adeguato in situazioni complesse fornendo delle proposte originali.

I registri utilizzati in questa attività sono prevalentemente quelli algebrici e testuali. Gli allievi hanno avuto la necessità di passare da un registro all'altro (in prevalenza da quello testuale a quello numerico). Data la difficoltà dell'attività gli allievi nella fase della raccolta dati sono stati aiutati nella scelta del registro. Infatti, hanno ricevuto delle tabelle da compilare con i dati corretti. La scelta di procedere in questo modo è stata dettata non solo dalla situazione complessa ma dal fatto che essa era inedita.

Tabella 3.11: Livelli di padronanza considerati per la dimensione "Registri" nella seconda attività sugli Abbonamenti Arcobaleno.

Dimensione	Indicatori	Iniziale	Base	Intermedio	Avanzato
REGISTRI	Scelta e utilizzo del registro	Necessita di aiuti per scegliere un registro adeguato ed utilizzarlo correttamente in situazioni semplici e conosciute.	Sceglie e utilizza in maniera autonoma un registro adeguato in situazioni semplici e conosciute.	Sceglie e utilizza in maniera autonoma un registro adeguato anche in situazioni inedite e complesse.	Fa uso di un registro in maniera corretta, proponendo soluzioni originali in ogni situazione.
	Capacità di passare da un registro all'altro.	È in grado di muoversi tra vari registri in situazioni semplici e conosciute con l'ausilio di aiuti.	È in grado di muoversi tra vari registri in situazioni semplici e conosciute in maniera autonoma.	È in grado di muoversi tra vari registri in maniera autonoma.	È in grado di muoversi tra vari registri in maniera autonoma fornendo proposte originali.

Per la racconta dei dati vale lo stesso discorso fatto per l'attività 1. L'unica differenza significativa è che per gli allievi non si tratta più di un processo inedito, dato che hanno già effettuato un lavoro di questo genere.

Tabella 3.12: Livelli di padronanza considerati per la dimensione “Raccolta dati e informazioni” nella seconda attività sugli Abbonamenti Arcobaleno.

Dimensione	Indicatori	Iniziale	Base	Intermedio	Avanzato
RACCOLTA DATI E INFORMAZIONI	Capacità di individuare informazioni pertinenti da una situazione data.	Individua quali sono le informazioni per la risoluzione del problema in situazioni semplici e conosciute se guidato.	Individua quali sono le informazioni utili per la risoluzione del problema in situazioni semplici e conosciute autonomamente.	Individua quali sono le informazioni utili per la risoluzione del problema in situazioni inedite e complesse.	Individua quali sono le informazioni utili per la risoluzione del problema trovando nuovi metodi.
	Ricavare dati da tabelle e grafici e testi.	Ricava i dati corretti in situazioni conosciute e semplici se aiutato.	Ricava i dati utili in maniera autonoma da tabelle e grafici semplici e conosciuti.	È in grado di ricavare dati corretti anche da tabelle e grafici più complessi.	È in grado di ricavare dati corretti da tabelle e grafici nuovi e complessi in maniera autonoma.

La fase di controllo e regolazione è stata molto importante. Infatti, gli allievi hanno commesso molti errori quando sono stati chiamati ad effettuare i calcoli per determinare i vari costi. Gli errori commessi sono dovuti principalmente alla grande quantità di dati in gioco, e quindi era evidente attendersi delle soluzioni non completamente corrette. Con l’aiuto del docente essi sono stati in grado di poter effettuare le correzioni necessarie. Il ruolo del docente è stato quello di porre delle domande agli allievi per indurli a ragionare e a capire quali errori avessero commesso.

Tabella 3.13: Livelli di padronanza considerati per la dimensione “Controllo e regolazione” nella seconda attività sugli Abbonamenti Arcobaleno.

Dimensione	Indicatori	Iniziale	Base	Intermedio	Avanzato
CONTROLLO E REGOLAZIONE	Capacità di Valutare la verosimiglianza dei risultati ottenuti.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione con l’aiuto del docente.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione in verifiche semplici e conosciute.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione in situazioni complesse.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione in situazioni nuove.
	Capacità di correzione e regolazione.	Corregge con l’aiuto del docente.	Corregge in maniera autonoma.	È in grado di correggere in situazioni più complicate.	È in grado di correggere in situazioni mai viste.

3.6.3 Le panchine

In questa attività gli allievi hanno dovuto determinare la superficie da verniciare di una panchina per poi effettuare il calcolo dei barattoli necessari. La situazione proposta è nuova ma famigliare, dato che le panchine sono degli oggetti che hanno già utilizzato e hanno visto tutti i giorni più di una volta essendo posizionate nel cortile della sede, davanti all'entrata. Gli allievi hanno dovuto capire quale caratteristica della panchinadovevano prendere in considerazione (la sua superficie).

Tabella 3.14: Livelli di padronanza considerati per la dimensione "Processo di modellizzazione" nell'attività sulle panchine.

Dimensione	Indicatori	Iniziale	Base	Intermedio	Avanzato
PROCESSO DI MODELLIZZAZIONE	È in grado di capire quali sono le caratteristiche utili per la modellizzazione di una situazione reale.	Identifica le caratteristiche utili con l'ausilio di una guida.	Identifica le caratteristiche utili autonomamente in contesti semplici e famigliari.	Identifica autonomamente le caratteristiche utili in contesti non famigliari e complessi.	Identifica le caratteristiche utili in contesti non famigliari e complesse, capendo in maniera autonoma quali possono essere declinate.
	Date le caratteristiche è in grado di utilizzare un linguaggio adeguato.	Utilizza il linguaggio adeguato se aiutato.	Utilizza autonomamente il linguaggio adeguato in situazioni semplici e conosciute.	Utilizza il linguaggio adeguato in situazioni complesse.	Utilizza il linguaggio adeguato in situazioni complesse fornendo delle proposte originali.

I registri utilizzati in questa attività sono prevalentemente quelli algebrici, geometrici e figurali. Gli allievi hanno avuto la necessità di passare da un registro all'altro (in prevalenza da quelli figurali e geometrici a quello numerico) in maniera autonoma, per determinare la superficie della panchina.

Tabella 3.15: Livelli di padronanza considerati per la dimensione "Registri" nell'attività sulle panchine.

Dimensione	Indicatori	Iniziale	Base	Intermedio	Avanzato
REGISTRI	Scelta e utilizzo del registro	Necessita di aiuti per scegliere un registro adeguato ed utilizzarlo correttamente in situazioni semplici e conosciute.	Sceglie e utilizza in maniera autonoma un registro adeguato in situazioni semplici e conosciute.	Sceglie e utilizza in maniera autonoma un registro adeguato anche in situazioni inedite e complesse.	Fa uso di un registro in maniera corretta, proponendo soluzioni originali in ogni situazione.
	Capacità di passare da un registro all'altro.	È in grado di muoversi tra vari registri in situazioni semplici e conosciute con l'ausilio di aiuti.	È in grado di muoversi tra vari registri in situazioni semplici e conosciute in maniera autonoma.	È in grado di muoversi tra vari registri in maniera autonoma.	È in grado di muoversi tra vari registri in maniera autonoma fornendo proposte originali.

In primo luogo gli allievi hanno dovuto determinare quali informazioni erano necessarie per la risoluzione del problema. Parte di queste informazioni andavano ricercate nel breve testo della situazione data. In questo caso si sono trovati di fronte ad un compito semplice e conosciuto. Gli allievi, sempre in maniera autonoma, hanno dovuto scegliere tre strumenti di misura utili per modellizzare la situazione proposta. È la prima volta che si trovano di fronte a questo tipo di scelta, quindi per loro è una situazione inedita. Quindi, una volta scelti gli strumenti, hanno dovuto effettuare le misurazioni necessarie. In alcuni casi le misurazioni erano semplici (per esempio la superficie dove ci si siede è di forma rettangolare), mentre in altre è stato complesso, dato che per determinare correttamente l'area della parte laterale anteriore e posteriore hanno dovuto suddividere la superficie in tre rettangoli (gli allievi potevano procedere in due modi diversi).

Tabella 3.16: Livelli di padronanza considerati per la dimensione “Raccolta dati e informazioni” nell'attività sulle panchine.

Dimensione	Indicatori	Iniziale	Base	Intermedio	Avanzato
RACCOLTA DATI E INFORMAZIONI	Capacità di individuare informazioni pertinenti da una situazione data.	Individua quali sono le informazioni per la risoluzione del problema in situazioni semplici e conosciute se guidato.	Individua quali sono le informazioni utili per la risoluzione del problema in situazioni semplici e conosciute autonomamente.	Individua quali sono le informazioni utili per la risoluzione del problema in situazioni inedite e complesse.	Individua quali sono le informazioni utili per la risoluzione del problema trovando nuovi metodi.
	Ricavare dati da tabelle e grafici e testi.	Ricava i dati corretti in situazioni conosciute e semplici se aiutato.	Ricava i dati utili in maniera autonoma da tabelle e grafici semplici e conosciuti.	È in grado di ricavare dati corretti anche da tabelle e grafici più complessi.	È in grado di ricavare dati corretti da tabelle e grafici nuovi e complessi in maniera autonoma.
	Scelta dello strumento di misura adeguato.	Sceglie lo strumento adeguato in situazioni conosciute con aiuti.	Sceglie in maniera autonoma lo strumento adeguato in situazioni semplici e conosciute.	Sceglie in maniera autonoma lo strumento adeguato in situazioni complesse.	Sceglie in maniera autonoma lo strumento adeguato in situazioni inedite.
	Misurare	Effettua misure precise in situazioni semplici con l’ausilio di aiuti.	Effettua misure precise in situazioni semplici.	Effettua misure precise in situazioni complesse.	Effettua misure precise anche in situazioni non convenzionali.

Prima di intraprendere l’attività agli allievi è stato chiesto di stimare il numero di barattoli necessari alla verniciatura di una panchina. Questo compito è di per sé nuovo e complesso, non tanto nel processo di stima ma per cosa andava stimato. Gli allievi non hanno avuto a disposizione l’oggetto davanti ai loro occhi, dato che la stima è stata effettuata in aula. Questo ha reso ancora più difficile la richiesta. In questa fase hanno lavorato individualmente, e una volta che si sono riuniti in gruppo hanno potuto discutere tra loro quale fosse la stima più verosimile, confrontando le varie proposte.

Tabella 3.17: Livelli di padronanza considerati per la dimensione “Stima” nell'attività sulle panchine.

Dimensione	Indicatori	Iniziale	Base	Intermedio	Avanzato
STIMA	Stimare e approssimare i risultati attesi.	È in grado di stimare i risultati in modo realistico con l’utilizzo di aiuti.	È in grado di stimare i risultati in modo realistico autonomamente in situazioni conosciute.	È in grado di stimare i risultati in modo preciso autonomamente in situazioni conosciute.	È in grado di stimare i risultati in modo preciso in situazioni nuove.

Una volta determinato il numero esatto di barattoli, hanno dovuto confrontarlo con la stima iniziale, per rendersi conto della loro capacità di stimare.

La fase di controllo e regolazione è stata discussa in parte all’esterno con i vari gruppi e poi in aula tramite messa in comune. In questa fase si è discusso della verosimiglianza dei risultati ottenuti, confrontando le varie soluzioni trovate dai gruppi. I gruppi che sono giunti a delle soluzioni non verosimili hanno potuto effettuare la correzione delle proprie soluzioni, prendendo spunto dai procedimenti adottati dagli altri gruppi.

Tabella 3.18: Livelli di padronanza considerati per la dimensione “Controllo e regolazione” nell'attività sulle panchine.

Dimensione	Indicatori	Iniziale	Base	Intermedio	Avanzato
CONTROLLO E REGOLAZIONE	Capacità di Valutare la verosimiglianza dei risultati ottenuti.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione con l’aiuto del docente.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione in verifiche semplici e conosciute.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione in situazioni complesse.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione in situazioni nuove.
	Capacità di correzione e regolazione.	Corregge con l’aiuto del docente.	Corregge in maniera autonoma.	È in grado di correggere in situazioni più complicate.	È in grado di correggere in situazioni mai viste.

3.7 Utilizzo della rubrica

La rubrica valutativa ha permesso innanzitutto di sviluppare le attività. Infatti, dato che la rubrica è lo strumento per valutare le competenze espresse dagli allievi, è importante che essi siano nella condizione di esprimerle, e quindi le attività che si propongono in classe devono essere costruite in base ai criteri con cui si valutano gli allievi. In seguito, durante le fasi dove gli allievi hanno affrontato le attività in classe, è stata utilizzata come strumento valutativo. La rubrica valutativa non è stato l'unico strumento utilizzato per valutare gli allievi. Infatti, in ogni attività la rubrica è stata accompagnata da altri strumenti, i quali hanno permesso di poter effettuare una valutazione più verosimile possibile.

3.7.1 Abbonamenti Arcobaleno – Attività 1

Nella prima attività la rubrica valutativa è stata accompagnata da una tabella nella quale il docente ha potuto raccogliere le informazioni sul lavoro svolto dagli allievi. Si è osservata la capacità di raccolta dei dati da parte degli allievi e la capacità di effettuare il controllo ed eventualmente la regolazione dei risultati ottenuti.

Tabella 3.19: Parte della tabella valutativa utilizzata dal docente nella prima attività sugli Abbonamenti Arcobaleno.

Gruppo	Allievo	Raccolta dati	Controllo e regolazione
1			
2			

3.7.2 Abbonamenti Arcobaleno – Attività 2

Data la complessità della seconda attività, essa è stata proposta con una modalità che permetteva l'ausilio di aiuti, i quali a loro volta permettevano di giungere alla soluzione richiesta. Ogni aiuto, il quale illustrava la soluzione della relativa fase, è stato progettato per superare una fase ben precisa, per poi poter svolgere la seguente. Il docente ha fornito gli aiuti ai gruppi che non erano in grado di affrontare una determinata fase e ha tenuto nota in un diario quali gruppi hanno usufruito dei vari aiuti. In base al tipo di aiuto e al loro utilizzo è stato possibile creare uno schema con cui valutare le prestazioni degli allievi.

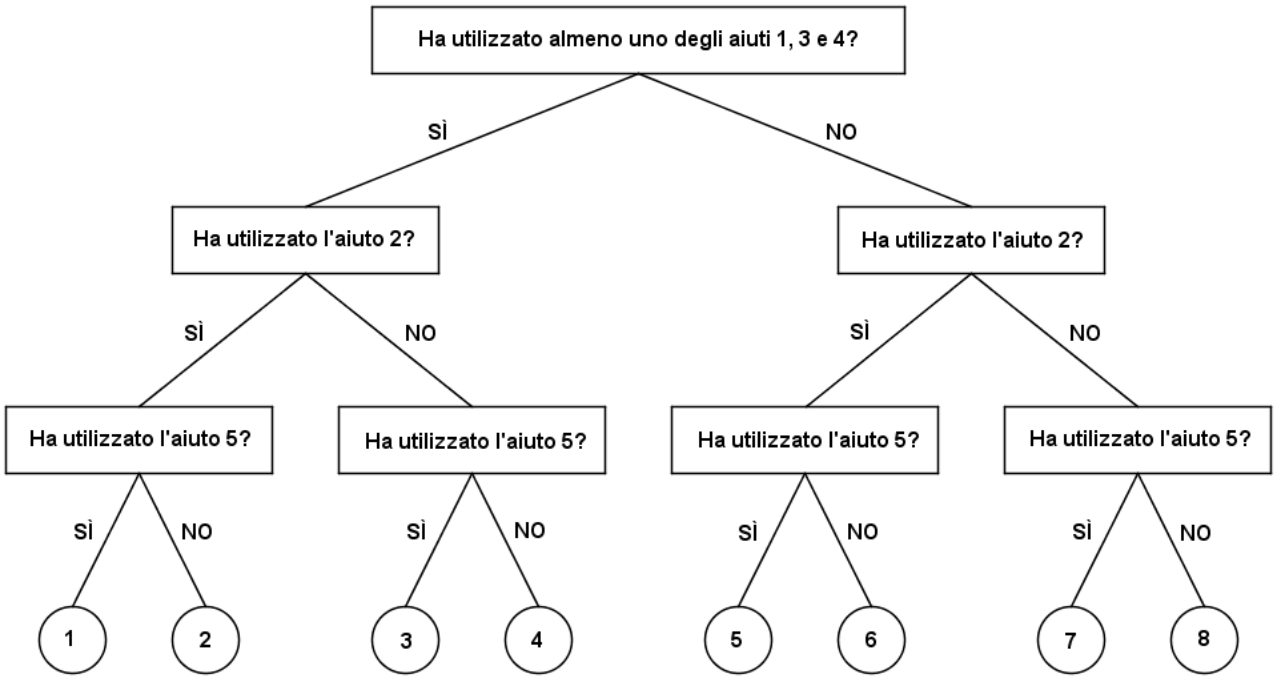


Figura 3.3: Schema valutativo (in funzione degli aiuti) della seconda attività sugli Abbonamenti Arcobaleno.

Tabella 3.20: Profili degli allievi (in funzione degli aiuti utilizzati) sul processo di Matematizzazione e modellizzazione inerenti la seconda attività sugli Abbonamenti Arcobaleno.

Profilo	Descrizione profilo
1	L'allievo riscontra qualche difficoltà nella matematizzazione e nella modellizzazione di situazioni reali. Innanzitutto dovrebbe allenarsi nella raccolta di dati da tabelle, elenchi e situazioni conosciute (ad esempio leggendo alcuni articoli di giornale, confrontando i prezzi di alcuni articoli venduti in vari supermercati, ecc.). Una volta che è in grado di ricavare informazioni pertinenti, dovrebbe sforzarsi di comprendere al meglio la situazione proposta con lo scopo di utilizzare nel modo adeguato le informazioni in suo possesso.
2	L'allievo è in grado di utilizzare al meglio le informazioni in suo possesso per raggiungere la soluzione del problema. Purtroppo non è ancora in grado di raccogliere informazioni da tabelle, elenchi e da situazioni famigliari. La raccolta di informazioni è indispensabile per poter matematizzare e modellizzare qualsiasi situazione. Con un buon allenamento, riuscirà a superare questo scoglio.
3	L'allievo è in grado di ricavare delle informazioni utili in situazioni a lui conosciute, ma dovrebbe migliorare la lettura di tabelle ed elenchi, al fine di poter entrare in possesso di tutte le informazioni utili alla risoluzione del problema. Inoltre, dovrebbe migliorare nella comprensione delle situazioni a lui proposte, così da poter utilizzare adeguatamente le informazioni in suo possesso per matematizzare e modellizzare qualsiasi situazione.
4	L'allievo è in grado di utilizzare nel modo corretto i dati a disposizione per giungere alla soluzione del problema proposto. Dovrebbe però migliorare la capacità di estrarre le informazioni da tabelle ed elenchi. Senza questa competenza l'allievo non sarà mai in grado di matematizzare e modellizzare una situazione problema al 100%.
5	L'allievo è in grado di raccogliere quasi tutte le informazioni utili alla risoluzione del problema. Dovrebbe però migliorare in alcune situazioni dove i dati a disposizioni non sono estraibili da tabelle ed elenchi ma da contesti di vita quotidiana (per esempio il numero di giorno di scuola in una settimana). Inoltre, una volta in possesso delle informazioni utili, dovrebbe migliore il loro utilizzo per poter essere in grado di matematizzare e modellizzare qualsiasi situazione.

6	L'allievo è in grado di raccogliere quasi tutte le informazioni utili alla risoluzione del problema. Dovrebbe migliorare però in alcune situazioni, come ad esempio nella raccolta di dati da situazioni a lui conosciute (esempio: i giorni in cui si reca due volte a scuola e in cui si reca una sola volta). Una volta in possesso delle informazioni utili è comunque in grado di utilizzarle nel modo adeguato per rispondere alle esigenze del problema.
7	L'allievo è in grado di raccogliere le informazioni utili alla risoluzione del problema. Dovrebbe però migliorare nell'utilizzo di quest'ultime, per poter essere in grado di matematizzare e modellizzare qualsiasi situazione.
8	L'allievo è in grado di matematizzare e modellizzare una situazione reale. È in grado di raccogliere le informazioni adeguate e di utilizzarle nel modo corretto per giungere alla soluzione del problema.

Lo schema fornisce otto profili differenti, i quali sono stati ottenuti richiamando le celle della rubrica valutativa, in base agli aiuti ricevuti dagli allievi. Nello schema si tiene conto solamente degli aiuti cartacei e non di quelli forniti dal docente oralmente.

3.7.3 Le panchine

Anche nell'ultima attività, la rubrica è stata affiancata da due tabelle con le quali il docente ha potuto raccogliere le informazioni osservando il lavoro svolto dagli allievi. La prima tabella è stata utilizzata durante la fase svolta in classe, ovvero la stima e la scelta degli strumenti da utilizzare per risolvere la situazione-problema. La seconda tabella è stata utilizzata nella fase operativa, ovvero quando la lezione si è svolta all'esterno, sul cortile della sede. Inoltre, sono state ritirate le schede prodotte dagli allievi, per poter avere una visione più dettagliata del loro operato.

Tabella 3.21: Parte della tabella valutativa utilizzata dal docente nell'attività delle panchine (fase in aula).

Gruppo	Allievo	Stima	Scelta strumenti
1			
2			

Tabella 3.22: Parte della tabella valutativa utilizzata dal docente nell'attività delle panchine (fase esterna).

Gruppo	Allievo	Misure	Matematizzazione
1			
2			

4. Risultati

4.1 Introduzione

Come già accennato nel quadro metodologico, la rubrica valutativa è stata utilizzata per valutare le competenze degli allievi nel processo di matematizzazione e modellizzazione durante le due attività proposte in classe (Abbonamenti Arcobaleno e Le panchine). Il fatto di aver proposto due attività ha permesso di esplorare tutte le dimensioni della rubrica. In effetti, nella prima attività per quanto riguarda la dimensione "Raccolta dati e informazioni" ci si è limitati agli indicatori "Capacità di individuare informazioni pertinenti da una situazione data" e "Ricavare dati da tabelle e grafici". Nella seconda attività invece gli allievi hanno dovuto scegliere gli strumenti di misura ed effettuare delle misure reali. Quindi si sono potuti esplorare gli indicatori "Scelta dello strumento di misura adeguato" e "Misurare". Inoltre, la seconda attività ha permesso di esplorare la dimensione riguardante la stima. Ovviamente entrambe le attività hanno richiesto delle competenze analoghe, come ad esempio il "Processo di modellizzazione" e il "Controllo e la regolazione dei dati". Questo ha permesso di poter determinare un'eventuale progressione delle competenze degli allievi.

	Dimensioni	Indicatori	Iniziale	Base	Intermedio	Avanzato
REALTÀ	PROCESSO DI MODELLIZZAZIONE	**È in grado di capire quali sono le caratteristiche utili per la modellizzazione di una situazione reale.**	Identifica le caratteristiche utili con ***l'ausilio di una guida***.	Identifica le caratteristiche utili autonomamente in ***contesti semplici e famigliari***.	Identifica ***autonomamente*** le caratteristiche utili in ***contesti non famigliari e complessi***.	Identifica le caratteristiche utili in ***contesti non famigliari e complessi***, capendo in maniera ***autonoma*** quali possono essere declinate.
		Date le caratteristiche è in grado di utilizzare un linguaggio adeguato.	Utilizza il linguaggio adeguato se ***aiutato***.	Utilizza ***autonomamente*** il linguaggio adeguato in ***situazioni semplici e conosciute***.	Utilizza il linguaggio adeguato in ***situazioni complesse***.	Utilizza il linguaggio adeguato in ***situazioni complesse*** fornendo delle ***proposte originali***.
MODELLO	REGISTRI	**Scelta e utilizzo del registro**	***Necessita di aiuti*** per scegliere un registro adeguato ed utilizzarlo correttamente in ***situazioni semplici e conosciute***.	Sceglie e utilizza in maniera ***autonoma*** un registro adeguato in ***situazioni semplici e conosciute***.	Sceglie e utilizza in maniera ***autonoma*** un registro adeguato anche in ***situazioni inedite e complesse***.	Fa uso di un registro in maniera corretta, proponendo ***soluzioni originali*** in ogni situazione.
		Capacità di passare da un registro all'altro.	È in grado di muoversi tra vari registri in ***situazioni semplici*** e ***conosciute*** con ***l'ausilio di aiuti***.	È in grado di muoversi tra vari registri in ***situazioni semplici e conosciute*** in maniera ***autonoma***.	È in grado di muoversi tra vari registri in ***maniera autonoma***.	È in grado di muoversi tra vari registri in ***maniera autonoma*** fornendo ***proposte originali***.
	RACCOLTA DATI E INFORMAZIONI	**Capacità di individuare informazioni pertinenti da una situazione data.**	Individua quali sono le informazioni per la risoluzione del problema in ***situazioni semplici*** e ***conosciute*** se ***guidato***.	Individua quali sono le informazioni utili per la risoluzione del problema in ***situazioni semplici e conosciute autonomamente***.	Individua quali sono le informazioni utili per la risoluzione del problema in ***situazioni inedite e complesse***.	Individua quali sono le informazioni utili per la risoluzione del problema trovando ***nuovi metodi***.
		Ricavare dati da tabelle e grafici e testi.	Ricava i dati corretti in ***situazioni conosciute*** e ***semplici*** se ***aiutato***.	Ricava i dati utili in maniera ***autonoma*** da tabelle e grafici ***semplici*** e ***conosciuti***.	È in grado di ricavare dati corretti anche da tabelle e grafici più ***complessi***.	È in grado di ricavare dati corretti da tabelle e ***grafici nuovi e complessi*** in ***maniera autonoma***.
		Scelta dello strumento di misura adeguato.	Sceglie lo strumento adeguato in ***situazioni conosciute con aiuti***.	Sceglie in maniera ***autonoma*** lo strumento adeguato in ***situazioni semplici*** e ***conosciute***.	Sceglie in maniera autonoma lo strumento adeguato in ***situazioni complesse***.	Sceglie in ***maniera autonoma*** lo strumento adeguato in ***situazioni inedite***.
		Misurare	Effettua misure precise in ***situazioni semplici con l'ausilio di aiuti***.	Effettua misure precise in ***situazioni semplici***.	Effettua misure precise in ***situazioni complesse***.	Effettua misure precise anche in ***situazioni non convenzionali***.
	STIMA	**Stimare e approssimare i risultati attesi.**	È in grado di stimare i risultati in modo realistico con ***l'utilizzo di aiuti***.	È in grado di stimare i risultati in modo realistico ***autonomamente*** in ***situazioni conosciute***.	È in grado di stimare i risultati in modo preciso ***autonomamente in situazioni conosciute***.	È in grado di stimare i risultati in modo preciso in ***situazioni nuove***.
REALTÀ	CONTROLLO E REGOLAZIONE	**Valutare la verosimiglianza dei risultati ottenuti.**	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione ***con l'aiuto*** del docente.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione in verifiche ***semplici*** e ***conosciute***.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione in ***situazioni complesse***.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione in ***situazioni nuove***.
		Capacità di correzione e regolazione.	Corregge ***con l'aiuto*** del docente.	Corregge in maniera ***autonoma***.	È in grado di correggere in ***situazioni più complicate***.	È in grado di correggere in ***situazioni mai viste***.

Figura 4.1: Livelli di padronanza considerati per le varie dimensioni nelle due attività sugli Abbonamenti Arcobaleno.

	Dimensioni	Indicatori	Iniziale	Base	Intermedio	Avanzato
REALTÀ	PROCESSO DI MODELLIZZAZIONE	**È in grado di capire quali sono le caratteristiche utili per la modellizzazione di una situazione reale.**	Identifica le caratteristiche utili con ***l'ausilio di una guida***.	Identifica le caratteristiche utili autonomamente in ***contesti semplici e famigliari***.	Identifica ***autonomamente*** le caratteristiche utili in ***contesti non famigliari e complessi***.	Identifica le caratteristiche utili in ***contesti non famigliari e complessi***, capendo in maniera ***autonoma*** quali possono essere declinate.
		Date le caratteristiche è in grado di utilizzare un linguaggio adeguato.	Utilizza il linguaggio adeguato se ***aiutato***.	Utilizza ***autonomamente*** il linguaggio adeguato in ***situazioni semplici e conosciute***.	Utilizza il linguaggio adeguato in ***situazioni complesse***.	Utilizza il linguaggio adeguato in ***situazioni complesse*** fornendo delle ***proposte originali***.
MODELLO	REGISTRI	**Scelta e utilizzo del registro**	***Necessita di aiuti*** per scegliere un registro adeguato ed utilizzarlo correttamente in ***situazioni semplici e conosciute***.	Sceglie e utilizza in maniera ***autonoma*** un registro adeguato in ***situazioni semplici e conosciute***.	Sceglie e utilizza in maniera ***autonoma*** un registro adeguato anche in ***situazioni inedite e complesse***.	Fa uso di un registro in maniera corretta, proponendo ***soluzioni originali*** in ogni situazione.
		Capacità di passare da un registro all'altro.	È in grado di muoversi tra vari registri in ***situazioni semplici*** e ***conosciute*** con ***l'ausilio di aiuti***.	È in grado di muoversi tra vari registri in ***situazioni semplici e conosciute*** in maniera ***autonoma***.	È in grado di muoversi tra vari registri in ***maniera autonoma***.	È in grado di muoversi tra vari registri in ***maniera autonoma*** fornendo ***proposte originali***.
	RACCOLTA DATI E INFORMAZIONI	**Capacità di individuare informazioni pertinenti da una situazione data.**	Individua quali sono le informazioni per la risoluzione del problema in ***situazioni semplici*** e ***conosciute*** se ***guidato***.	Individua quali sono le informazioni utili per la risoluzione del problema in ***situazioni semplici e conosciute autonomamente***.	Individua quali sono le informazioni utili per la risoluzione del problema in ***situazioni inedite e complesse***.	Individua quali sono le informazioni utili per la risoluzione del problema trovando ***nuovi metodi***.
		Ricavare dati da tabelle e grafici e testi.	Ricava i dati corretti in ***situazioni conosciute*** e ***semplici*** se ***aiutato***.	Ricava i dati utili in maniera ***autonoma*** da tabelle e grafici ***semplici*** e ***conosciuti***.	È in grado di ricavare dati corretti anche da tabelle e grafici più ***complessi***.	È in grado di ricavare dati corretti da tabelle e ***grafici nuovi e complessi*** in ***maniera autonoma***.
		Scelta dello strumento di misura adeguato.	Sceglie lo strumento adeguato in ***situazioni conosciute con aiuti***.	Sceglie in maniera ***autonoma*** lo strumento adeguato in ***situazioni semplici*** e ***conosciute***.	Sceglie in maniera autonoma lo strumento adeguato in ***situazioni complesse***.	Sceglie in ***maniera autonoma*** lo strumento adeguato in ***situazioni inedite***.
		Misurare	Effettua misure precise in ***situazioni semplici con l'ausilio di aiuti***.	Effettua misure precise in ***situazioni semplici***.	Effettua misure precise in ***situazioni complesse***.	Effettua misure precise anche in ***situazioni non convenzionali***.
	STIMA	**Stimare e approssimare i risultati attesi.**	È in grado di stimare i risultati in modo realistico con ***l'utilizzo di aiuti***.	È in grado di stimare i risultati in modo realistico ***autonomamente*** in ***situazioni conosciute***.	È in grado di stimare i risultati in modo preciso ***autonomamente in situazioni conosciute***.	È in grado di stimare i risultati in modo preciso in ***situazioni nuove***.
REALTÀ	CONTROLLO E REGOLAZIONE	**Valutare la verosimiglianza dei risultati ottenuti.**	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione ***con l'aiuto*** del docente.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione in verifiche ***semplici*** e ***conosciute***.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione in ***situazioni complesse***.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione in ***situazioni nuove***.
		Capacità di correzione e regolazione.	Corregge ***con l'aiuto*** del docente.	Corregge in maniera ***autonoma***.	È in grado di correggere in ***situazioni più complicate***.	È in grado di correggere in ***situazioni mai viste***.

Figura 4.2: Livelli di padronanza considerati per le varie dimensioni nell'attività sulle panchine.

	Dimensioni	Indicatori	Iniziale	Base	Intermedio	Avanzato
REALTÀ	PROCESSO DI MODELLIZZAZIONE	**È in grado di capire quali sono le caratteristiche utili per la modellizzazione di una situazione reale.**	Identifica le caratteristiche utili con ***l'ausilio di una guida***.	Identifica le caratteristiche utili autonomamente in ***contesti semplici e famigliari***.	Identifica ***autonomamente*** le caratteristiche utili in ***contesti non famigliari e complessi***.	Identifica le caratteristiche utili in ***contesti non famigliari e complessi***, capendo in maniera ***autonoma*** quali possono essere declinate.
		Date le caratteristiche è in grado di utilizzare un linguaggio adeguato.	Utilizza il linguaggio adeguato se ***aiutato***.	Utilizza ***autonomamente*** il linguaggio adeguato in ***situazioni semplici e conosciute***.	Utilizza il linguaggio adeguato in ***situazioni complesse***.	Utilizza il linguaggio adeguato in ***situazioni complesse*** fornendo delle ***proposte originali***.
MODELLO	REGISTRI	**Scelta e utilizzo del registro**	***Necessita di aiuti*** per scegliere un registro adeguato ed utilizzarlo correttamente in ***situazioni semplici e conosciute***.	Sceglie e utilizza in maniera ***autonoma*** un registro adeguato in ***situazioni semplici e conosciute***.	Sceglie e utilizza in maniera ***autonoma*** un registro adeguato anche in ***situazioni inedite e complesse***	Fa uso di un registro in maniera corretta, proponendo ***soluzioni originali*** in ogni situazione.
		Capacità di passare da un registro all'altro.	È in grado di muoversi tra vari registri in ***situazioni semplici*** e ***conosciute*** con ***l'ausilio di aiuti***.	È in grado di muoversi tra vari registri in ***situazioni semplici e conosciute*** in maniera ***autonoma***.	È in grado di muoversi tra vari registri in ***maniera autonoma***.	È in grado di muoversi tra vari registri in ***maniera autonoma*** fornendo ***proposte originali***.
	RACCOLTA DATI E INFORMAZIONI	**Capacità di individuare informazioni pertinenti da una situazione data.**	Individua quali sono le informazioni per la risoluzione del problema in ***situazioni semplici*** e ***conosciute*** se ***guidato***.	Individua quali sono le informazioni utili per la risoluzione del problema in ***situazioni semplici e conosciute autonomamente***.	Individua quali sono le informazioni utili per la risoluzione del problema in ***situazioni inedite e complesse***.	Individua quali sono le informazioni utili per la risoluzione del problema trovando ***nuovi metodi***.
		Ricavare dati da tabelle e grafici e testi.	Ricava i dati corretti in ***situazioni conosciute*** e ***semplici*** se ***aiutato***.	Ricava i dati utili in maniera ***autonoma*** da tabelle e grafici ***semplici*** e ***conosciuti***.	È in grado di ricavare dati corretti anche da tabelle e grafici più ***complessi***.	È in grado di ricavare dati corretti da tabelle e ***grafici nuovi e complessi*** in ***maniera autonoma***.
		Scelta dello strumento di misura adeguato.	Sceglie lo strumento adeguato in ***situazioni conosciute con aiuti***.	Sceglie in maniera ***autonoma*** lo strumento adeguato in ***situazioni semplici*** e ***conosciute***.	Sceglie in maniera autonoma lo strumento adeguato in ***situazioni complesse***.	Sceglie in ***maniera autonoma*** lo strumento adeguato in ***situazioni inedite***.
		Misurare	Effettua misure precise in ***situazioni semplici con l'ausilio di aiuti***.	Effettua misure precise in ***situazioni semplici***.	Effettua misure precise in ***situazioni complesse***.	Effettua misure precise anche in ***situazioni non convenzionali***.
	STIMA	**Stimare e approssimare i risultati attesi.**	È in grado di stimare i risultati in modo realistico con ***l'utilizzo di aiuti***.	È in grado di stimare i risultati in modo realistico ***autonomamente*** in ***situazioni conosciute***.	È in grado di stimare i risultati in modo preciso ***autonomamente in situazioni conosciute***.	È in grado di stimare i risultati in modo preciso in ***situazioni nuove***.
REALTÀ	CONTROLLO E REGOLAZIONE	**Valutare la verosimiglianza dei risultati ottenuti.**	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione ***con l'aiuto*** del docente.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione in verifiche ***semplici*** e ***conosciute***.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione in ***situazioni complesse***.	È in grado di interpretare la validità della propria soluzione in ***situazioni nuove***.
		Capacità di correzione e regolazione.	Corregge ***con l'aiuto*** del docente.	Corregge in maniera ***autonoma***.	È in grado di correggere in ***situazioni più complicate***.	È in grado di correggere in ***situazioni mai viste***.

Figura 4.3: Livelli di padronanza considerati per le varie dimensioni nelle attività sugli Abbonamenti Arcobaleno e nell'attività sulle panchine.

Le dimensioni comuni ad entrambe le attività sono quelle segnate in grigio più scuro, mentre quelle in grigio chiaro sono le dimensioni che sono state esplorate solamente in una delle due attività.

4.2 Analisi dei risultati

Per valutare le prestazioni degli allievi si sono presi in considerazione i livelli di padronanza di tutti gli indicatori presenti nella tabella, i quali rappresentano le cinque dimensioni che costituiscono il processo di matematizzazione e modellizzazione in prima media. Dato che una dimensione può essere descritta da vari indicatori (da uno fino a quattro), si è deciso di assegnare un valore per ogni dimensione, il quale riassume il livello di padronanza dei vari indicatori che compongono la dimensione stessa. I valori assegnati sono compresi tra 1 (valore minimo) e 4 (valore massimo). Per ogni attività proposta è prevista una tabella dove vengono inseriti i valori che riassumono la prestazione degli allievi. Di seguito sono riportate le tabelle che riassumono le valutazioni degli allievi nelle due attività svolte in classe.

Tabella 4.1: Valutazione degli allievi nell'attività Abbonamenti Arcobaleno.

Allievo	Processo di modellizzazione	Registri	Raccolta dati e informazioni	Stima	Controllo e regolazione
1	1	1	2		2
2	3	2	4		2
3	3	2	4		2
4	1	1	1		1
5	1	1	2		1
6	3	3	4		3
7	2	2	3		2
8	3	3	4		2
9	2	2	2		1
10	2	2	2		1
11	2	2	2		2
12	2	2	3		2
13	1	1	2		2
14	3	3	4		2
15	3	2	4		2
16	3	4	4		3
17	1	1	1		1
18	2	2	3		2
19	1	1	2		1
20	1	2	2		2
21	2	2	3		2
22	1	1	2		1
23	1	1	2		2

Tabella 4.2: Valutazione degli allievi nell'attività Le panchine.

Allievo	Processo di modellizzazione	Registri	Raccolta dati e informazioni	Stima	Controllo e regolazione
1	2	3	3	2	2
2	4	3	4	3	2
3	4	3	4	3	2
4	1	1	2	2	1
5	2	2	2	2	2
6	4	3	4	4	3
7	2	2	3	2	2
8	4	4	4	1	3
9	2	2	3	3	2
10	3	3	3	4	3
11	2	2	3	3	2
12	2	2	3	3	2
13	2	2	4	3	2
14	4	3	4	4	3
15	3	2	3	3	2
16	4	4	4	4	3
17	1	1	2	2	1
18	2	2	3	3	2
19	2	2	3	4	2
20	1	2	2	1	2
21	2	2	3	3	2
22	1	2	2	2	2
23	1	2	3	2	2

Evidentemente le tabelle non permettono di fornire tutte le informazioni necessarie al docente per valutare in maniera efficace la manifestazione delle varie competenze. Per questo motivo è necessario servirsi di una rappresentazione grafica, la quale fornisce in maniera chiara e diretta il livello di competenza raggiunto dagli allievi. La rappresentazione grafica è accompagnata da un breve resoconto dove sono indicate alcune informazioni sui livelli di competenza raggiunti dagli allievi in ogni attività. Inoltre, in conclusione è riportato un breve commento, il quale indica la valutazione generale degli allievi in relazione alle competenze manifestate riguardanti il processo di matematizzazione e modellizzazione. Nelle pagine seguenti sono riportate le valutazioni di quattro allievi della classe, a titolo di esempio. I nomi degli allievi non sono quelli reali, ma sono di fantasia.

Tabella 4.3: Valutazione di quattro allievi nell’attività Abbonamenti Arcobaleno.

Allievo	Processo di modellizzazione	Registri	Raccolta dati e informazioni	Stima	Controllo e regolazione
Anna	3	3	4		2
Bruno	2	2	2		1
Claudia	1	1	2		1
Davide	1	1	1		1

Tabella 4.4: Valutazione di quattro allievi nell'attività Le panchine.

Allievo	Processo di modellizzazione	Registri	Raccolta dati e informazioni	Stima	Controllo e regolazione
Anna	4	4	4	1	3
Bruno	3	3	3	4	3
Claudia	2	2	3	4	2
Davide	1	1	2	2	1

4.2.1 Valutazione di Anna

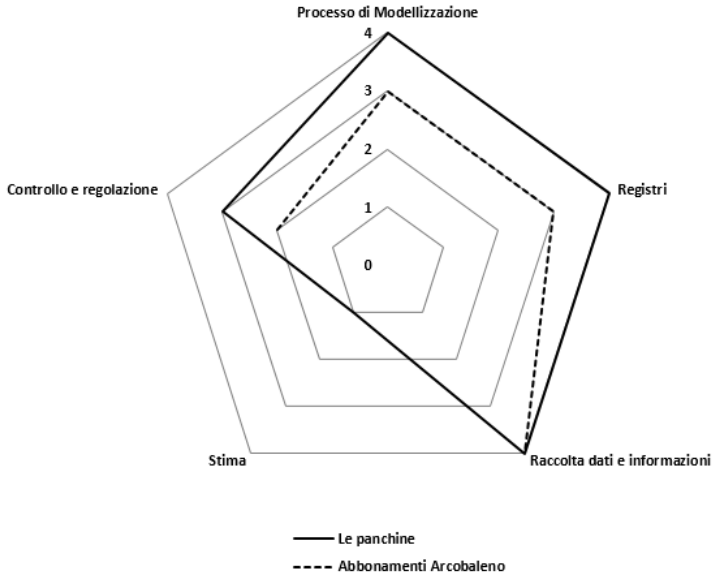


Figura 4.4: Rappresentazione grafica della valutazione di Anna.

<u>Attività Abbonamenti Arcobaleno</u>

Ha svolto tutte le fasi dell'attività in maniera precisa e corretta, evidenziando una buona padronanza delle competenze relative alla matematizzazione e alla modellizzazione di situazioni-problema.

<u>Attività Le panchine</u>

Ha avuto problemi nella stima dei barattoli (8 al posto di 4).

Ha scelto gli strumenti corretti e ha effettuato le misurazioni in modo preciso.

<u>Commento generale</u>

Anna non ha particolari difficoltà nell'affrontare situazioni dove è necessario mettere in pratica competenze di matematizzazione e modellizzazione. Infatti, in tutte le dimensioni raggiunge dei livelli di padronanza molto buoni, tranne per la stima. Dovrebbe allenarsi stimando varie misure, partendo da situazioni semplici e conosciute, così da sviluppare questa competenza.

4.2.2 Valutazione di Bruno

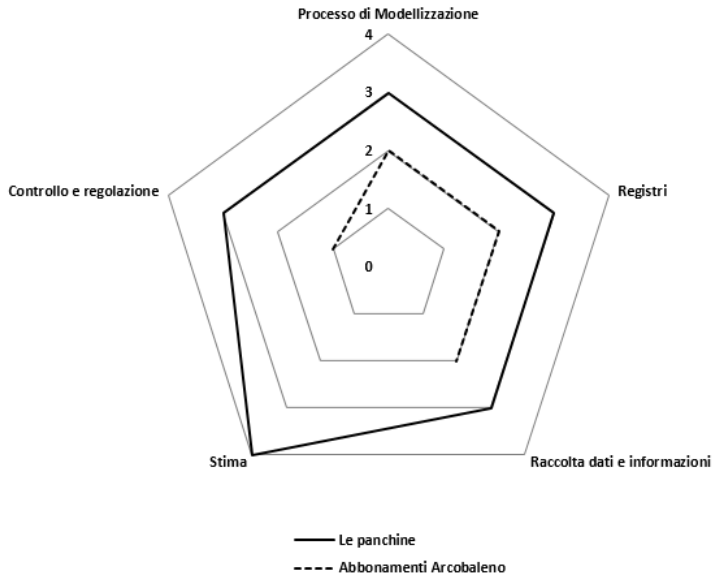


Figura 4.5: Rappresentazione grafica della valutazione di Bruno.

Attività Abbonamenti Arcobaleno

Ha faticato nell'individuazione delle informazioni da raccogliere e una volta capito ha avuto qualche problema nella raccolta di alcuni dati (numero di allievi per comune e per classe).

Fatica a verificare la verosimiglianza dei dati ottenuti, e ad effettuare delle correzioni in modo autonomo.

Attività Le panchine

Ha stimato correttamente il numero di barattoli.

Ha scelto adeguatamente gli strumenti necessari per effettuare le misure, ma ha incontrato alcuni problemi di misurazione (precisione).

Commento generale

Bruno ha avuto alcune difficoltà nell'affrontare la prima situazione proposta. In particolare nel capire quali informazioni erano necessarie alla risoluzione del problema e dove queste informazioni andavano ricercate. Nella seconda attività invece Bruno ha mostrato notevoli miglioramenti nelle dimensioni appena citate, dimostrando inoltre di avere ottime capacità di stima, riuscendo ad individuare il corretto numero di barattoli necessari alla verniciatura della panchina.

4.2.3 Valutazione di Claudia

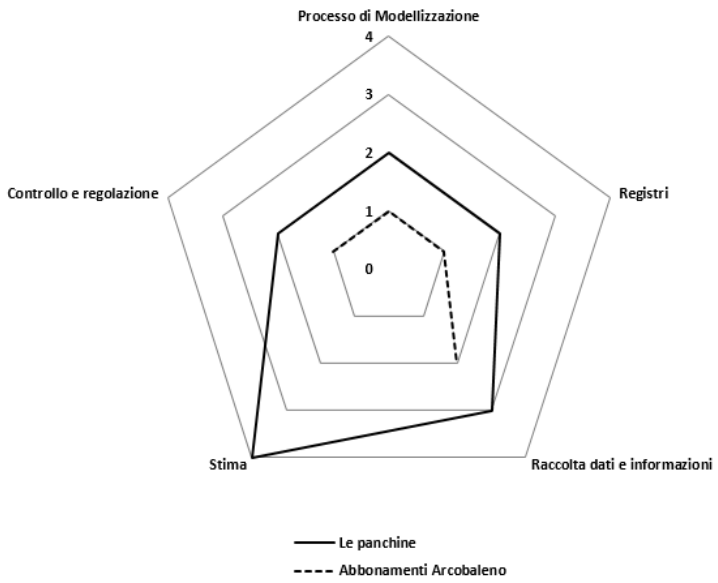


Figura 4.6: Rappresentazione grafica della valutazione di Claudia.

<u>Attività Abbonamenti Arcobaleno</u>

Ha faticato nel capire quali informazioni erano necessarie per poter rispondere alla richiesta del problema e nella verifica dei risultati ottenuti.

Ha avuto qualche problema nella raccolta dei dati (numero di allievi per comune e classe e numero dei giorni e delle corse giornaliere).

<u>Attività Le panchine</u>

Ha stimato correttamente il numero di barattoli.

È stata in grado di individuare gli strumenti necessari alla risoluzione del problema e ha effettuato le misure in maniera quasi precisa.

<u>Commento generale</u>

Claudia ha avuto molte difficoltà durante la prima attività, sia nel processo di modellizzazione sia nella raccolta dati. Nella seconda attività invece Claudia si è trovata a suo agio dimostrando di possedere le competenze necessarie a matematizzare e modellizzare situazioni conosciute. Infatti, ha raccolto i dati senza problemi e ha stimato correttamente il risultato. Dovrebbe migliorare il processo di regolazione e correzione e l’utilizzo dei registri corretti.

4.2.4 Valutazione di Davide

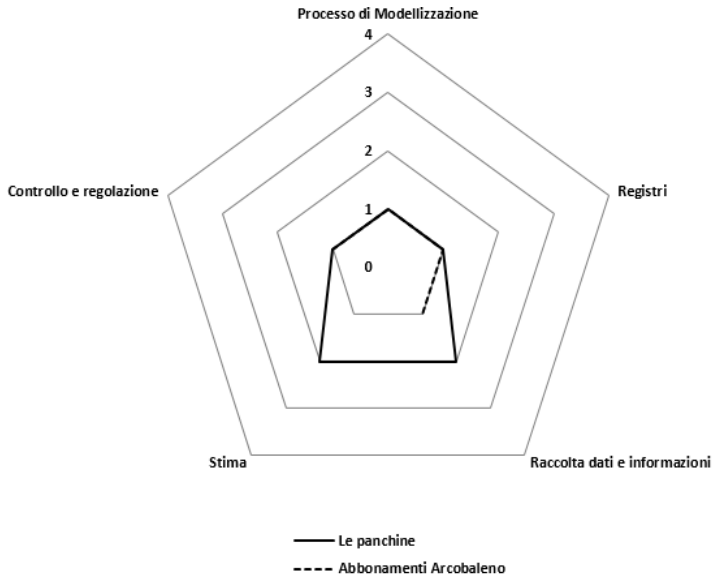


Figura 4.7: Rappresentazione grafica della valutazione di Davide.

<u>Attività Abbonamenti Arcobaleno</u>

Ha avuto molti problemi nell'affrontare la situazione proposta. Infatti, non è riuscito a capire le richieste del problema e di conseguenza ad effettuare tutti i passaggi richiesti.

<u>Attività Le panchine</u>

Ha effettuato una stima quasi corretta.

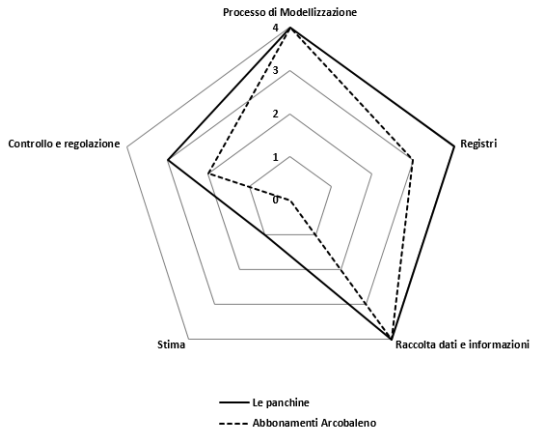
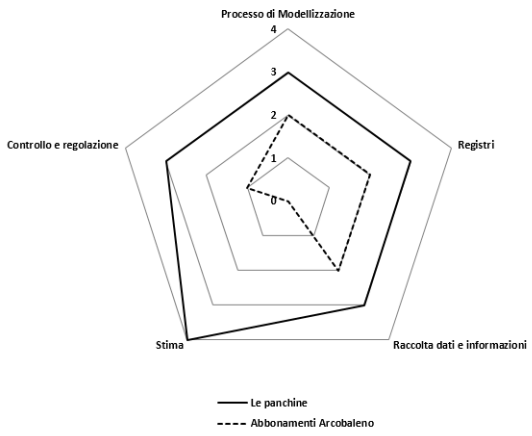
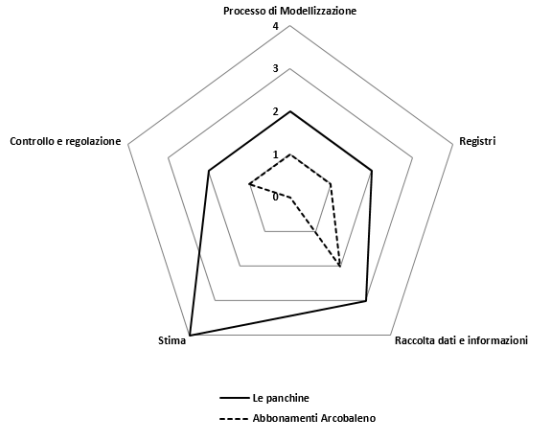
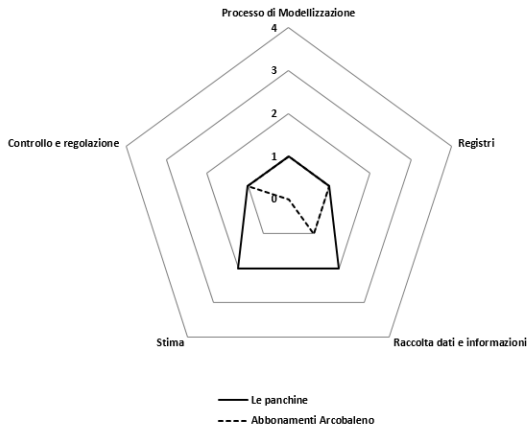
È stato in grado di effettuare le misure in maniera quasi precisa ma dovrebbe migliorare nella scelta degli strumenti da utilizzare (ha scelto il cronometro in fase individuale e poi discutendo con i componenti del gruppo ha capito di aver sbagliato).

<u>Commento generale</u>

Davide ha dimostrato delle forti lacune per quanto riguarda le competenze di matematizzazione e modellizzazione. Le difficoltà incontrate nascono soprattutto dallo scarso impegno e dal poco interesse verso la materia. Davide ha le capacità per raggiungere risultati migliori e con un giusto allenamento sicuramente potrà migliorare le sue capacità globali.

4.2.5 Visione completa delle valutazioni

Tabella 4.5: Visione generale delle valutazioni di quattro allievi.

Anna	Bruno
	
Claudia	**Davide**
	

La tabella mostra una visione d'assieme delle quattro valutazioni spiegate nelle pagine precedenti. Effettuando la valutazione con la metodologia proposta si ottiene un quadro completo di ogni allievo nel processo di matematizzazione e modellizzazione. Infatti, il grafico a radar rappresenta i vari livelli di padronanza per ogni attività svolta. Dal grafico si può notare anche se ci sono stati dei miglioramenti oppure dei peggioramenti. Il commento di ogni attività permette di capire quali competenze l'allievo è stato in grado di mettere in atto e quali invece sono da migliorare. Il commento finale offre invece un riassunto globale dell'allievo durante le varie attività.

4.2.6 Valutazione della classe

Oltre ad analizzare le valutazioni dei singoli allievi, come illustrato nel capitolo precedente, è interessante analizzare le prestazioni dell'intera classe, vista come gruppo. La valutazione generale della classe permette al docente di avere una visione più ampia del livello di competenze raggiunto dai suoi allievi. Per analizzare i dati è utile usare una rappresentazione grafica, che rende la lettura dei dati della tabella più immediata e più facile.

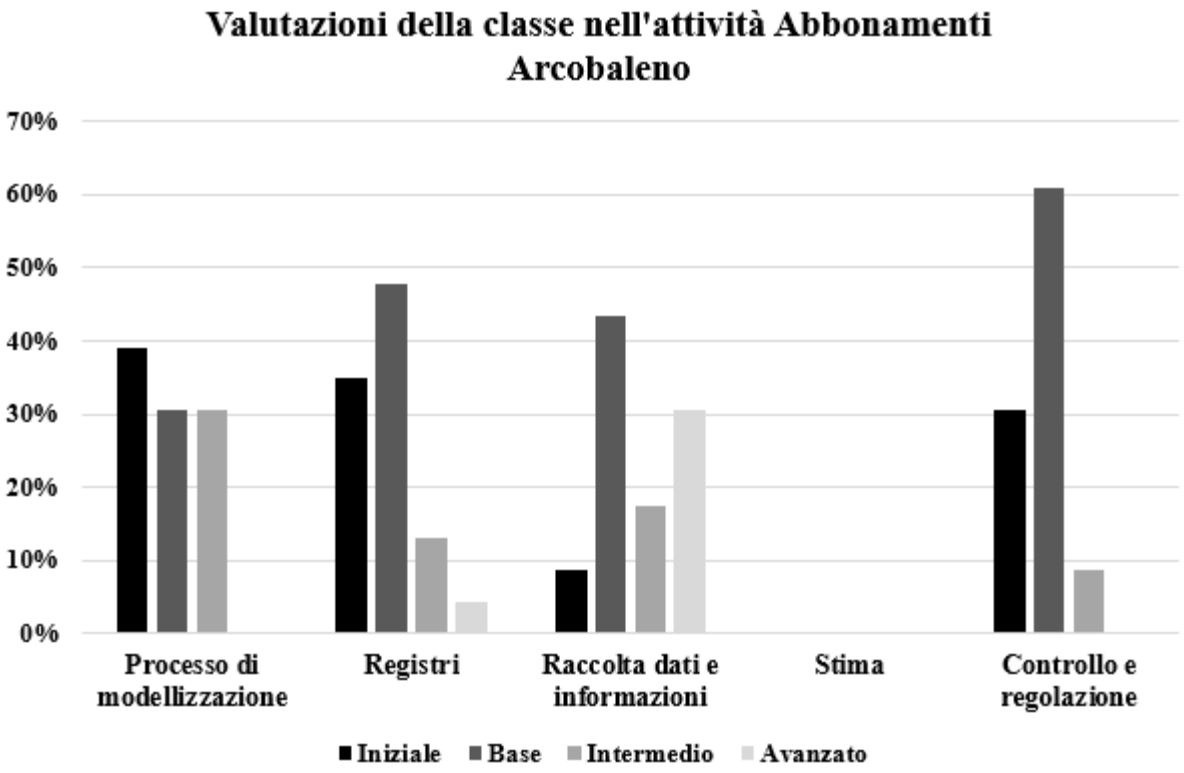


Figura 4.8: Valutazione generale della classe nell'attività sugli Abbonamenti Arcobaleno.

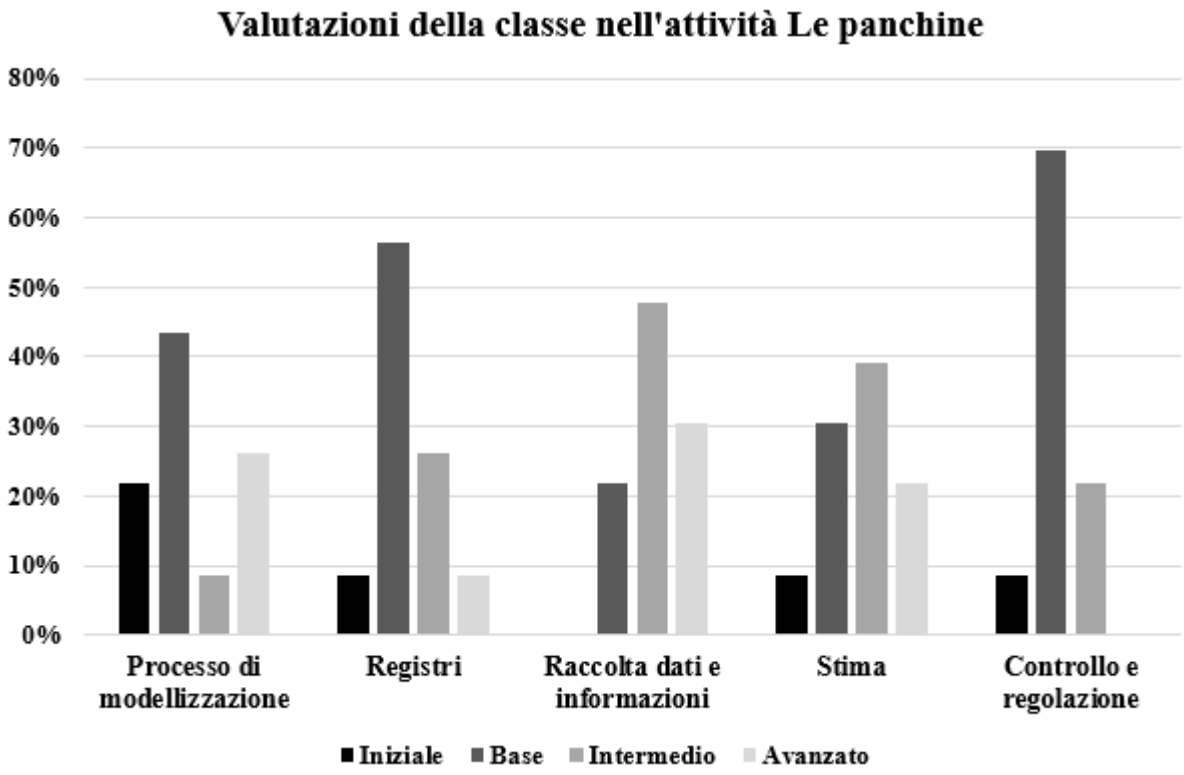


Figura 4.9: Valutazione generale della classe nell'attività sulle panchine.

Dai due grafici proposti si possono trarre alcune considerazioni. La classe si situa mediamente nel livello tra il base e l'intermedio. Infatti, ci sono alcuni allievi che non hanno difficoltà nell'affrontare situazioni dove è necessario matematizzare e modellizzare, mentre altri riscontrano alcuni problemi. Per migliorare il livello generale è necessario proporre altre situazioni, graduando la difficoltà. Si dovrebbe iniziare con situazioni semplici e conosciute per poi proporre situazioni complesse e inedite. La classe ha molte lacune nel processo di modellizzazione e nell'utilizzo dei registri, mentre nella raccolta dati e nella stima ha ottenuto mediamente dei buoni risultati. Un altro settore dove si dovrà lavorare è quello che riguarda il controllo e la regolazione. Infatti, gli allievi una volta trovato il risultato spesso non effettuano un controllo per verificare la sua verosimiglianza in relazione alla situazione proposta.

Analizzare i risultati della classe permette al docente di avere un'idea generale sul livello di competenza raggiunto per ogni dimensione. In questo modo il docente riceve un feedback immediato sul livello di apprendimento della classe, permettendogli di progettare le prossime situazioni in modo da sviluppare le competenze non ancora padroneggiate dagli allievi.

4.3 Validità della rubrica

Ogni rubrica valutativa può essere valutata a sua volta, così da poter capire effettivamente se è valida. Come afferma Castoldi (2016) ci sono alcuni criteri che permettono di testare la validità della rubrica.

4.3.1 Validità

Una rubrica è valida se contiene tutte le dimensioni delle competenze che si vogliono valutare. Nella rubrica creata sono presenti varie dimensioni che descrivono il processo di matematizzazione e modellizzazione richiesto agli allievi di prima media. Quando si svolgono attività che richiedono questo processo, vengono attivate una o più dimensioni.

4.3.2 Articolazione

Gli indicatori descritti devono sviluppare gli aspetti importanti delle dimensioni. Ogni dimensione è stata articolata in più indicatori, i quali descrivono tutti gli aspetti che vengono attivati quando di matematizza e si modellizza. La rubrica è stata testata su più situazioni e in ogni occasione gli indicatori hanno dimostrato di saper sviluppare gli aspetti salienti delle dimensioni.

4.3.3 Fattibilità

I livelli di competenza devono essere adatti alle caratteristiche degli allievi. Data la generalità della rubrica valutativa i livelli di competenza si sono dimostrati adeguati alle caratteristiche degli allievi. È compito del docente sviluppare dei percorsi didattici che rispettino le qualità e le capacità della classe.

4.3.4 Attendibilità

La rubrica deve fornire dei punti di riferimento con lo scopo di effettuate una valutazione omogenea da parte dei vari docenti. La rubrica valutativa utilizzata è stata creata in base alle caratteristiche esposte dal piano di studio, ovvero le competenze, indicate tramite traguardi di competenza e di apprendimento. Questo fornisce punti di riferimento stabili che permettono la maggior uniformità nella valutazione delle prestazioni degli allievi da parte dei docenti. Volendo si potrebbe migliorare

questa caratteristica, inserendo nella rubrica degli esempi chiarificatori (chiamate ancore) che esplicitano in modo preciso i livelli di padronanza attesi, e quindi permettono di omogenizzare la valutazione. La scelta di non inserire le ancore è stata dettata dal fatto che la rubrica è stata utilizzata solamente dai due docenti che l'hanno sviluppata. Inserendo le ancore la rubrica può essere utilizzata da tutti i docenti.

4.3.5 Promozionalità

I livelli di competenza della rubrica valutativa devono evidenziare i progressi dell'allievo. I vari livelli di padronanza sono stati descritti in base a quattro parametri (vedi quadro metodologico), con lo scopo di poter distinguerli, e di conseguenza con l'obiettivo di saper posizionare un allievo nella corretta fascia della rubrica. Date queste premesse, è possibile evidenziare i progressi dell'allievo, il quale viene posizionato nella tabella in base alle proprie caratteristiche. Se migliora rispetto ad una competenza verrà posizionato in un altro settore della rubrica, e quindi è possibile, tenendo una traccia, evidenziare i suoi progressi.

4.3.6 Commento conclusivo

Tenendo in considerazione i criteri proposti da Castoldi, la rubrica creata è sicuramente valida, e con qualche modifica (vedi ancore) può essere migliorata. L'inserimento di esempi indicanti i risultati attesi rispetto alle varie situazioni potrà permettere l'utilizzo della rubrica anche ad altri docenti.

5. Prospettive future

In previsione futura, ci sono alcuni aspetti che devono essere migliorati, ai fini di ottenere una rubrica valutativa più efficace.

5.1 Valutazione di molteplici situazioni

Per avere un bilancio più verosimile dell'efficacia della rubrica valutativa, essa dovrebbe essere testata sull'arco di un intero anno scolastico, proponendo alla classe una serie di attività variegate, sia per il contesto che per la loro difficoltà. Per limiti di tempo la sperimentazione è stata svolta proponendo solo due attività, ma comunque i risultati ottenuti sono stati positivi. Con un numero di attività maggiore, si potrebbe prevedere una rappresentazione delle valutazioni che tenga in considerazione solo la prestazione minima, la prestazione massima e l'ultima prestazione, così da non avere troppi dati da analizzare ma solo quelli che permettono di valutare se vi è stato un miglioramento o un peggioramento della prestazione dell'allievo. Per chiarire meglio quanto appena spiegato, è proposto un esempio. Si può immaginare che un docente abbia svolto sei attività nel corso dell'anno, e che abbia tenuto una traccia dei risultati ottenuti da un allievo durante lo svolgimento delle attività stesse.

Tabella 5.1: Valutazioni di un allievo nelle attività proposte durante un anno scolastico.

Attività	1	2	3	4	5	6
Processo di modellizzazione	1	1	2	2	3	4
Registri	1	2	2	2	3	3
Raccolta dati e informazioni	3	3	4	4	3	4
Stima	4	4	3	4	2	2
Controllo e regolazione	2	2	3	2	2	3

Come proposto nel capitolo precedente, oltre alla tabella è pratico disporre di una rappresentazione grafica che illustra la situazione generale dell'allievo.

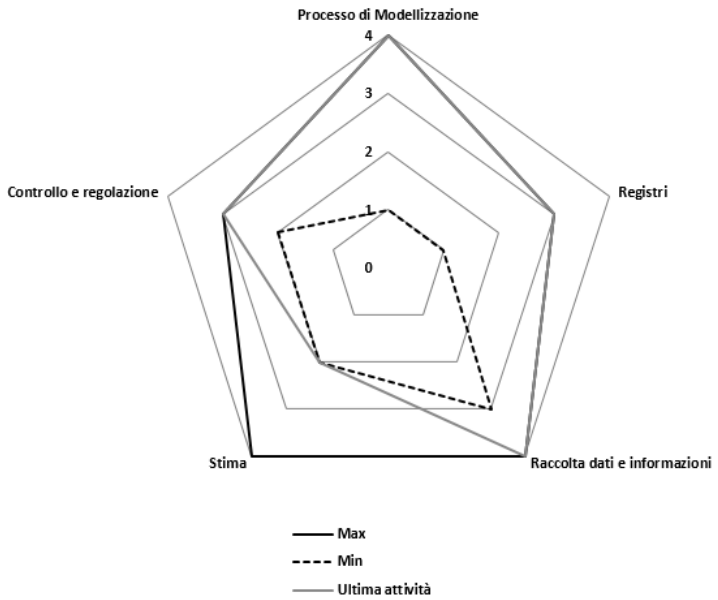


Figura 5.1: Rappresentazione grafica delle valutazioni di un allievo nelle sei attività proposte.

Dal grafico si può notare che l'allievo ha migliorato le sue capacità di modellizzazione e di utilizzo dei registri, mentre è peggiorato nella stima dei risultati.

5.2 Elaborazione di un software

Nell'ottica di utilizzare la rubrica valutativa durante un intero anno scolastico si potrebbe sviluppare un programma informatico che permette di inserire automaticamente le valutazioni degli allievi nelle varie attività proposte. Infatti, analizzare molti dati diventerebbe un procedimento lungo ed esposto ad errori.

5.3 Rubriche per la valutazione di tutti i processi cognitivi

Dato che la rubrica valutativa per il processo di matematizzazione e modellizzazione si è dimostrata valida, sarebbe interessante sviluppare delle rubriche che permettono di valutare gli altri processi cognitivi previsti dal piano di studio, ovvero Esplorare e provare, Interpretare e riflettere sui risultati e Comunicare e argomentare, così da poter ottenere un profilo descritto degli allievi più completo.

5.4 Rubriche applicabili in tutte le classi

Un ulteriore sviluppo possibile sarebbe quello di costruire delle rubriche spendibili con le altre classi di scuola media. Infatti, nella rubrica creata non sono compresi gli ambiti di competenza "Funzioni" e "Probabilità e statistica", i quali non sono previsti in prima media.

6. Conclusioni

Il lavoro che è stato presentato in questo documento ha avuto come tematica centrale la valutazione per competenze in matematica. Il nuovo piano di studio, entrato in vigore nel 2015, è focalizzato sull'insegnamento per competenze. A questa nuova metodologia di lavoro è necessario affiancare un impianto valutativo adeguato. Dato che il piano di studio non fornisce molti dettagli in merito, è nata la necessità di approfondire la tematica della valutazione per competenze, e quindi il lavoro svolto assume una grande importanza in ambito scolastico ticinese. Il lavoro è stato svolto in contemporanea da due docenti, i quali insegnano in sedi diverse. Questo ha permesso di ottenere delle indicazioni riguardo all'attendibilità del lavoro svolto. La prima decisione presa è stata quella della classe in cui effettuare la sperimentazione del lavoro. La scelta è ricaduta su una classe di prima media. In seguito è stato scelto un aspetto di competenza da analizzare, ovvero Matematizzare e modellizzare. Sono stati elencati quindi i traguardi di apprendimento e di competenza per allievi di prima media, riguardanti il processo di competenza scelto, partendo dalle indicazioni fornite dal piano di studio per il 7° e l'11° anno scolastico (quinta elementare e quarta media). Da questi due elenchi si è poi costruito l'oggetto che permette di valutare le competenze, ovvero la rubrica valutativa. La rubrica valutativa è stata testata proponendo due attività in classe, situate una nel contesto numerico e una nel contesto geometrico. Gli allievi sono stati valutati in base alle loro capacità di matematizzazione e modellizzazione. I dati raccolti nelle due attività hanno permesso di avere un quadro descrittivo delle competenze degli allievi nell'ambito del processo analizzato. Per facilitare la lettura dei dati, sono stati utilizzati dei metodi grafici con i quali si è potuto ottenere un quadro descrittivo più efficace da interpretare. La rubrica sviluppata si è rilevata un buon strumento per poter valutare gli allievi, dato che ha permesso di posizionare in modo chiaro e semplice il loro livello di padronanza delle competenze attese. Durante la fase di sperimentazione la rubrica è stata utilizzata anche come strumento di progettazione per le attività, in quanto una volta definiti i criteri di valutazione e analizzate le competenze degli allievi in varie dimensioni, è possibile creare dei percorsi formativi e valutativi partendo dai criteri di valutazione espressi in precedenza. La rubrica a sua volta è stata valutata tramite dei criteri esposti da Castoldi. L'analisi ha fornito un riscontro positivo. Ovviamente la rubrica può essere migliorata, come descritto nel capitolo Prospettive future. Sicuramente questo lavoro di ricerca potrà essere utilizzato come base di partenza per poter mettere in pratica un sistema univoco di valutazione delle competenze da parte dei docenti di scuola media.

7. Riferimenti bibliografici

Castoldi M. (2016), *Valutare e certificare le competenze*, Carocci editore, Roma.

Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport (2015), *Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese*, Repubblica e Catone Ticino.

Glatthorn A. (1999), *Performance Standards and Authentic Learning*, Eye on Education, Larchmont (NY).

http://didmat.dima.unige.it/set_modelli/materiali/parole/mod_mat.html (Tratto il 14.04.17)

http://www.treccani.it/enciclopedia/processi-cognitivi/ (Tratto il 14.04.17)

Malinvaud E. (1964), *Méthodes statistiques de l'économetrie*, Dunod, Paris

McTighe J., Ferrara S. (1996), *Performance-based Assesstment in the Classroom; A Planning Framework*, in R. E. Blum, J.A. Arter (eds.), A Handbook for Student Performance Assesstment in an Era of Restructuring, Association for Supervision and Curriculum Development, Alexandria (VA), p. 8.

Pellerey M. (2004), *Le competenze individuali e il "Portfolio"*, La Nuova Italia, Firenze.

Quarteroni A. (1998), *La modellistica matematica e la fluidodinamica: una sintesi fra teoremi e mondo reale*, Politecnico di Milano.

Wiggins G., McTighe J. (2007), *Fare progettazione. La pratica di un percorso didattico per la comprensione significativa*, LAS, Roma (ed. or. 1998).

Questa pubblicazione, VALUTARE PER COMPETENZE IN MATEMATICA, scritta da IGOR TAMAGNI, è rilasciata sotto Creative Commons Attribuzione – Non commerciale 3.0 Unported License.

8. Allegati

8.1 Allegato 1 (Opuscolo Arcobaleno)

Introduzione

"Arcobaleno è la porta d'accesso al mondo del trasporto pubblico del Ticino e del Moesano. Presso Arcobaleno si possono acquistare biglietti e abbonamenti, i quali permettono di spostarsi su tutte le imprese di trasporto che circolano sul territorio ticinese e su quello Moesano." (Arcobaleno. Spostarsi con un solo biglietto, 2016, pag. 5). Nei territori appena citati, circolano trasporti pubblici di varie imprese. Le più importanti sono le Ferrovie Federali Svizzere (FFS) e l'AutoPostale Svizzera SA.

Come funziona?

Arcobaleno offre una svariata gamma di biglietti e abbonamenti. Ogni titolo di trasporto ha un costo ben preciso, il quale viene calcolato in base a vari parametri.

- Età del viaggiatore (adulto o ragazzo).
- Scelta della classe: 1a o 2a classe.
- Durata del titolo di trasporto.
- Località di partenza e località di arrivo (zone da attraversare).
- Tipologia del titolo di trasporto: biglietto o abbonamento.

Età del viaggiatore

Per tutti i biglietti e gli abbonamenti si distingue tra prezzo intero e ridotto. Il prezzo ridotto è acquistabile dai ragazzi che hanno un'età tra 6 anni (compiuti) e 16 anni (non compiuti), ai possessori di un abbonamento metà prezzo e ai cani.

La classe

Per quanto concerne il trasporto su rotaia (treno), esiste la possibilità di scegliere il tipo di classe.

- 1a classe: viaggi più confortevoli, costo maggiore.
- 2a classe: viaggi normali, costo minore.

Durata del titolo di trasporto

La durata del titolo di traporto ci permette di sapere entro quanto tempo esso è utilizzabile. I biglietti hanno una durata che varia tra la mezzora e le 4 ore. Per quanto riguarda la durata di un abbonamento, essa varia tra quella settimanale, mensile e annuale.

Le zone

Arcobaleno ha suddiviso il Canton Ticino e il Moesano in zone. Esistono tre tipologie di suddivisione in zone.

- Piano delle zone biglietti.
- Piano delle zone abbonamenti.
- Piano delle zone combinato (biglietti e abbonamenti).

Per i biglietti sono definite 49 zone, ognuna delle quali contrassegnata di un numero a tre cifre.

Per gli abbonamenti sono definite 16 zone, ognuna delle quali contrassegnata da un numero a due cifre inserito in un cerchietto.

I biglietti

Arcobaleno offre una vasta gamma di biglietti ai suoi clienti. Ecco un elenco dei vari tipi di biglietti.

- Biglietto singolo
- Percorso breve
- Carta per più corse
- Carta giornaliera
- Multi carta giornaliera
- Biglietto di congiunzione
- Biglietto per gruppo
- Cambiamento di classe
- Multi cambio classe

I biglietti Arcobaleno sono basati sul concetto zona-tempo. Nella pagina seguente è mostrato un esempio.

Un viaggiatore adulto vuole recarsi da Biasca (A) a Bellinzona (B) con i trasporti pubblici. Esso desidera viaggiare in 2a classe.

Tipo di biglietto: biglietto singolo.

Tipo di passeggero: adulto (sopra i 16 anni).

Zone da acquistare: 220, 213, 210 e 200 (4 zone).

Classe: 2ª classe

Durata del biglietto: 2 ore.

Il prezzo del biglietto è di 8,40 Fr (intero).

Per stabilire il prezzo del biglietto, in base ai parametri stabiliti (tipo di biglietto, tipo di passeggero, zone, classe e durata), basta consultare la seguente tabella.

Biglietto singolo

Zone	Validità in ore	Intero		Ridotto	
		2a cl. CHF	1a cl. CHF	2a cl. CHF	1a cl. CHF
Percorso breve	½	1.90	–	1.90	–
1 zona	1	2.40	4.20	2.00	3.50
2 zone	2	4.40	7.60	2.20	3.80
3 zone	2	6.40	11.00	3.20	5.50
4 zone	2	8.40	14.60	4.20	7.30
5 zone	2	10.60	18.00	5.30	9.00
6 zone	2	12.60	21.60	6.30	10.80
7 zone	2	14.60	25.00	7.30	12.50
8 zone	3	16.60	28.40	8.30	14.20
9 zone	3	18.80	32.00	9.40	16.00
10 zone	3	20.80	35.40	10.40	17.70
11 zone	3	22.80	38.80	11.40	19.40
12 zone	3	24.80	42.20	12.40	21.10
da 13 zone	4	26.80	45.60	13.40	22.80

Gli abbonamenti

Per i viaggiatori regolari, Arcobaleno offre diverse tipologie di abbonamenti. Ecco un elenco dei vari tipi di abbonamento.

- Arcobaleno settimanale
- Arcobaleno mensile
- Arcobaleno annuale

Come per i biglietti, anche per gli abbonamenti vale il concetto del prezzo intero e di quello ridotto. Chi sottoscrive un abbonamento, deve per forza acquistare 2 zone. Questa regola, non vale per le zone 10 (Lugano), 20 (Bellinzona) e 30 (Locarno), le quali possono essere acquistate singolarmente.

Località di confine

Se un utente deve effettuare un viaggio il quale inizia o termina in una località situata sul confine di una zona, egli deve acquistare la zona in cui il viaggio è stato compiuto.

<u>Esempio 1:</u>

Da Cadenazzo (A) decido di recarmi a Locarno (B). In questo caso devo acquistare le zone 310 e 300.

<u>Esempio 2:</u>

Da Cadenazzo (A) decido di recarmi a Bellinzona (C). In questo caso devo acquistare le zone 210 e 200.

Domande

1) Quante zone attraversa un allievo che percorre la tratta Contone-Cadenazzo?

   ……

2) E la tra tratta Gudo-Cadenazzo?

   ……

3) Determina il costo di un biglietto singolo, nel caso in cui il tuo docente deve recarsi da Cadenazzo a Lugano, sapendo che vuole viaggiare in 1ª classe.

   ……

4) Determina il costo di un biglietto singolo, nel caso in cui tu devi recarti da Cadenazzo a Lugano in 2ª classe.

   ……

5) Questa settimana una signora deve recarsi tutti i giorni (tranne la domenica) da Lamone a Grancia, dove sono situati i centri commerciali. Decide quindi di acquistare una multi carta giornaliera. Quanto spende, sapendo che vuole viaggiare in 2ª classe?

   ……

6) Una famiglia di Faido, composta da due adulti e due ragazzi di 10 e 7 anni, in inverno si reca ogni week end sulle piste da sci. L'anno prossimo, in gennaio, vogliono sciare sulle piste di San Bernardino per tutto il mese. La famiglia quindi deve sottoscrivere un abbonamento mensile (in 2ª classe) per ogni suo membro. Quanto costerà muoversi con i mezzi di trasporto alla famiglia?

   ……

   ……

   ……

   ……

   ……

7) Un ragazzo di 16 anni utilizza i mezzi di trasporto solamente 5 mesi all'anno. Egli si sposta da Mendrisio a Trevano, in 2° classe. Gli conviene sottoscrivere un abbonamento mensile oppure annuale?

……

……

8) Dal 2017 il ragazzo della domanda precedente, utilizzerà i mezzi di trasporto per 10 mesi all'anno. In questo caso quale abbonamento gli conviene sottoscrivere tra quello mensile e quello annuale?

……

……

8.2 Allegato 2 (I bus)

Situazione

La scuola media di Cadenazzo ha deciso di rescindere il contratto di collegamento con le ditte che forniscono il servizio di trasporto degli allievi dai vari comuni alla sede e viceversa.
A causa di questo cambiamento gli allievi della sede dovranno spostarsi utilizzando i bus di linea.

Problema

La sede ha deciso di assumersi i costi dei trasporti per tutti gli allievi e ha commissionato alla nostra classe il compito di calcolare quale modalità di abbonamento o biglietto sarebbe più conveniente.

Materiale a disposizione

- Opuscolo Arcobaleno
- Cartina della zona
- Piano delle zone (biglietti singoli)
- Piano delle zone (abbonamenti)
- Elenco della provenienza degli allievi
- Calendario scolastico annuale 2016/17

Consegna

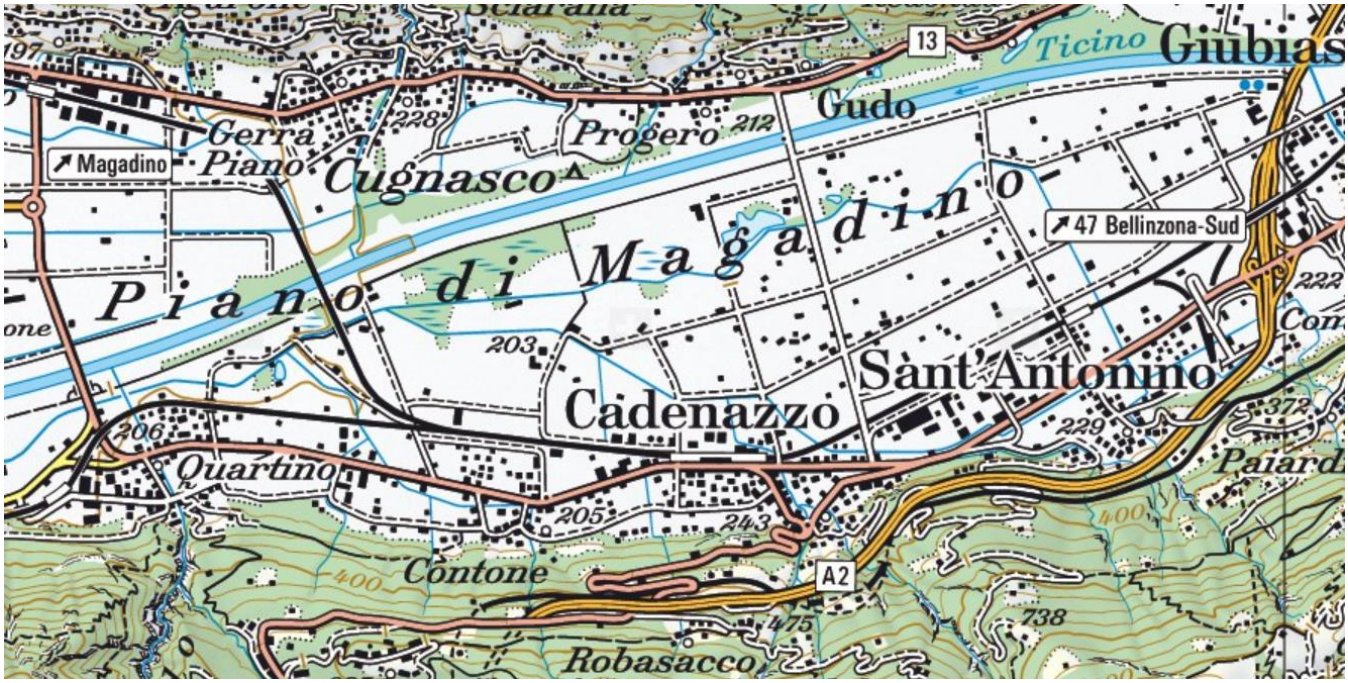
La sede di Cadenazzo vuole capire quale tipo di biglietto o abbonamento converrebbe acquistare per ogni allievo. Viene deciso di paragonare le seguenti offerte:

- Biglietto singolo
- Carta giornaliera
- Arcobaleno settimanale
- Arcobaleno annuale

Qual è l’offerta più conveniente?

8.3 Allegato 3 (Materiali a disposizione per lo svolgimento dell'attività 2)

8.3.1 Allegato 3.1 (Mappa dei comuni)



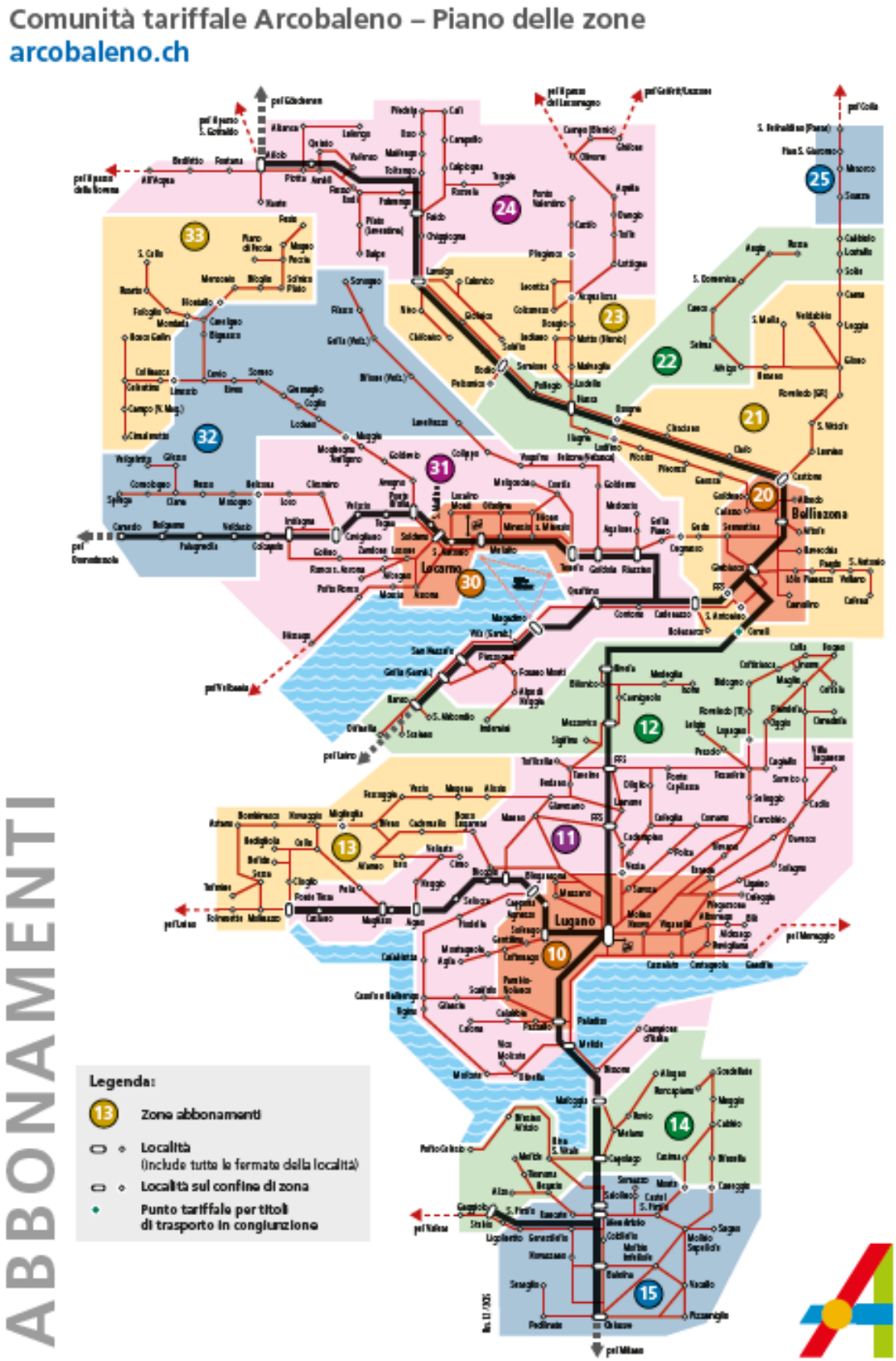
8.3.2 Allegato 3.2 (Lista provenienza allievi)

Allievo	**Sezione**	**Domicilio**
1	1	Gambarogno
2	4	Gambarogno
3	3	Gudo
4	2	Gambarogno
5	4	Sant'Antonino
6	3	Cadenazzo
7	4	Sant'Antonino
8	2	Sant'Antonino
9	4	Cadenazzo
10	4	Sant'Antonino
11	3	Cadenazzo
12	3	Cadenazzo
13	4	Cadenazzo
14	3	Gudo
15	3	Quartino

La lista proposta evidentemente rappresenta solo una piccola parte degli allievi che frequentano la Scuola Media di Cadenazzo, che in totale è frequentata da 397 allievi.

8.3.3 Allegato 3.3 (Mappa zone Arcobaleno per i biglietti)

8.3.4 Allegato 3.4 (Mappa zone Arcobaleno per gli abbonamenti)



8.3.5 Allegato 3.5 (Scheda riassuntiva dati)

Conteggio degli allievi per provenienza e classe

Comune di provenienza	1a media	2a media	3a media	4a media	Allievi totali
Cadenazzo	22	23	29	33	107
Robasacco	**3**	**0**	**3**	**3**	**9**
Sant'Antonino	**13**	**22**	**23**	**31**	**89**
Gudo	**7**	**7**	**10**	**7**	**31**
Contone	7	7	8	12	34
Quartino	16	6	**8**	**11**	41
Gambarogno	16	18	**17**	**31**	82

Conteggio delle corse giornaliere effettuate durante l'anno scolastico

Giorni	Numero giorni	Numero corse giornaliere	Corse totali
Me	36	2	72
Lu – Ma– Gio - Ve	144	4	576
Totale	180		648

Settimane	36

Zone di percorrenza in base alla provenienza

Comune di provenienza	Zone biglietti	Zone abbonamenti
Cadenazzo	0	0
Robasacco	1	2
San'Antonino	1	2
Gudo	2	2
Contone	1	2
Quartino	1	2
Gambarogno	2	2

Costi dei biglietti e degli abbonamenti in funzione delle zone

Tipo di biglietto/abbonamento	Costo 1 zona	Costo 2 zone
Biglietto singolo	2 Fr	2,20 Fr
Giornaliera	6 Fr	6,20 Fr
Abbonamento settimanale	13 Fr	18 Fr
Abbonamento annuale	231 Fr	343 Fr

8.4 Allegato 4 (Aiuti a disposizione per lo svolgimento dell'attività 2)

8.4.1 Allegato 4.1 (Lista provenienza allievi ordinata)

Allievo	Sezione	Domicilio
6	3	Cadenazzo
9	4	Cadenazzo
11	3	Cadenazzo
12	3	Cadenazzo
13	4	Cadenazzo
19	2	Cadenazzo
24	1	Cadenazzo
25	2	Cadenazzo
28	3	Cadenazzo
33	3	Cadenazzo
36	1	Cadenazzo
40	1	Cadenazzo
54	4	Cadenazzo
55	4	Cadenazzo
56	2	Cadenazzo

La lista proposta evidentemente rappresenta solo una piccola parte degli allievi che frequentano la Scuola Media di Cadenazzo, che in totale è frequentata da 397 allievi.

8.4.2 Allegato 4.2 (Aiuto 1 - Conteggio allievi)

La seguente tabella mostra il numero di allievi divisi per comune di provenienza e per classe.

Comune di provenienza	1a media	2a media	3a media	4a media	Allievi totali
Cadenazzo	22	23	29	33	107
Robasacco	3	0	3	3	9
Sant'Antonino	13	22	23	31	89
Gudo	7	7	10	7	31
Contone	7	7	8	12	34
Quartino	16	6	8	11	41
Gambarogno	16	18	17	31	82

8.4.3 Allegato 4.3 (Aiuto 2 - I giorni e le corse giornaliere)

La seguente tabella mostra il numero dei giorni da cui è composto un anno scolastico, suddivisi in base alle rispettive corse giornaliere.

Giorni	Numero giorni	Numero corse giornaliere	Corse totali
Me	36	2	72
Lu – Ma– Gio - Ve	144	4	576
Totale	180		648

Settimane	36

8.4.4 Allegato 4.4 (Aiuto 3 - Zone di percorrenza)

La seguente tabella mostra le zone di percorrenza in base alla località di domicilio. Esso sono state ricavate dall'opuscolo Arcobaleno, tramite la cartina delle zone per i biglietti singoli. E la cartina delle zone per gli abbonamenti.

Comune di provenienza	Zone biglietti	Zone abbonamenti
Cadenazzo	0	0
Robasacco	1	2
San'Antonino	1	2
Gudo	2	2
Contone	1	2
Quartino	1	2
Gambarogno	2	2

Attenzione: Biglietti e abbonamenti non funzionano nello stesso modo, infatti se le zone 10, 20 e 30 possono essere acquistate anche singolarmente, per le altre località è previsto l'acquisto minimo di due zone contigue.

8.4.5 Allegato 4.5 (Aiuto 4 - I costi)

La seguente tabella mostra i costi delle varie offerte, i quali sono stati ricavati dall'opuscolo Arcobaleno.

Tipo di biglietto/abbonamento	Costo 1 zona	Costo 2 zone
Biglietto singolo	2 Fr	2,20 Fr
Giornaliera	6 Fr	6,20 Fr
Abbonamento settimanale	13 Fr	18 Fr
Abbonamento annuale	231 Fr	343 Fr

8.4.6 Allegato 4.6 (Aiuto 5 - Calcolo dei costi in base ai vari tipi di biglietti/abbonamenti)

Il calcolo dei vari costi è stato eseguito dividendo gli allievi per zone di percorrenza.

Biglietto singolo

Allievi 1 zona	117
Allievi 2 zone	79
Corse totali	648
Costo totale 1 zona	117 · 648 · 2 = 151’632 Fr
Costo totale 2 zone	79 · 648 · 2,20 = 112'622,40 Fr
Totale	**264'254,40 Fr**

Carta giornaliera

Allievi 1 zona	117
Allievi 2 zone	79
Giorni totali	180
Costo totale 1 zona	117 · 180 · 6 = 126'360 Fr
Costo totale 2 zone	79 · 180 · 6,20 = 88'164 Fr
Totale	**214'524 Fr**

Abbonamento settimanale

Allievi 1 zona	0
Allievi 2 zone	196
Settimane totali	36
Costo totale 1 zona	$0 \cdot 36 \cdot 13 = 0$ Fr
Costo totale 2 zone	$196 \cdot 36 \cdot 18 = 127'008$ Fr
Totale	**127'008 Fr**

Abbonamento annuale

Allievi 1 zona	0
Allievi 2 zone	196
Anni totali	1
Costo totale 1 zona	$0 \cdot 1 \cdot 231 = 0$ Fr
Costo totale 2 zone	$196 \cdot 1 \cdot 343 = 67'228$ Fr
Totale	**67'228 Fr**

Dai calcoli è evidente che l'offerta migliore è quella che consiste nel sottoscrivere un abbonamento annuale.

8.5 Allegato 5 (Le panchine)

Sul cortile della Scuola Media di Cadenazzo sono presenti delle panchine in cemento. La direzione della scuola ha deciso di pitturarle per abbellire la sede scolastica. Il custode, il quale è stato incaricato di svolgere il lavoro, ha a disposizione dei barattoli di vernice. Ogni barattolo contiene una quantità di vernice sufficiente a pitturare una superficie di 5000 cm^2.

Secondo te quanti barattoli di vernice sono necessari per pitturare una panchina?

……

Attività

Ora vogliamo verificare con dei calcoli se la tua proposta è corretta. Per svolgere questo compito puoi scegliere tre dei seguenti strumenti.

……
……
……
……
……
……
……
……

La tua stima era corretta?

……